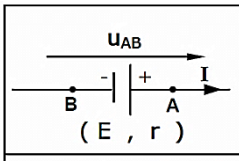
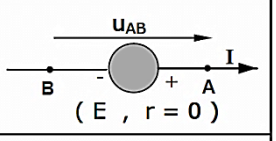
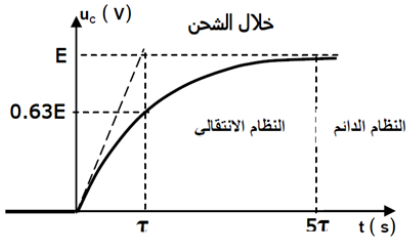
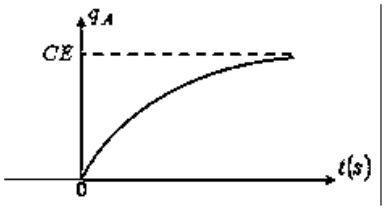
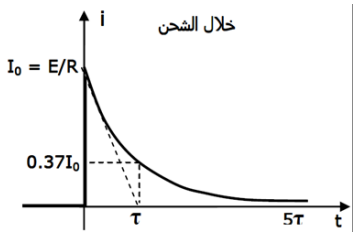
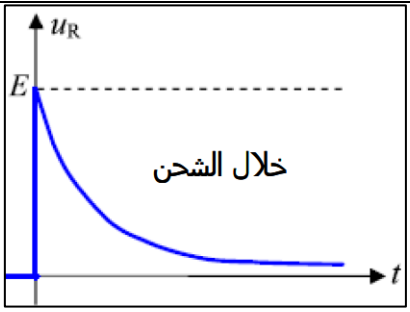
1- علاقات اساسية:

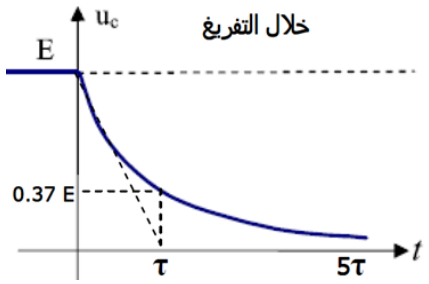
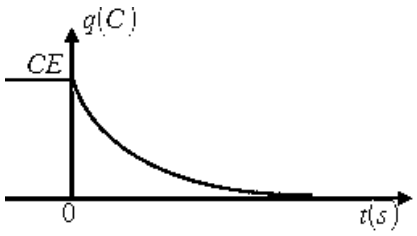
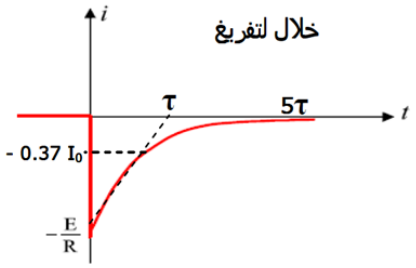
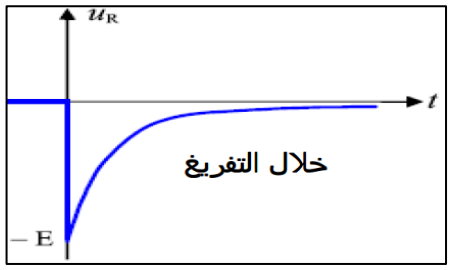
	
$U_{AB} = E - rI$ مـــــولد	$U_{AB} = E$ مـــولد مثالي

الشحنة	$q = u_C C$	الربط على التوازي	$C = C_1 + C_2 + C_3$
التيار: حالة مولد توتر	$i = \frac{dq}{dt}$	سعة المكثفة:	$C = \varepsilon \frac{S}{d}$
التيار: حالة مولد تيار	$i = \frac{q}{t}$	قانون اوم للناقل الاومي:	$u_R = Ri$
الربط على التسلسل	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$	ثابت الزمن :	$\tau = RC$

2- المعادلات التفاضلية خلال الشحن:

المقدار	المعادلة التفاضلية	حلها	البيان
u_C	$E = u_R + u_C$ $\Rightarrow E = Ri + u_C$ $\Rightarrow E = R\frac{dq}{dt} + u_C$ $\Rightarrow E = R\frac{d(u_C C)}{dt} + u_C$ $\Rightarrow E = RC\frac{du_C}{dt} + u_C$	$u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$	
q	$E = u_R + u_C$ $\Rightarrow E = Ri + u_C$ $\Rightarrow E = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$ $\Rightarrow EC = RC\frac{dq}{dt} + q$	$q = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ $q = EC\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$	
i	$E = u_R + u_C$ $\Rightarrow E = Ri + \frac{q}{C}$ باشتقاق الطرفين: $0 = \frac{Rdi}{dt} + \frac{dq}{Cdt}$ $\Rightarrow 0 = \frac{Rdi}{dt} + \frac{i}{C}$ $\Rightarrow 0 = RC\frac{di}{dt} + i$	$i = i_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$ $i = \frac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}}$	
u_R	$E = u_R + u_C$ $E = u_R + \frac{q}{C}$ باشتقاق الطرفين: $0 = \frac{du_R}{dt} + \frac{dq}{Cdt}$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0$	$u_R = E\, e^{-\frac{t}{RC}}$	

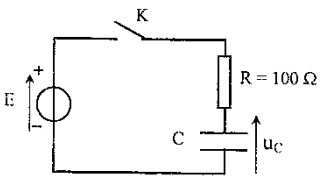
3- المعادلات التفاضلية خلال التفريغ:

المقدار	المعادلة التفاضلية	حلها	البيان
u_C	$0 = u_R + u_C$ $\Rightarrow 0 = Ri + u_C$ $\Rightarrow 0 = R\frac{dq}{dt} + u_C$ $\Rightarrow 0 = R\frac{d(u_C C)}{dt} + u_C$ $\Rightarrow 0 = RC\frac{du_C}{dt} + u_C$	$u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$	
q	$0 = u_R + u_C$ $\Rightarrow 0 = Ri + u_C$ $\Rightarrow 0 = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$ $\Rightarrow RC\frac{dq}{dt} + q = 0$	$q = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $q = ECe^{-\frac{t}{\tau}}$	
i	$E = u_R + u_C$ $\Rightarrow E = Ri + \frac{q}{C}$ باشتقاق الطرفين: $0 = \frac{Rdi}{dt} + \frac{dq}{Cdt}$ $\Rightarrow 0 = \frac{Rdi}{dt} + \frac{i}{C}$ $\Rightarrow 0 = RC\frac{di}{dt} + i$	$i = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ $i = -i_0 e^{-\frac{t}{RC}}$	
u_R	$E = u_R + u_C$ $E = u_R + \frac{q}{C}$ باشتقاق الطرفين: $0 = \frac{du_R}{dt} + \frac{dq}{Cdt}$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{CR} = 0$	$u_R = -E\,e^{-\frac{t}{RC}}$	

4- الطاقة المخزنة في المكثفة:

خلال الشحن:	$E_{(C)} = \frac{1}{2}qu_C$ $E_{(C)} = \frac{1}{2}Cu_C{}^2$	$t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$
خلال التفريغ:	$E_{(C)} = \frac{1}{2}qu_C$ $E_{(C)} = \frac{1}{2}Cu_C{}^2$	$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{2}\ln 2$

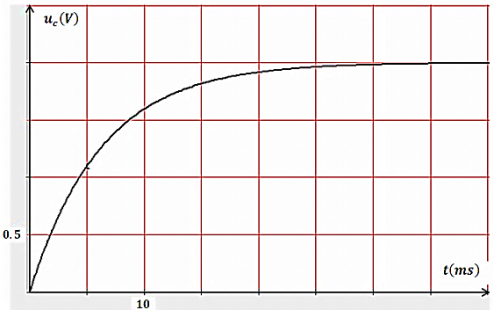
التمرين 1: باكالوريا علوم تجريبية 2015



نحقق التركيبة الكهربائية الموضحة بالشكل حيث المولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E .

يسمح جهاز اعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة بمتابعة التطور الزمني للتوتر الكهربائي المطبق بين طرفي المكثفة .

المكثفة في البداية فارغة . عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K ونباشر عملية المتابعة ، فيعطي الحاسوب المنحنى البياني $u_c(t) = f(t)$ المبين في الشكل:



1- في غياب الحاسوب ، ما هو الجهاز البديل الممكن استخدامه للقيام بعملية المتابعة؟

2- أعد رسم المخطط الدارة وبين عليه طريقة توصيل هذا الجهاز بالدارة لمتابعة تطور التوتر الكهربائي $u_c(t)$.

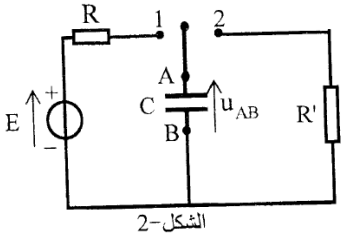
3- بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_c(t)$.

4- تحقق ان العبارة : $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة.

5- بين ان $u_c(\tau) = 0.63E$ ، ثم حدد بيانيا قيمة كلا من E و τ .

6- استنتج سعة المكثفة C.

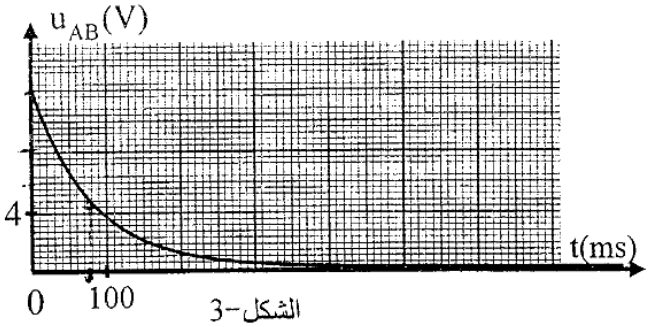
التمرين 2: باكالوريا علوم تجريبية 2015



الشكل-2

نركب الدارة الكهربائية بالشكل -2. يسمح جهاز M برسم المنحنيين شكل-3 والشكل -4 للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة u_{AB} في حالتي الشحن والتفريغ .

عندما تكوت البادلة في الوضع1 يتم شحن المكثفة الفارغة بواسطة مولد قوته المحركة الكهربائية E.



الشكل-3

بعد شحن المكثفة تماما يتم نقل البادلة الى الوضع2 في اللحظة $t = 0$ حيث يتم تفريغ المكثفة عبر ناقل اومي مقاومته $R` = 500\Omega$.

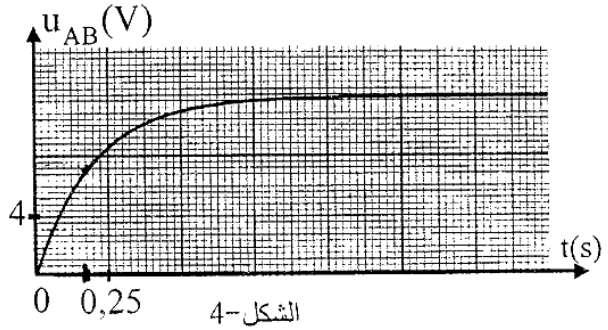
1- ألحق بكل منحنى الظاهرة الموافقة شحن أو تفريغ ،وما اسم الجهاز M ؟

2- بتطبيق قانون جمع التوترات ، اكتب المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة u_{AB} خلال التفريغ.

3- تحقق أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل : $u_{AB} = Ae^{-\frac{t}{R`C}}$ حيث A ثابت يطلب تحديد عبارته من الشروط الابتدائية.

4- حدد بيانيا قيمتي τ و $\tau`$ ثابتا الزمن لدارة الشحن والتفريغ على الترتيب.

5- استنتج قيمة سعة المكثفة C ومقاومة الناقل الاومي R.



الشكل-4

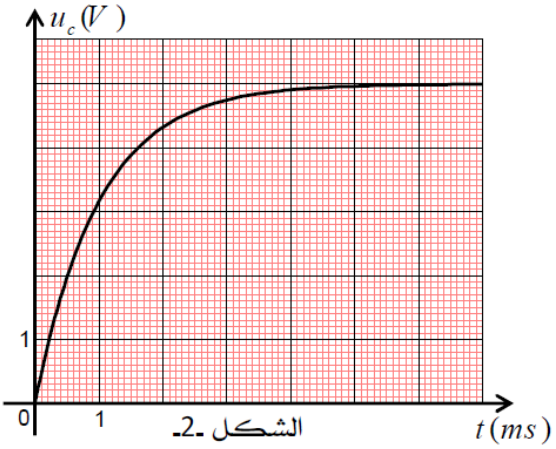
التمرين 3: باكالوريا علوم تجريبية 2010

نحقق دارة كهربائية على التسلسل تتكون من :

* ناقل اومي مقاومته $R = 100\Omega$ * قاطعة K .

* مولد كهربائي توتره ثابت $E = 5V$. * مكثفة سعتها C.

نوصل طرفي المكثفة A و B الى واجهة دخول لجاز اعلام آلي وعولجت المعطيات ببرمجية ميكروسوفت اكسال وتحصلنا على المنحنى البياني $u_c(t) = f(t)$.



الشكل -2-

1- اقترح مخططا للدارة موضحا اتجاه التيار ثم مثل بسهم كلا من u_c و u_R .

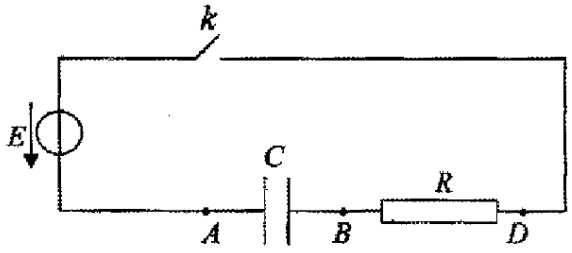
2- عين قيمة ثابت الزمن τ للدارة وما مدلوله الفيزيائي ؟ استنتج قيمة C في النظام الدائم .

3- احسب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم .

4- لو استبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة أخرى سعتها $C` = 2C$ , ارسم كيفيا في نفس المعلم السابق شكل المنحنى $u_{c`}(t) = g(t)$ الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز مع التعليل.

التمرين 4:

نحقق دارة كهربائية كما في الشكل-3 تتكون من :



- ناقل اومي مقاومته $R = 100\Omega$.
- قاطعة , مكثفة سعتها C.
- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 5V$.

نوصل الدارة بمدخلي راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة فتحصلنا على المنحنى البياني كما في الشكل-4:

1- ما هي شحنة كل من اللبوسين A و B .

2- بين كيفية توصيل راسم الاهتزاز المهبطي للحصول على البيان.

3- اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة u_c.

4- حل هذه المعادلة من الشكل : $u_c = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حيث A و τ ثوابت يطلب تعيين عبارتها.

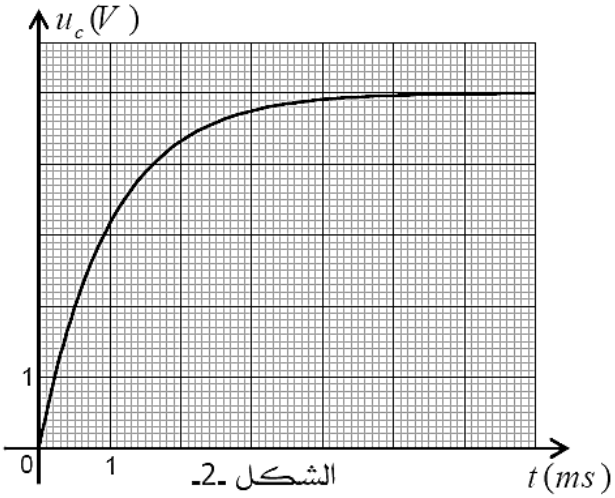
5- عرف ثابت الزمن τ وعين قيمته , استنتج سعة المكثفة C .

6- بواسطة تجهيز مناسب نغير من المسافة التي تفصل بين لبوسي المكثفة .

أ- من بين العبارات التالية اختر العبارة التي تعبر عن سعة المكثفة :

$C = \frac{S}{\varepsilon\, d}$, $C = \varepsilon\frac{S}{d}$, $C = \varepsilon\frac{d}{S}$.

حيث: S مساحة سطح اللبوس , d المسافة بين اللبوسين , ε ثابت يميز العازل.

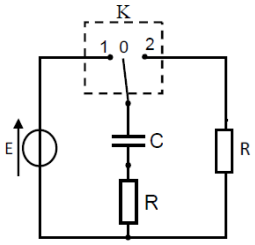


الشكل -2-

ب – ارسم كيفيا في نفس المعلم السابق شكل المنحنى الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز في حالة تقريب اللبوسين من بعضهما بمقدار النصف مع التعليل.

التمرين 5: باكالوريا رياضيات 2011

نحقق الدارة كما في الشكل , والتي تتكون من مولد لتوتر ثابت $E = 9V$, ومكثفة سعتها $C = 250\mu F$, وناقلين اوميين متماثلين ومقاومة كل منهما $R = 200\Omega$, وبادلة K .



أولا : نضع البادلة في الوضع 1 .

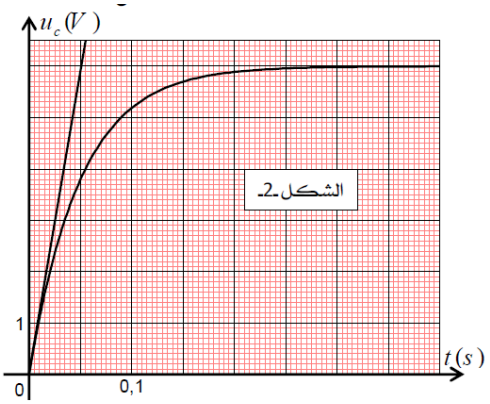
1- أ- أعد رسم الدارة مبينا عليها جهة انتقال حاملات الشحنة , وما طبيعتها ؟ حدد شحنة كل لبوس وجهة التيار .

ب-ذكر بالعلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$, والعلاقة بين $u_C(t)$ و $q(t)$. ثم استنتج العلاقة بين $i(t)$ و $u_C(t)$.

2- أ- أوجد العلاقة بين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ وبين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ من الشكل : $\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$.

ب-أوجد القيمة العددية لكل من τ_1 و A .

ج-أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة τ_1 . عرفه.



3- أ- اقرأ على المنحنى البياني قيمة ثابت الزمن τ_1 , وقارنها بالقيمة المحسوبة سابقا .

ب-حدد بيانيا المدة الزمنية Δt الصغرى لاعتبار المكثفة عمليا مشحونة, قارنها مع τ_1

ثانيا: نضع البادلة في الوضع 2.

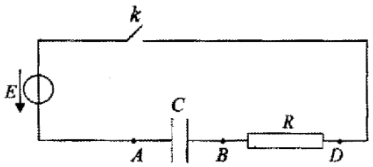
أ- ما هي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث ؟ اكتب المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$.

ب- احسب τ_2 , قارنها بـ τ_1 . ما ذا تستنتج؟

ج-مثل بشكل تقريبي المنحنى البياني لتغير $u_C(t)$ مستعينا بالقيم المميزة .

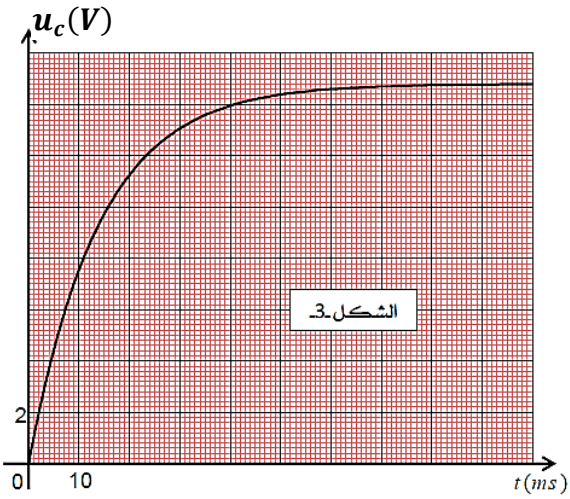
التمرين 6: باكالوريا رياضيات 2010

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية:



- ناقل اومي مقاومته $R = 500\Omega$ – قاطعة K .
- مولد كهربائي توتره ثابت E .
- مكثفة سعتها C غير مشحونة.

مكنت متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة برسم البيان التالي:



1- عمليا يكتمل شحن المكثفة عندما يبلغ التوتر الكهربائي بين طرفيها 99% من قيمة التوتر بين طرفي المولد اعتمادا على البيان:

أ- عين قيمة ثابت الزمن τ وقيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم احسب سعة المكثفة C .

ب- حدد المدة الزمنية $t`$ لاكتمال عملية الشحن .

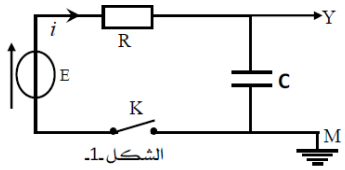
ج- ما هي العلاقة بين $t`$ و τ .

2- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_c(t)$, ثم بين انها تقبل حلا من الشكل $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

3- أوجد قيمة u_C الطاقة المخزنة في المكثفة في اللحظات $t_0 = 0$, $t_1 = \tau$ و $t_2 = 5\tau$.

- توقع – رسم كيفي – شكل المنحنى $u_C = f(t)$.

التمرين 7: باكالوريا علوم تجريبية 2008

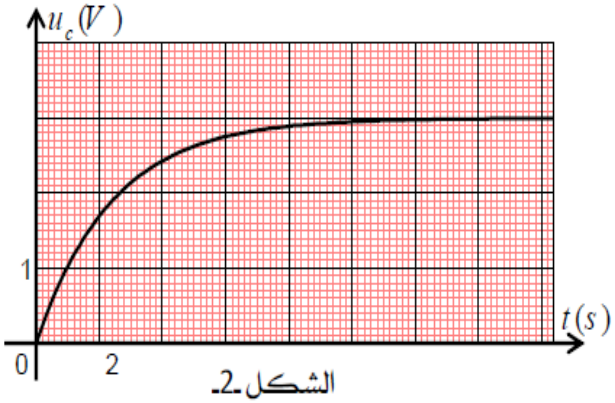


الشكل-1-

قصد شحن مكثفة مفرغة سعتها C , نربطها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

- مولد كهربائي ذو توتر ثابت $E = 3V$ مقاومته الداخلية مهملة.
- ناقل اومي مقاومته $R = 10K\Omega$. - قاطعة .

لإظهار التطور الزمني للتوتر الكهربائي $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة , نصلها براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة .غلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_c(t)$



الشكل-2-

1- ما هي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد $\Delta t = 15s$ من غلقها؟

2- اعط العبارة الحرفية لثابت الزمن τ وبين ان له نفس وحدة الزمن.

3- عين بيانيا قيمة τ واستنتج السعة C للمكثفة .

4- بعد غلق القاطعة :

أ- اكتب عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدرة بدلالة $q(t)$.

ب- اكتب عبارة التوتر الكهربائي u_c بين لبوسي المكثفة بدلالة $q(t)$.

ج- بين ان المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_c(t)$ تعطى بالعبارة

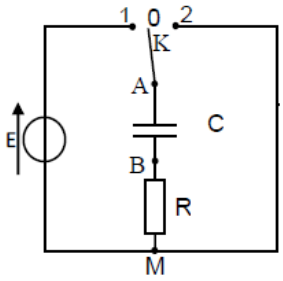
$$u_c + RC\frac{du_C}{dt} = E$$

5- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{A}}\right)$. استنتج العبارة الحرفية لـ A وما هو مدلوله الفيزيائي.

التمرين 8: باكالوريا تقني رياضي 2008

في حصة الاعمال المخبرية , اقترح الاستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثل في الشكل لدراسة ثنائي القطب RC

تتكون الدارة من العناصر التالية:



* مولد توتره ثابت $E = 12V$. * مكثفة غير مشحونة سعتها $C = 1\mu F$.

* اقل اومي مقاومته $R = 5K\Omega$. * بادلة K .

1- نجعل البادلة في الوضع -1- .

أ- ماذا يحدث في المكثفة؟

ب- كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB} ؟

ج- بين ان المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها : $RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = E$.

د- أعط عبارة τ الثابت المميز للدارة , وبين باستعمال التحليل البعدي أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات.

هـ- بين ان المعادلة التفاضلية السابقة تقبل $u_{AB} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا لها .

و- ارسم شكل المنحنى البياني الممثل للتوتر الكهربائي $u_{AB} = f(t)$ وبين كيفية تحديد τ من البيان.

ز- قارن بين قيمة التوتر u_{AB} في اللحظة $t = 5\tau$ و E . ماذا تستنتج؟

2- نجعل البادلة في الوضع -2-

أ- ماذا يحدث للمكثفة؟

ب- احسب قيمة الطاقة الاعظمية المحولة في الدارة الكهربائية.

التمرين 9 : باكالوريا علوم تجريبية 2013

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من: مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E, ناقل اومي مقاومته $R = 1k\Omega$ ومكثفة سعتها C وقاطعة K نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

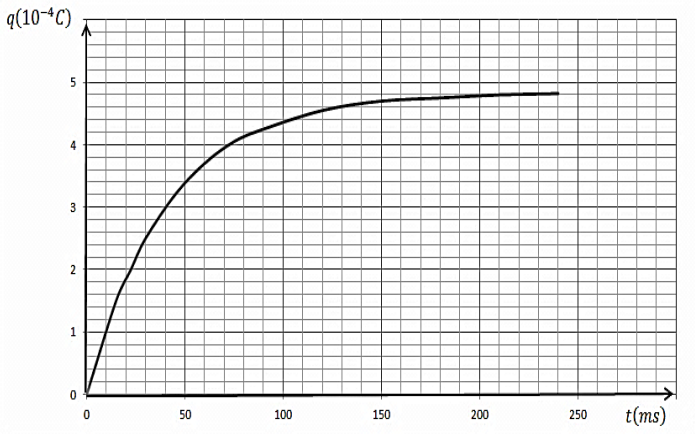
1- ارسم الدارة الكهربائية مع توجيها بالنسبة لشدة التيار والتوتر الكهربائيين .

2- جد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q(t)$ خلال شحن المكثفة .

3- حل المعادلة السابقة يعطى بالشكل: $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$

جد عبارة كلا من : A , B و α .

4- التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكثفة q(t) بدلالة الزمن t :



أ- استنتج بيانيا قيمة τ ثابت الزمن , ثم احسب سعة المكثفة .

ب- استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد .

ج- احسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة : $t = 200ms$

التمرين 10 :

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من: مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E , ناقل اومي مقاومته R ، مكثفة سعتها C وقاطعة K .

نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

5- ارسم الدارة الكهربائية مع توجيها بالنسبة لشدة التيار والتوتر الكهربائيين .

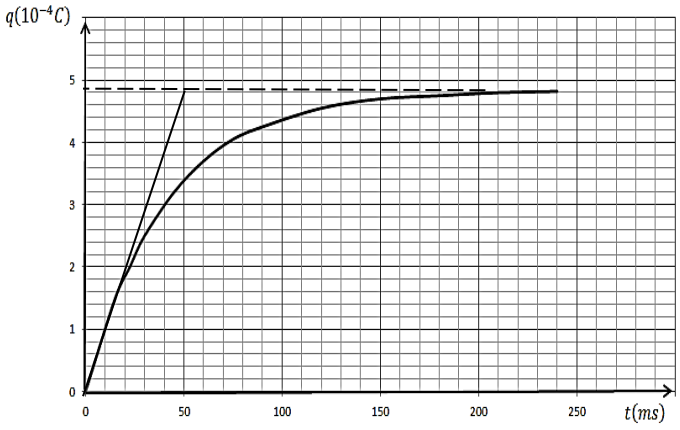
6- جد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $u_c(t)$ خلال شحن المكثفة .

7- حل المعادلة السابقة يعطى بالشكل :

$u_c(t) = Ae^{\alpha t} + B$.

- جد عبارة كلا من : A , B و α .
- جد عبارة شحنة المكثفة q(t) .

8- التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكثفة q(t) بدلالة الزمن t :



أ- برهن أن المماس للبيان عند المبدأ يقطع المحور $q = Q_0$ عند الحظة $t = \tau$.

ب- في اللحظة $t = 70ms$ كان التوتر بين طرفي المكثفة هو $u_R = 3V$. استنتج قيمة R .

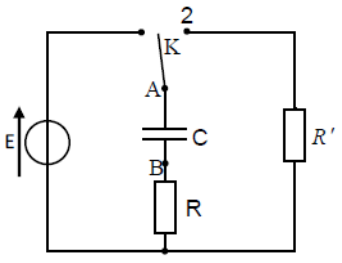
جـ استنتج بيانيا قيمة τ ثابت الزمن , ثم احسب سعة المكثفة .

د- استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد .

هـ- احسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة : $t = \tau$

التمرين 11: باكالوريا رياضيات 2009

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز:



*مكثفة سعتها C غير مشحونة. * ناقلين اوميين مقاومتهما $R = R` = 470\Omega$.

* مولد ذي توتر ثابت E . * بادلة K . * اسلاك توصيل.

1- نضع البادلة في الوضع-1- في اللحظة $t = 0$:

أ- بين على الشكل جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة ثم مثل بالأسهم التوترين u_c و u_R .

ب- عبر عن u_c و u_R بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$ ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q .

ج- تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل $q_A = A(1 - e^{-\alpha t})$, عبر عن A و α بدلالة R, C و E .

د- اذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة $5V$, استنتج قيمة E .

هـ- عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة قدرها $E_C = 5mJ$. استنتج قيمة سعة المكثفة C .

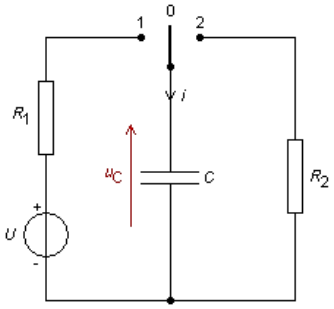
2- نجعل البادلة في الوضع -2-:

أ- ماذا يحدث للمكثفة؟

ب- قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين -1- و -2- للبادلة K .

التمرين 12:

عند دراسة عملية شحن وتفريغ المكثفة يقوم مخبري بتوصيل العناصر الكهربائية كما هو مبين في الدارة حيث يضع القاطعة في الوضع (1) لمدة معينة ثم يضعها في الوضع (2) فيتحصل على بيان التوتر بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن.



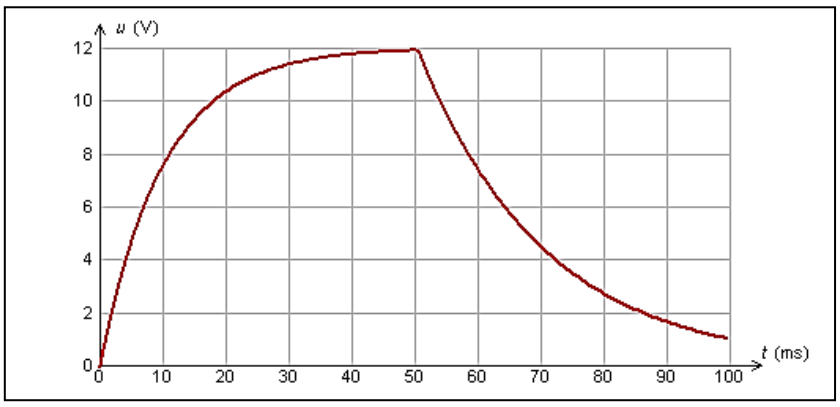
- دراسة عملية الشحن :

1- ما هو التوتر بين طرفي المكثفة عند نهاية الشحن ؟ .

2- أكتب المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة .

3- حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

- أوجد عبارة الثابتτ ثم أحسب قيمته .
- أحسب قيمة سعة المكثفة إذا علمت أن : $R_1 = 40\Omega$.



- دراسة عملية التفريغ :

4- مثل دارة التفريغ وحدد جهة التيار .

5- أكتب المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة .

6- نضع $\tau = R_2C$ تحقق أن: $u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ حل للمعادلة التفاضلية

7- أحسب قيمة المقاومة R_2 .

التمرين 13:

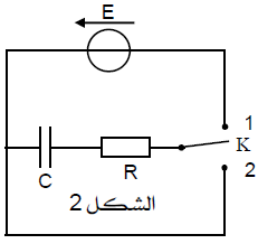
بهدف تحديد المقاومة الداخلية لعمود كهربائي نحقق الدارة الكهربائية المكونة من:

- عمود كهربائي قوته المحركة $E = 4.5V$ ومقاومته الداخلية r .

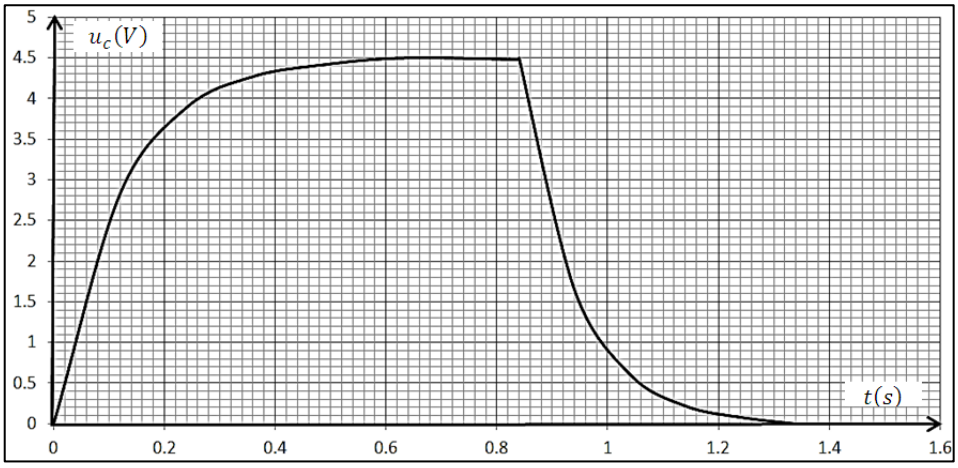
- ناقل اومي: R . - مكثفة سعتها: $C = 0.01F$. - بادلة K .

في البداية المكثفة غير مشحونة في اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع 1 ثم نضعها في الوضع 2 ,

بواسطة جهاز $ExAo$ تمكنا من الحصول على منحنى التوتر $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .



الشكل 2



i. دراسة عملية الشحن:

1- ما هو الجهاز الاخر الذي يسمح بالحصول على المنحنى السابق وكيف يتم توصيله ؟

2- اوجد المعادلة التفاضلية للتوتر u_c .

3- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة: $u_c = \frac{A}{B}(1 - e^{-Bt})$, أوجد عبارة كلا من A و B .

4- عرف ثابت الزمن τ وحدد وحدته بطريقتين.

5- ما هي الطرق الاربعة التي تمكن من حساب ثابت الزمن τ واختر واحدة منها لتحديد قيمته ؟

ii. دراسة عملية التفريغ:

1- احسب τ' ثابت الزمن في حالة التفريغ.

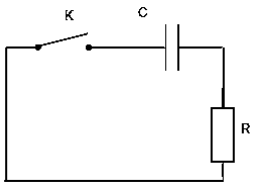
2- أثبت أن قيمة المقاومة الداخلية للعمود تعطى بالعلاقة: $r = \frac{\tau - \tau'}{C}$ ثم احسب قيمتها.

3- احسب قيمة R , لماذا استعملنا ناقل اومي ذو مقاومة صغيرة في الدارة ؟

4- احسب الطاقة المحولة الى الناقل الاومي في اللحظة $t = 1s$.

التمرين 14 : باكالوريا رياضيات 2013:

مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر ثابت : $E = 12V$. لمعرفة سعتها C نحقق الدارة الكهربائية حيث : $R = 1k\Omega$.



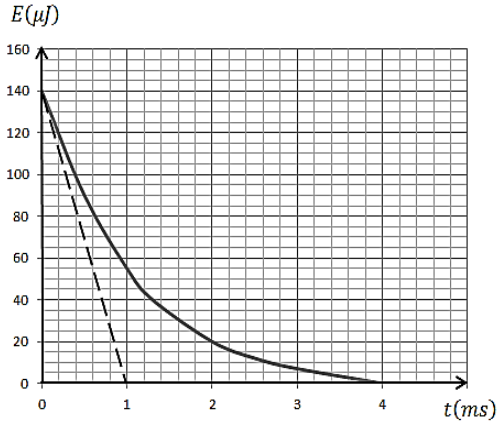
1- نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

أ- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

ب- حل المعادلة السابقة يعطى من الشكل $u_C(t) = Ae^{\alpha t}$, حيث A و α ثابتان يطلب تعيين عبارتهما .

2- اكتب العبارة اللحظية $E_C(t)$ للطاقة المخزنة في المكثفة .

3- الشكل يمثل تطور $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .



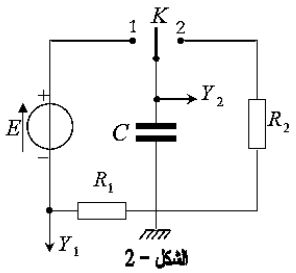
أ- استنتج قيمة $E_C(0)$ الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة.

ب- بين أن المماس للمنحنى في اللحظة $t = 0ms$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$

ج- احسب τ ثابت الزمن , ثم استنتج سعة المكثفة C .

4- اثبت ان زمن تناقص الطاقة للنصف هو $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$.

التمرين 15: باكالوريا علوم 2014



الشكل – 2

تتكون الدارة الكهربائية في الشكل المقابل من مولد كهربائي E , مكثفة سعتها C , ناقلين اوممين مقاومتهما: $R_1 = 1K\Omega$ و $R_2 = 2K\Omega$ و بادلة K . توصل الدارة براسم اهتزاز مهبطي ذي مدخلين Y_1 و Y_2 .

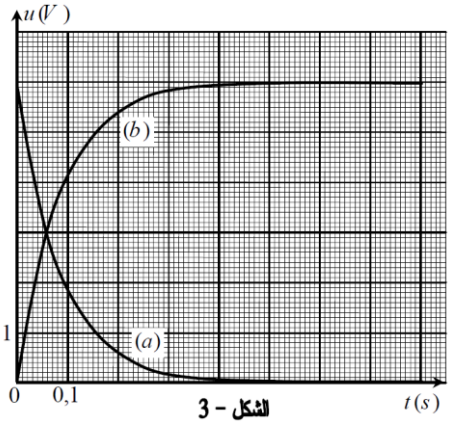
1- نضع البادلة K في الوضع 1 , ماذا يمثل المنحنيان المشاهدان بالمدخلين Y_1 و Y_2 لراسم الاهتزاز المهبطي؟

2- يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيان (a) و (b) .

أ- ما هو المنحنى المعطى بالمدخل Y_1 ؟ برر اجابتك.

- اكتب المعادلة التفاضلية الموافقة لتطور المقدار الفيزيائي الذي يمثله هذا المنحنى .

ب- حدد قيمة ثابت الزمن τ_1 للدارة .



الشكل – 3

3- حدد قيمة كلا من E و C .

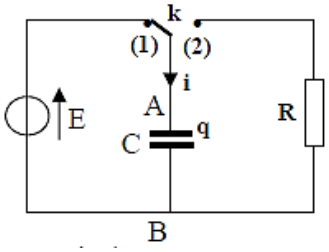
4- احسب شدة التيار $i(t)$ في اللحظة $t = 0$ وفي اللحظة $t \geq 0.6s$.

5- بعد نهاية شحن المكثفة نضع البادلة في الوضع 2 في لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة .

أ- احسب قيمة τ_2 للدارة في هذه الحالة وقارنها بـ τ_1 , ماذا تستنتج ؟

ب- احسب قيمة الطاقة الكهربائية المحولة في الناقل الاومي R_2 بفعل جول في اللحظة $t = \tau_2$.

التمرين 16: باكالوريا رياضيات 2014



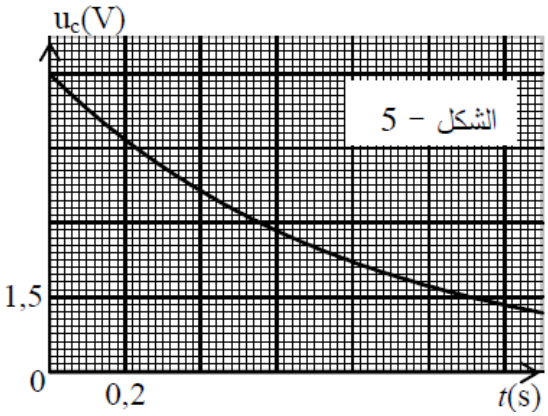
عند عجز القلب عن القيام بوظيفته , تسمح الجراحة اليوم بوضع منشط قلبي اصطناعي في الصدر , يجبر القلب على النبض بانتظام وذلك بإرسال اشارات كهربائية . المنشط عبارة عن مولد لإشارات كهربائية ينمذج بالدارة الكهربائية المبينة في الشكل , حيث سعة المكثفة $C = 470\mu F$ والقوة المحركة الكهربائية للمولد $E = 6V$. نضع البادلة في الوضع 1 لمدة طويلة .

i. نضع البادلة عند $t = 0$ في الوضع 2 وندرس تطور الشحنة q للمكثفة.

1- بين ان الشحنة الكهربائية $q(t)$ تحقق المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{dq(t)}{dt} = -\alpha q(t)$ وأعط عبارة الثابت α .

2- علما ان $q(t) = Q_0 e^{-\alpha t}$ حل للمعادلة التفاضلية , حدد عبارة Q_0 واحسب قيمتها.

3- جد العبارة الحرفية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ في الدارة.



الشكل – 5

ii. عندما يصبح التوتر الكهربائي u_{AB} مساويا لـ 36.8% من قيمته الابتدائية , تتحول البادلة آليا من الوضع 2 الى الوضع 1 , فتصدر اشارة كهربائية تساعد في تقليص العضلة القلبية .

1- يمثل الشكل منحنى تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة عندما تكون البادلة في الوضع 2 . علما ان اللحظة $t_0 = 0$ توافق لحظة مرور البادلة من الوضع 1 الى الوضع 2 .

أ- حدد اللحظة t_1 التي تتحول فيها البدالة آليا ولأول مرة من الوضع 2 الى الوضع 1 مبينا الطريقة المتبعة .

ب- عين بيانيا ثابت الزمن τ للدارة المدروسة .

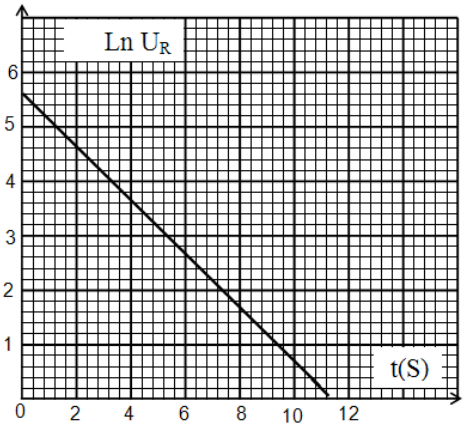
جـ – استنتج قيمة المقاومة R للناقل الاومي المستعمل .

2– ان الاشارات الكهربائية المتسببة في التقلص العضلي دورية ودورها يساوي : $\Delta t = t_1 - t_0$, حدد عدد تقلصات القلب المفروضة من طرف الجهاز في الدقيقة الواحدة .

3– ما هي قيمة الطاقة المحررة من طرف المكثفة خلال اشارة كهربائية واحدة ؟

التمرين 17:

مكثفة غير مشحونة تحمل البيانات التالية: $330V$, $160\ \mu f$,لكي نتأكد من قيمة سعة هذه المكثفة C نصلها على التسلسل مع ناقل أومي قيمة مقاومته : $R = 12500\Omega$ ثم نشحنها بمولد مثالي قوته المحركة الكهربائية E نسجل تطورات التوتر بين طرفي الناقل الاومي بواسطة جهاز إعلام ألي نحصل على البيان التالي:



1– أرسم مخطط الدائرة التي تسمح بشحن المكثفة

2– باستعمال التحليل البعدي، بين أن المقدار $\tau = RC$ متجانس مع الزمن.

3– أوجد المعادلة التفاضلية لتطور u_R بين طرفي المقاومة.

- تأكد من أن : $u_R = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ حلا لها .

4– يمثل البيان التالي تغيرات $ln\, u_R$ بدلالة الزمن t :

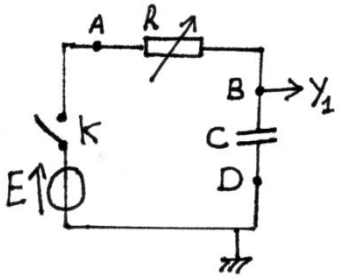
أ– أكتب معادلة هذا المستقيم؟

ب– ما هي قيمة التوتر الذي شحنت به المكثفة ؟

ج– أوجد من البيان قيمة C سعة المكثفة، هل هذه النتيجة تتوافق مع البيانات المسجلة من طرف الصانع على المكثفة؟

التمرين 18 :

نريد تعيين سعة مكثفة ومن أجل هذا نحقق الدارة الكهربائية التالية:



تتكون هذه الدارة من مولد $E = 6V$ ، مقاومة متغيرة، مكثفة سعتها C مجهولة وقاطعة K . نغلق القاطعة في اللحظة: $t = 0$.

1– مثل جهة التيار في هذه الدارة.

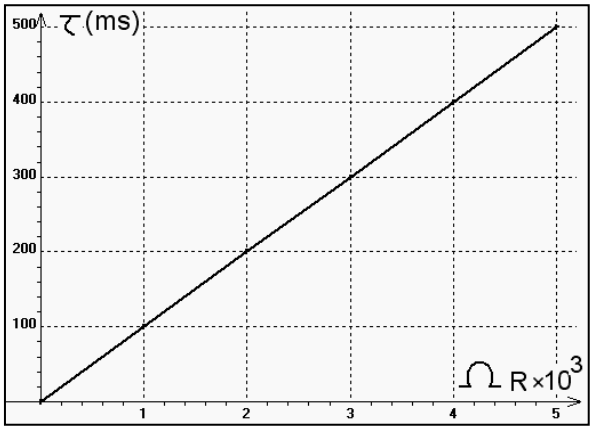
2– مثل بأسهم التوترات :U_{AB} و U_{BD} .

3– ارسم بشكل كيفي تطور التوتر U_{BD} الذي نشاهده على المدخل Y_1 لراسم الاهتزاز المهبطي.

4– باستعمال قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{BD} .

5– نعتبر $u_{BD}(t) = \alpha(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ حلا لهذه المعادلة. استنتج عبارة: α و τ .

5– نغير في كل مرة قيمة المقاومة R ونتابع تطور التوتر الكهربائي U_{BD} ثم نعين الثابت τ. نرسم المنحنى البياني $\tau = f(R)$.



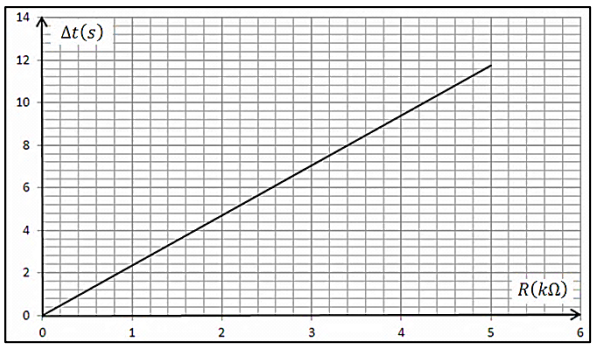
أ– أعط معادلة البيان.

ب– استنتج من البيان السعة C للمكثفة.

ج– أحسب الطاقة التي تكون مخزنة في المكثفة في اللحظة $t = \tau$ من أجل $R = 200\Omega$.

التمرين 19:

تتكون دارة كهربائية من مولد $E = 6V$ ، ناقل اومي مقاومته R ، مكثفة سعتها C وقاطعة K .



نغلق القاطعة في اللحظة: $t = 0$.

6- مثل دارة الشحن مبينا جهة التيار وجهة حاملات الشحنة وكذلك التوترات. ما هي طبيعة حاملات الشحنة؟

7- باستعمال قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_C .

8- نعتبر $u_C(t) = A(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ حلا لهذه المعادلة. استنتج عبارة: A و τ.

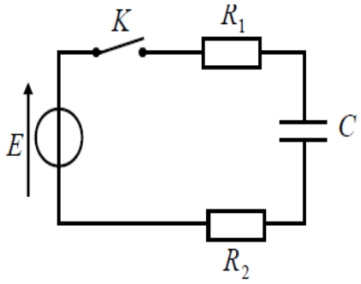
9- احسب قيمة u_C لما $t = 5\tau$, ماذا تستنتج ؟

10-نستعمل في كل مرة مقاومات مختلفة ونسجل زمن شحن المكثفة Δt فنتحصل على البيان التالي:

- استنتج قيمة C سعة المكثفة .

التمرين 20:

الشكل المقابل يمثل دارة كهربائية مكونة من العناصر التالية: مولد ذو توتر ثابت E , مكثفة سعتها C .



ناقلان أوميان مقاومتهما $R_1 = 1K\Omega$. $R_2 = 4k\Omega$, القاطعة K

1- عند اللحظة t=0 نغلق القاطعة K

- أعط العبارة الحرفية للتوترات u_{R_1} . u_{R_2} بدلالة الشحنة $q(t)$

2- بتطبيق قانون جمع التوترات بين أنه المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة من الشكل

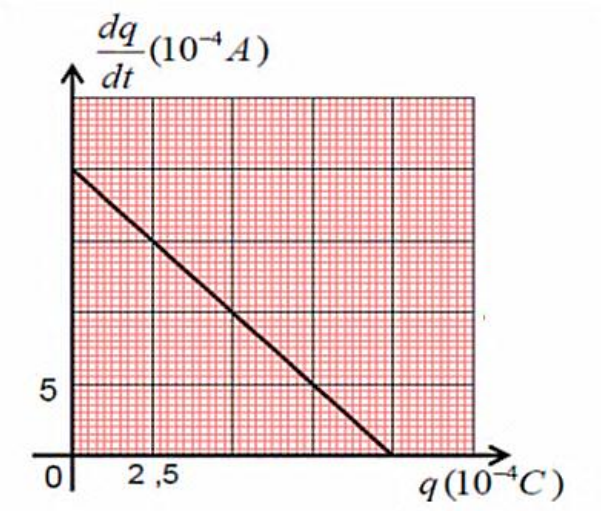
$$\frac{dq(t)}{dt} + a.q(t) + b = 0$$

- اعط عبارة كل من a و b بدلالة E , C , R_1 , R_2

1- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل :

$$q_{(t)} = \alpha\left(1 - e^{-\beta.t}\right)$$

- استنتج عبارة كل من α , β.



4- الشكل يمثل تغيرات $\frac{dq(t)}{dt}$ بدلالة $q(t)$ بالاعتماد عليه أوجد كل من :

أ- ثابت الزمن

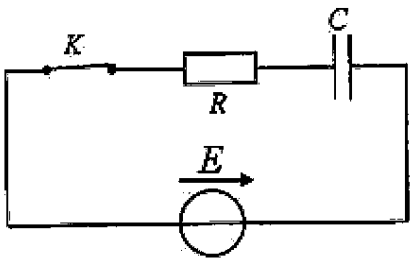
ب- سعة المكثفة C

جـ- التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E

التمرين 21: باكالوريا رياضيات 2015

تستعمل المكثفات في عدة تراكيب كهربائية ذات فائدة علمية في الحياة اليومية .

بغرض حساب سعة مكثفة غير مشحونة مسبقا ، نحقق التركيب الموضح بالشكل حيث $R = 100\ \Omega$ والمولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E.



1- أعد رسم الدارة موضحا عليها التوترات بأسهم وجهة التيار الكهربائي.

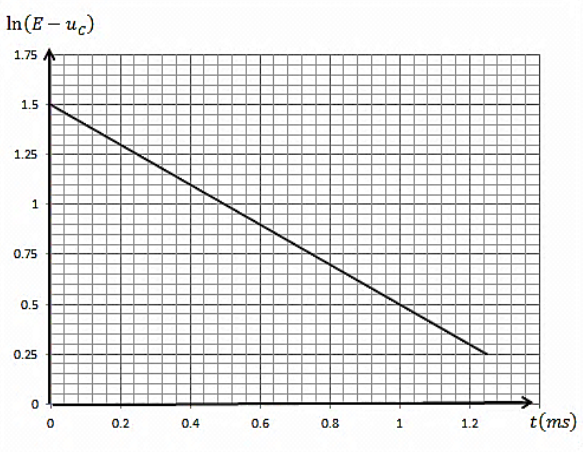
2- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين

طرفي المكثفة.

3- بين ان العبارة $u_C(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هي حلا للمعادلة التفاضلية ، حيث A و τ ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

4- بين ان $ln(E - u_C) = -\frac{1}{\tau}t + ln\,E$.

5- بيان الشكل يمثل تغيرات $ln(E - u_C)$ بدلالة الزمن . استنتج من البيان:



أ- قيمة القوة المحركة الكهربائية E .

ب- قيمة ثابت الزمن τ وسعة المكثفة C.

6- أ- تكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$.

ب – نرمز بـ $E_C(\tau)$ للطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = \tau$ وبـ $E_C(\infty)$ للطاقة العظمى.

- احسب النسبة $\frac{E_C(\tau)}{E_C(\infty)}$.

7- كيف يتم ربط مكثفة سعتها C' مع المكثفة السابقة بحيث يأخذ ثابت الزمن القيمة $\tau' = \frac{\tau}{4}$ ؟ احسب قيمة C'.

التمرين 22: باكالوريا علوم تجريبية 2011

مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر ثابت $E = 6V$. من اجل معرفة سعتها نقوم بتفريغها في ناقل اومي مقاومته $R = 4K\Omega$.

1- ارسم مخطط دارة التفريغ.

2- لمتابعة تطور التوتر $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة خلال الزمن نستعمل جهاز فولط متر رقمي وميقاتية الكترونية .

أ- كيف يتم ربط جهاز الفولط متر في الدارة ؟

ب- نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ ونسجل النتائج في الجدول التالي:

$t(ms)$	0	10	20	30	40	60	80	100	120
$u_c(t)$	6	4.91	4.02	3.21	2.69	1.81	1.21	0.81	0.54

- ارسم المنحنى البياني المثل للدالة $u_C = f(t)$ على ورقة ميليمترية .

ج- عين بيانيا ثابت الزمن τ .

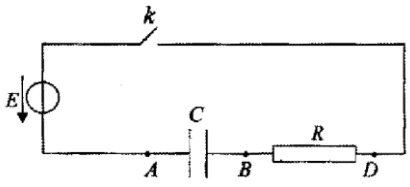
د- احسب سعة المكثفة C .

3- أ- بتطبيق قانون جمع التوترات , اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_C .

ب-المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة $u_C = Ae^{-\alpha t}$ حلا لها , حيث α و A ثابتين يطلب تعيينهما.

التمرين 23: باكالوريا علوم تجريبية2009

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل من العناصر التالية موصولة على التسلسل:



*مولد كهربائي توتره ثابت $E = 6V$. *مكثفة سعتها $C = 1.2\mu F$.

*ناقل اومي مقاومته $R = 5K\Omega$ * قاطعة K .

- نغلق القاطعة:

1- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط u_c , $\frac{du_C}{dt}$, R, E و C .

2- تحقق ان كانت المعادلة التفاضلية المحصل عليها تقبل العبارة $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ كحل لها .

3- حدد وحدة RC , ما هو مدلوله العملي بالنسبة للدارة الكهربائية ؟ اذكر اسمه.

4- احسب قيمة التوتر الكهربائي u_C في اللحظات المدونة في الجدول التالي:

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_C(V)$					

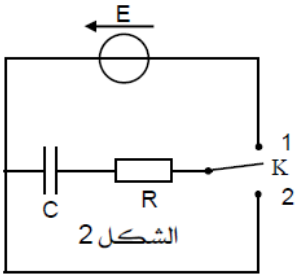
5- ارسم المنحنى البياني $u_C = f(t)$.

6- اوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة R, E و C ثم احسب قيمته في اللحظتين :

$t = 0$ و $t \to \infty$.

7- اكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة , واحسب قيمتها عند $t \to \infty$.

التمرين 24: باكالوريا رياضيات 2010



الشكل 2

بغرض شحن مكثفة فارغة سعتها C , نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 5V$ ومقاومته الداخلية مهملة.
- اقل اومي مقاومته $R = 120\Omega$ – بادلة K .

لمتابعة تطور التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن , نوصل مقياس فولط متر رقمي بين طرفي المكثفة وفي اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع 1- , بالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولط متر الرقمي لمدة معينة , وبمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية:

$t(ms)$	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
$u_C(V)$	0	1	2	3.3	3.8	4.1	4.5	4.8	4.9	5	5	5

أ- ارسم البيان $u_C = f(t)$.

ب- عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC واستنتج قيمة السعة C للمكثفة.

1- كيف تتغير قيمة ثابت الزمن في الحالتين :

- الحالة – أ- من اجل مكثفة سعتها $C`$ حيث $C` > C$ و $R = 120\Omega$.
- الحالة – ب- من اجل $C``$ حيث $C`` = C$ و $R` < 120\Omega$.

- ارسم كيفيا في نفس المعلم المنحنيين 1- و 2- المعبرين عن c في الحالتين –أ- و –ب- السابقتين.

2- أ- بين ان المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعبارة: $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$

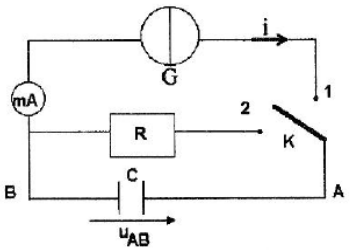
ب-يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة $q_A = Ae^{\alpha t} + \beta$ حيث A , β و α ثوابت يطلب تعيينها .

3- المكثفة مشحونة , نضع البادلة في الوضع 2- في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة .

أ- احسب في اللحظة $t = 0$ الطاقة الكهربائية المخزنة E_0 في المكثفة .

ب- ما هو الزمن الذي من اجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E = \frac{0}{2}$.

التمرين 25: باك 2012 –تقني رياضي .

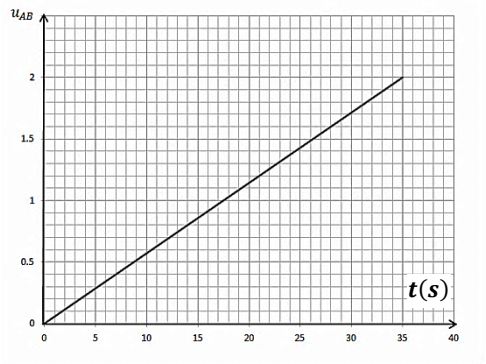


اقترح استاذ على تلامذته تعين سعة مكثفة C بطريقتين مختلفتين :

- الطريقة الاولى : شحن المكثفة بتيار مستمر ثابت .
- الطريقة الثانية : تفريغ المكثفة في ناقل اومي .

لهذا الغرض نحقق التركيب المقابل :

2- المكثفة في البداية فارغة. نضع في اللحظة $t = 0s$ البادلة في الوضع (1) فتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا $i = 0.31mA$ وبواسطة جهاز $ExAO$ تمكنا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t .

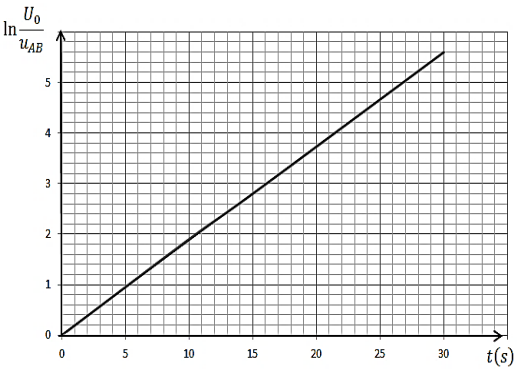


أ- أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة وسعة المكثفة C والزمن t

ب- جد قيمة سعة المكثفة C .

3- عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساويا الى القيمة $U_0 = 1.6V$ نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد $t = 0s$ يتم تفريغ المكثفة في ناقل اومي مقاومته $R = 1K$.

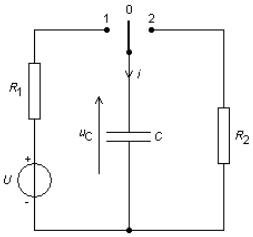
أ- جد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB} . علما أن حلها $u_{AB} = U_0 \, ^{\frac{-t}{\tau}}$.



ب- أثناء التفريغ سمح جهاز $ExAO$ من متابعة تطور التوتر الكهربائي u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t. بواسطة برمجية مناسبة تمكنا من الحصول على المنحنى البياني المقابل:جد قيمة ثابت الزمن τ ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C .

التمرين 26:

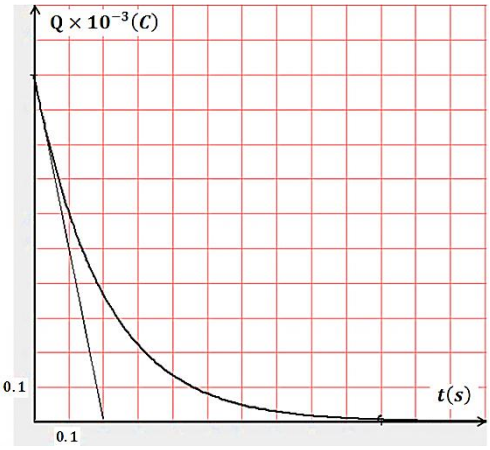
نحقق الدارة الكهربائية كما في الشكل:



- مولد يعطي تيارا ثابتا i_0 - مكثفة سعتها C .
- ناقلين اوميين مقاومتهما: $R_1 = 5K\Omega$. $R_2 = 2K\Omega$ * بادلة : K .

نضع البادلة في الوضع 1- لمدة زمنية حتى يصبح التوتر بين طرفي المكثفة U_0 ثم نضع البادلة في الوضع 2- في لحظة نعتبرها $t = 0$. بواسطة جهاز $ExAo$ تمكنا من رسم منحنى تغيرات الشحنة المخزنة في المكثفة خلال الزمن .

- دراسة عملية التفريغ:



1- اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر u_c بين طرفي المكثفة .

2- بين ان العبارة $u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ حلا للمعادلة .

3- استنتج عبارة الشحنة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن.

4- بين أن المماس في اللحظة $t = 0$ يقطع محور الازمنة في اللحظة $t = \tau$.

5- اوجد قيمة كلا من C ، U_0.

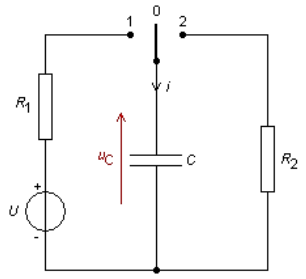
6- احسب الطاقة المستهلة من طرف الناقل الاومي R_2 عند اللحظة $t = \tau$.

7- أ- ما هو المدلول الفيزيائي لميل المماس ثم اعط قيمة المقدار الذي يعبر عنه.

ب – ما هي المدة الزمنية التي شحنت بها المكثفة .

التمرين 27 :

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من: مولد يعطي تيارا ثابت i , ناقلين اوميين: $R_1 = 1k\Omega$ و R_2, مكثفة: C وبادلة K .



i. نضع البادلة في الوضع $-1-$ في لحظة : $t = 0$.

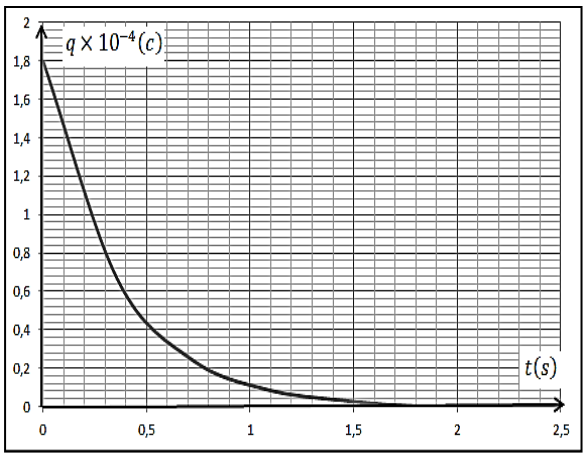
-1 اكتب عبارة التوتر u_1 بين طرفي المكثفة بدلالة التيار المار في الدارة i وسعة المكثفة C والزمن t .

-2 كيف يتطور التوتر بين طرفي الناقل الاومي ؟ علل .

-3 عند بداية عملية الشحن كان التوتر بين طرفي المقاومة $u_R = 9V$:

أ- استنتج قيمة التيار الذي شحنت به المكثفة.

ب- ماهي قيمة سعة المكثفة C اذا كان التوتر بين طرفيها عند نهاية الشحن هو $u_C = 6V$ والزمن المستغرق للشحن هو $20ms$.



ii. نضع البادلة في الوضع $-2-$ فتحدث عملية تفريغ للمكثفة ، البيان التالي يمثل تغيرات الشحنة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن :

-1 اكتب المعادلة التفاضلية للشحنة المخزنة في المكثفة , وأعط حلا لها

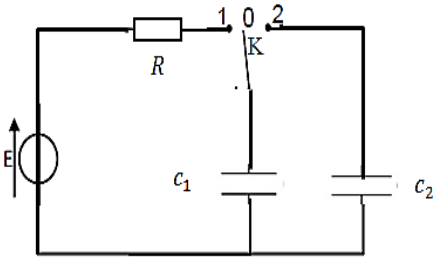
-2 استنتج من البيان قيمة التيار في اللحظة $t = 0.5ms$.وعلى ماذا تدل الاشارة $(-)$.

-3 عرف ثابت الزمن τ ثم احسبه .

-4 استنتج قيمة R_2 .

التمرين 28 :

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من: مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E , ناقل اومي مقاومته $R = 1k\Omega$, مكثفتين: C_1 و $C_2 = 200\mu F$ وبادلة K .



- نضع البادلة في الوضع $-1-$ في لحظة : $t = 0$.

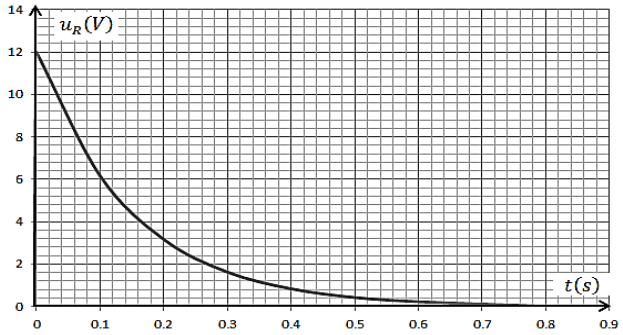
-1 بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي الناقل الاومي هي: $\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{RC}u_R = 0$

حل المعادلة السابقة يعطى بالشكل : $u_R(t) = Ae^{\alpha t}$ حيث A و α ثوابت يطلب تعيينها.

-2 البيان التالي يمثل تغيرات R بدلالة الزمن .

أ- استنتج قيمة التوتر الذي شحنت به المكثفة E .

ب- عرف ثابت الزمن τ وماهي قيمته , ثم استنتج سعة المكثفة C_1.



-3 باستعمال قانون جمع التوترات استنتج عبارة التوتر بين طرفي المكثفة u_C بدلالة الزمن t .

-4 احسب قيمة كلا من: الشحنة و الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن .

- نضع البادلة في الوضع $-2-$ فيتشكل تيار انتقالي سريع حتى يحدث التوازن بين المكثفتين .

-1 احسب قيمة الشحنة التي تحتويها كل مكثفة .

-2 استنتج قيمة التوتر الجديد بين طرفي المكثفتين .

-3 احسب الطاقة المخزنة في المكثفين واستنتج مقدار الطاقة الضائعة وفي أي شكل فقدت ؟