لـــــوحة التمارين الثالثة فـــي رحاب الدوال العددية

همسة في أذن كل طالب علم طمح ثم حاول ثم فشل ثم يئس

ـ لا تيأس ..... وكن طموحا ـ

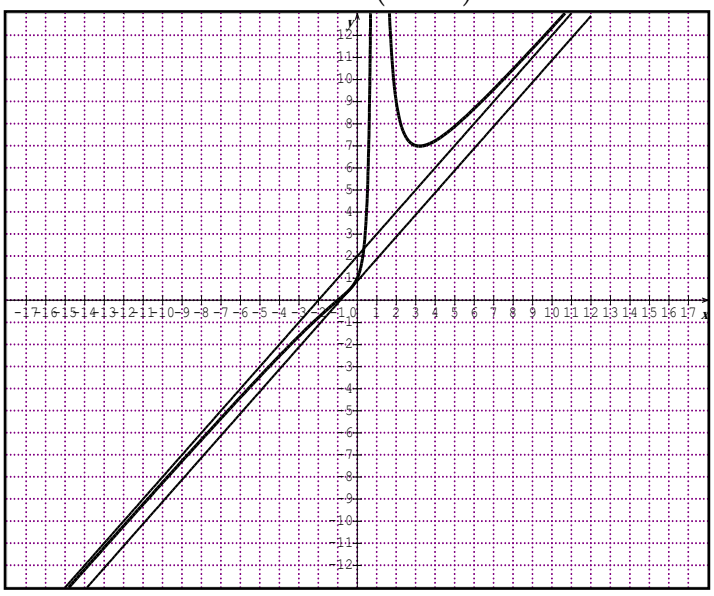
فالناجحون يطمحون، ثم بعد ذلك ينجحون

BAC 2016 — الأستاذ محمد حاقة *King*

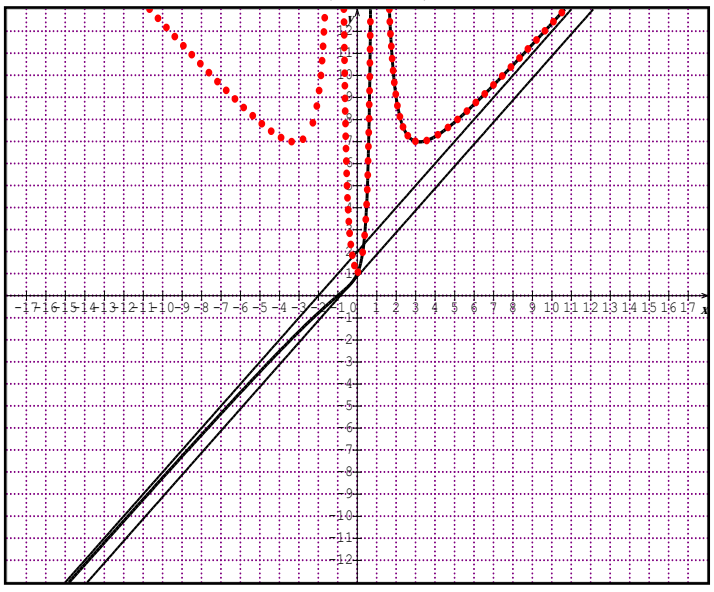
مـــلحق

التمثيل البياني لدالة التمرين الأول من لوحة التمارين الثانية في رحاب الدوال العددية

$$f(x)=\frac{x^3+1}{(x-1)^2}$$



$$h(x)=\frac{|x|^3+1}{(|x|-1)^2}$$



المطلوب:

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلات التالية

(°1 $f(x)=m$ (°2 $f(x)=|m|$ (°3 $f(x)=m^2$ (°4 $f(x)=x+m$

وفي بقية مشوارنا مع الدوال العددية نكمل الأنواع المتبقية من المناقشات البيانية

من خلال تدريسي لمادة الرياضيات عامة ووحدة الدوال العددية خاصة لاحظت أن معظم التلاميذ يتوقفون (أو يكون الخطأ) في دراسة إشارة المشتقة وهذا مما يؤدي إلى خطأ في جدول التغيرات و الرسم و.... الخ. وهذا السبب المباشر في وضعي لهذا الملخص لعلي أكون سببا في التخلص من هذا العائق

أولا: حلول المعادلة: $ax^2+bx+c=0$ حيث $a\neq 0$

إذا كان	$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
حلول المعادلة	لا تقبل حل	حل مضاعف $x_0=-\dfrac{b}{2a}$	حلين هما: $x_0=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ أو $x_0=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
تحلل على الشكل	لا تقبل تحليل	$a\left(x-x_0\right)^2$	$a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$

ثانيـــا : إشـــارتها

إذا كان	فان الإشارة كما يلي
$\Delta<0$	x | $-\infty$ ... $+\infty$ الإشارة | حسب إشارة a
$\Delta=0$	x | $-\infty$ ... x_0 ... $+\infty$ الإشارة | حسب إشارة a | حسب إشارة a
$\Delta>0$	x | $-\infty$ ... x_1 ... x_2 ... $+\infty$ الإشارة | حسب إشارة a | عكس إشارة a | حسب إشارة a

ثالثا : إشـــارة العبارة $ax+b$ حيث $a\neq 0$

x	$-\infty$ ... $x_0=-b/a$ ... $+\infty$
الإشارة	عكس إشارة a | حسب إشارة a

تطبيق: اختبر مدى استعابك للملخص ،عيّن إشارة كل من العبارات التالية

1) $A(x)=(-x^2+7x-6)(x^2+2)$ 2) $B(x)=(x^2-4x-4)(2x-1)$ 3) $C(x)=x^4-2x^2$

تماريـــن الحصـــة

التمرين الأول:

f دالة معرفة بجدول تغيراتها التالي، f' دالتها المشتقة

نقبل أن الدالة f معرفة على $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ بـــ: $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$ ،حيث a ، b و c أعداد حقيقية

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

1°) أحسب $f'(x)$ بدلالة a و c

2°) بالاستعانة بجدول التغيرات، عيّن الأعداد a ، b و c

3°) عيّن: $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ،ثم فسر النتيجة هندسيا

4°) قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$ بالدالة f **مبررا إجابتك**

5°) ما هو عدد حلول المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}$ ؟

6°) نأخذ فيما يلي: $a = 1$ ، $b = 1$ و $c = \frac{1}{4}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$

أ/ عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

ب/ استنتج إشارة $f(x)$ من أجل كل x من D_f

7°) g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـــ: $g(x) = \left[f(x)\right]^2$

أ/ باستعمال مشتق مركب دالتين أحسب $g'(x)$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة g **(دون دراسة تغيراتها)**

التمرين الثاني:

f دالة معرّفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـــ: $f(x) = |x| + \dfrac{4}{x+1}$

1°) أ/ أحسب $\lim\limits_{h \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(h) - f(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{h \xrightarrow{<} 0} \dfrac{f(h) - f(0)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

ب/ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

2°) أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$

3°) أدرس تغيرات الدالة f

3°) أرسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f)

عمل منـــزلـــي

التمرين الأول:

f دالة معرفة بجدول تغيراتها التالي، f' دالتها المشتقة

نقبل أن الدالة f معرفة على $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ بـــ: $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ ،حيث a ، b و c أعداد حقيقية

x	$-\infty$	$\frac{-3}{2}$	-1	$\frac{-1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$\|\|$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-5 ↘	$+\infty$ || $+\infty$	↘	-1 ↗

1°) أحسب $f'(x)$ بدلالة a و c

2°) بالاستعانة بجدول التغيرات، عيّن الأعداد a ، b و c

3°) عيّن: $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -1} f(x)$ ،ثم فسر النتيجة هندسيا

4°) قارن بين صورتي العددين $\dfrac{-1}{2}$ و 0 بالدالة f **مبررا إجابتك**

5°) ما هو عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

6°) نأخذ فيما يلي: $a = 2$ ، $b = -1$ و $c = \dfrac{1}{2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$

أ/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0,3;0,4]$

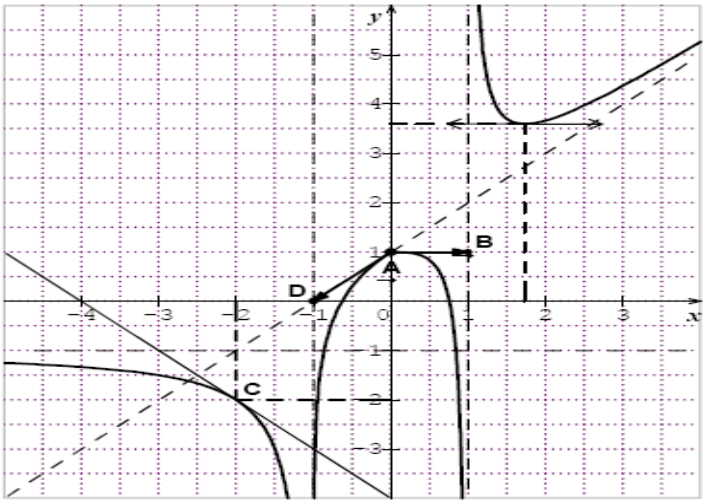
ب/ نأخذ الحل الثاني $\beta \approx -0,8$ ،استنتج إشارة $f(x)$ من أجل كل x من D_f

7°) g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـــ: $g(x) = [f(x)]^2$

أ/ باستعمال مشتق مركب دالتين أحسب $g'(x)$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة g **(دون دراسة تغيراتها)**

التمرين الثاني:



لتكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد متجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$

بقراءة بيانية :

1°) عيّن : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

2°) عيّن : $f'(0)$ و $f'(-2)$ و $f'\left(\dfrac{7}{4}\right)$

3°) هل الدالة f مستمرة وقابلة للاشتقاق عند 0 ؟ **مبررا إجابتك**