رياضيات

تقني رياضي

تحضير بكالوريا 2012

إختبار تجريبي في الرياضيات

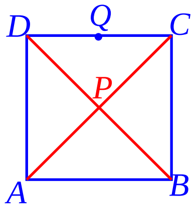
zerrouki school

الأستاذ: ع.زروقي

التمرين الأول :

في المستوي المركّب ، نعتبر المربع $ABCD$ مركزه P حيث $AB=8cm$ و $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)=\frac{\pi}{2}$.

لتكن Q منتصف $[CD]$ و s التشابه المباشر حيث $s(A)=P$ و $s(C)=Q$.



نعتبر المعلم المتعامد والمتجانس $\left(A;\vec{u};\vec{v}\right)$ حيث $\overrightarrow{AB}=8\vec{u}$ و $\overrightarrow{AD}=8\vec{v}$.

1) عيّن لواحق النقط A، C، P و Q.

2) بالتشابه s ، النقطة M ذات اللاحقة z تحوّل إلى النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=\alpha z+\beta$ مع α و β عددن مركّبين. أحسب α و β .

3) انطلاقا من الكتابة المركّبة ، جد قيمتي النسبة k والزاوية θ للتشابه s .

أحسب اللاحقة ω للنقطة Ω مركز التشابه s .

التمرين الثاني:

نعتبر المكعب ABCDEFGH و الذي حرفه 1 .

a عدد حقيقي موجب تماما ، نعتبر النقطة M من نصف المستقيم [AE] المعرف كما يلي $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{a}\overrightarrow{AE}$

1) عين حجم رباعي الوجوه ABDM بدلالة a

2) لتكن K مرجح الجملة $\left\{\left(M;a^2\right);\left(B;1\right);\left(D;1\right)\right\}$

a) عبر عن $\overrightarrow{BK}$ بدلالة $\overrightarrow{BM}$ و $\overrightarrow{BD}$

b) أحسب $\overrightarrow{BK}.\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{BK}.\overrightarrow{AD}$ ثم استنتج أن : $\overrightarrow{BK}.\overrightarrow{MB}=0$

c) بين أن : $\overrightarrow{DK}.\overrightarrow{MB}=0$

d) بين أن : K هو ملتقى ارتفاعات المثلث BDM

3) أثبت المساوتين : $\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{MB}=0$ و $\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{MD}=0$. ماذا تستنتج ؟

4) a) بين أن المثلث BDM متساوي الساقين و أن مساحته $\frac{\sqrt{a^2+2}}{2a}$ وحدة مساحة

b) عين العدد a حتى تكون مساحة BDM تساوي 1 وحدة مساحة . أحسب الطول AK في هذه الحالة

التمرين الثالث :

نعتر المتتاليتين (x_n) و (y_n) حدودهما أعداد طبيعية ، معرفتان بِـــ : $\begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 1 \end{cases}$ و $\begin{cases} x_{n+1} = 2x_n - 1 \\ y_{n+1} = 2y_n + 3 \end{cases}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $x_n = 2^{n+1} + 1$.

2) أ ــ أحسب $p\gcd(x_8, x_9)$ ثم $p\gcd(x_{2002}, x_{2003})$.

ما القول عن العددين x_8 و x_9 وكذلك عن العددين x_{2002} و x_{2003} ؟

ب ــ هل العددين x_n و x_{n+1} أوّليين فيما بينهما من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ؟

3) أ ــ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2x_n - y_n = 5$.

ب ــ عبر عن y_n بدلالة n .

جــ ــ أدرس حسب قيم p ، باقي القسمة الأقليدية للعدد 2^p على 5 .

د ــ نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $d_n = p\gcd(x_n, y_n)$.

برهن أن $d_n = 1$ أو $d_n = 5$ ؛ استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $p\gcd(x_n, y_n) = 1$.

التمرين الرابع :

I . g دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بــ: $g(x) = \dfrac{2x^2}{x^2+1} - \ln(1+x^2)$

1.بين أنه على المجال $]1;+\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ، أعط حصرا لـــ α سعته 10^{-1}.

2.حدّد إشارة $g(x) = 0$ على المجال $[0;+\infty[$.

II . f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بــ: $f(x) = \dfrac{\ln(1+x^2)}{x}$ إذا كان $x > 0$ و $f(0) = 0$

1. أ− ما هي نهاية $\dfrac{f(x) - f(0)}{x}$ عندما يؤول x إلى0؟

ب− استنتج أن f قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و جد معادلة المماس T للمنحني $(\mathcal{C})$ الممثل للدالة f عند النقطة التي فاصلتها0

2.أ−تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $f(x) = 2\dfrac{\ln x}{x} + \dfrac{1}{x}\ln\left(1 + \dfrac{1}{x^2}\right)$ ب− استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

3.أ−بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

ب− استنتج تغيرات الدالة f .

جــ− أنشئ T ثم $(\mathcal{C})$.