ما أروع عقلاً يستهدي ، يسأل ، يتأمل، يتفكر

لوحة تمارين الأولى في رحاب الدوال العددية

إعداد الأستاذ: محمد حاقة　　　　BAC 2016

التمرين الأول

نعتبر الدالة f المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2°) أحسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3°) بيّن أنه من أجل كل x من D ، $f(-x)+f(x)=2$ ،فسر النتيجة هندسيًا

4°) أثبت أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

5°) أ/بيّن أنه من أجل كل x من D فان : $f(x)=x+1+\dfrac{x}{x^2-1}$

ب/ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ)، يطلب تعيين معادلته

6°) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α في المجال $\left[0,7;0,8\right]$

7°) أنشئ (C_f) و (Δ)

8°) g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بــ: $g(x)=f\left(|x|\right)$

أ/ بيّن أن g دالة زوجية

ب/ دون دراسة تغيرات الدالة g ،اشرح كيف يمكن إنشاء تمثيلها البياني ثم أرسمه في نفس المعلم السابق

9°) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي : $h(x)=\left|f(x)\right|$

أرسم منحنى الدالة h انطلاقًا من منحنى الدالة f

10°) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{\alpha\}$ كما يلي: $k(x)=\dfrac{1}{f(x)}$

أ/ أحسب $k'(x)$

ب/شكل جدول تغيرات الدالة k دون دراسة تغيراتها

11°) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m$

12°) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$

التمرين الثاني : الهدف دراسة دالة بواسطة دالة مساعدة

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-3x-4$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α في المجال $\left]2,1;2,3\right[$،ثم استنتج إشارة $g(x)$

II)نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-1,1\right\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ ، (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1°) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ أحسب نهاية الدالة f عند 1 و -1 وفسر النتيجتين بيانيًا.

2°)أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\left\{-1,1\right\}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{\left(x^2-1\right)^2}$

3°) عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، وفسر النتيجة هندسيا

4°) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\left\{-1,1\right\}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

5°) أ/بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\left\{-1,1\right\}$ فان : $f(x)=x+2+\dfrac{x+2}{x^2-1}$

ب/بيّن أن المستقيم ذا المعادلة $y=x+2$ المنحنى مقارب مائل لـــ (C_f)

ج/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المقارب المائل (Δ)

6°) بيّن أن $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha^2+3\alpha+4}{\alpha^2-1}$ ثم استنتج حصرا لـــ $f(\alpha)$

7°) عين فواصل النقط من المنحنى (C_f) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم ذا المعادلة $y=x+2$

8°) اكتب معادلة لكل من هذي المماسات ثم ارسمها

6°) أنشئ (C_f) ، (Δ)

9°) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$

10°) h دالة معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-1,1\right\}$ كما يلي: $h(x)=\left[f(x)\right]^2$

أ/ باستعمال مشتق مركب دالتين أحسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة h دون دراسة تغيراتها

التمرين الثالث : عمل منزلـــــي

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x^2+12x+7$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

3°) أحسب $g(-1)$ واستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II)نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـــ : $f(x)=x+\frac{3}{2}+\frac{1}{2(x+2)^2}$ و (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1°) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2°) أحسب $\lim_{x\xrightarrow{<}-2} f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}-2} f(x)$ ،ثم فسر النتيجة بيانيًا

3°) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+2)^3}$

4°) استنتج اتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها

5°) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α في المجال $[-3,-2,5]$

6°) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+\frac{3}{2}$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$

7°)أنشئ المنحنى (C_f) و (Δ)

8°) ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=m+1$

التمرين الرابع: عمل منزلـــي

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2-8x+16}{x-3}$ ، (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1°) أ/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ أحسب نهاية الدالة f عند 3 وفسر النتيجة بيانيًا.

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{3\}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) أ/ أثبت وجود عددين حقيقيين a و bبحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{3\}$ فان : $f(x)=ax+b+\frac{1}{x-3}$

ب/ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربًا مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

ج/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المقارب المائل (Δ)

4°) عيّن A نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f)

5°) أ/ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي -3 ، يطلب تعيين إحداثيات نقطتي التماس Bو C

ب/ برهن أن النقطتينBو C متناظرتان بالنسبة إلى A

6°) أنشئ (C_f) والمماسين

7°) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي: $g(x)=\frac{x^2-8x+16}{|x-3|}$

أ/ أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$

ب/ ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g اعتمادا على (C_f)

التمرين الخامس

$I)$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$ ،

1°) أ/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) أ/ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

$II)$ - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$

و (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2°) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \dfrac{1}{2}\left(x+1\right) + \dfrac{1-3x}{2\left(2x^2 - 2x + 1\right)}$

ب/ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربًا مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

جــ/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

3°) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{\left(2x^2 - 2x + 1\right)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب/ استنتج اشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f . **(** نأخذ $f(\alpha) \approx -0,1$ **)**

4°) أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

5°) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

6°) لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x) = \dfrac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$

أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \left\{-1\right\}$: $k(x) = f(x) - 2$

ب/ استنتج أن (C_k) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_k)