

لوحة التمارين الثانية في رحاب الدوال العددية

إعداد الأستاذ: محمد حاقّة

BAC 2016

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - 3x^2 - 2$

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

°2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

°3 بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[3, 1; 3, 2]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 + 1}{(x - 1)^2}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسياً.

°4 أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f'(x) = \frac{(x - 1)g(x)}{(x - 1)^4}$

°5 استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

°6 عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة هندسياً

°7 أثبت أن: $f(\alpha) = 3 + \frac{6\alpha}{(\alpha - 1)^2}$ ، ثم جد حصر لـ $f(\alpha)$

°8 أ/بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

°9 برهن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي (Δ) ، يطلب إعطاء معادلة له

°10 أ/ أحسب $f(0)$ ثم فسر النتيجة هندسياً ب/ جد إحداثيات نقطة تقاطع (C_f) مع محور الفواصل

°9 أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f)

°10 ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلتين $f(x) = m$ و $f(x) = x + m$

°11 دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $h(x) = \frac{|x|^3 + 1}{(|x| - 1)^2}$

أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x) - h(0)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x) - h(0)}{x}$ ب/ ماذا تستنتج ج/ فسر النتيجة هندسياً

°12 دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $k(x) = [f(x)]^2$

أ/ أحسب $k'(x)$ (حساب عبارة $k(x)$ غير مطلوب)

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة k ، ثم شكل جدول تغيراتها

عمل منزلي(تأكد أن حلك لهذا التمرين وحدك أقوى برهان على فهمك)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - 3x - 3$

°1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

°2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

°3) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[2; 5]$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1} + 1$ ، (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

°1) أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ب/ أحسب نهاية الدالة f عند 1 و -1 وفسر النتيجة بيانياً.

°2) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$: $f'(x) = \frac{2x.g(x)}{(x^2 - 1)^2}$

°3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

°4) عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة هندسياً

°5) بيّن أن: $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ، ثم جد حصراً للعدد $f(\alpha)$

°6) أ/ بيّن أن المستقيم $y = 2x + 1$: (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المقارب المائل (Δ)

°7) أنشئ (C_f) ، (Δ)

°8) عين فواصل النقط من المنحنى (C_f) التي يكون عندها المماس موازياً للمستقيم (Δ)

°9) اكتب معادلة لكل من هذي المماسات ثم ارسمها

°10) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$

°11) دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ بـ: $h(x) = \frac{2|x|^3 + 3}{|x|^2 - 1}$

أ/ ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند $x_x = 0$ ب/ فسر النتيجة هندسياً

°12) دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ بـ: $k(x) = [f(x)]^2$

أ/ أحسب $k'(x)$ (حساب عبارة $k(x)$ غير مطلوب)

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة k ، ثم شكل جدول تغيراتها

انتهى..... ترقبوا الجديد الحصة القادمة..... الأستاذ: (med^{king})