الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
المفتشية العامة للبيداغوجيا

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
مديرية التربية لولاية مستغانم

الشعبة : **علوم تجريبية**

اختبار في مادة : الرياضيات
المدة : 3 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقط)

نعتبرفي الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$،النقط $C(0,1,-1)$ ، $A(1,-1,2)$ ، $B(2,0,-1)$

1- بيّن أن النقط A، B و C تعين مستويا.

2- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3- نعتبر المستوي (P) الذي معادلة له : $x+2y+z-1=0$ و (S)سطح كرة التي معادلتها:

$$x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+5=0$$

أ) بيّن أن النقطة $I(2,3,-1)$ مركز (S) و نصف قطرها $R=3$

ب) بيّن أن مسافة النقطة I عن المستوي (P) هي $\sqrt{6}$

ج) أستنتج أن المستوي (P) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (C) نصف قطرها $r=\sqrt{3}$

4- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من I و العمودي على (P)

5- بيّن أن النقطة H(1,1,-2) مركز الدائرة (C) .

التمرين الثاني :(4 نقط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما معرفة على $\mathbb{N}^*$ بــ : $\begin{cases} u_1+u_3=30e \\ \ln u_2-\ln u_4+2\ln 3=0 \end{cases}$

(يشير ln إلى اللوغاريتم النبيري و e أساسها)

1- اوجد الحد الأول u_1 و q أساس (u_n).

2- عبر عن عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3- احسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_1+u_2+u_3...+u_n$

4- (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n=\ln(u_{n+2})+\ln(u_{n+1})$

أ) اكتب v_n بدلالة n ثم بيّن أن (v_n) متتالية حسابية .

ب) عين العدد الطبيعي n بحيث: $v_0+v_1+v_2+...+v_n=12+48\ln 3$

التمرين الثالث : (4 نقط)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-6z+25=0$

2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $a=3+4i$ ، $b=3-4i$ ، $c=2+3i$ و $d=5+6i$

أ) احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A ، C و D في استقامية .

ب) عين العدد g لاحقة G صورة النقطة A بالتحاكي الذي مركزه B ونسبته $\frac{3}{2}$

ج) اكتب على الشكل الأسى العدد المركب $\frac{d-g}{a-g}$ ثم أستنتج أن $GD=\frac{\sqrt{2}}{2}GA$

التمرين الرابع: (8 نقط)

I) g دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بـــ : $g(x)=x^2-2+\ln x$

1- أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $\left[1,\frac{3}{2}\right]$

3- أستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2+1-\ln x}{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- بيّن أن لكل x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f

2- أحسب نهاية الدالة f عند 0 وعند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3- بيّن أن المستقيم $(\Delta):y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) ثم أدرس الوضعية النسبية لـــ: (C_f) و (Δ)

4- بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha-\frac{1}{\alpha}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5- ارسم (C_f) و (Δ) .

6- أ) جد الدالة الأصلية للدالة : $x\mapsto(1-\ln x)\frac{1}{x}$ و التي تنعدم من أجل $x=e$.

ب) أحسب المساحة $S(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$, $x=\alpha$ $y=x$, حيث α العدد المشار إليه في الجزء I)

ج - تحقق أن: $S(\alpha)=\frac{\alpha^2(2-\alpha^2)}{2}$ $(u.a)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_0=1$ و $U_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+\frac{4}{3}$

1- أ) ارسم في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المنحني (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.

ب) مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 و U_2 (دون حساب الحدود)

ج) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

2- أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $1\le U_n<4$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) على $\mathbb{N}$.

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $V_n=U_n+\alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم

أ) عين قيمة α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول V_0

4- نفرض فيما يلي، من اجل $\alpha=-4$، أن المتتالية (V_n) هندسية .

أ) اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

ب) تحقق من صحة تخمينك حول تقارب المتتالية (U_n)

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=U_0+U_1+....+U_n$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z حيث: $P(z)=z^3-6z^2+12z-16$

1- أ) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث $P(z)=(z-4)(z^2+\alpha z+\beta)$ من اجل كل z .

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2 في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقطتين A و B لاحقتيهما $a=1+i\sqrt{3}$ و $b=1-i\sqrt{3}$ على الترتيب .

أ) عين طبيعة المثلث OAB .

ب) أحسب $(a-b)^{2011}$ وأكتبه على الشكل الأسى .

3 - أوجد لاحقة مرجح الجملة $\{(A;1);(B,1);(C,-3)\}$ حيث C نقطة لاحقتها $z_C=4$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لتكن النقط $A(2,1,-1)$ ، $B(-1,2,4)$ ، $C(0,-2,3)$ و $D(1,1,-2)$ والمستوي (P) الذي معادلة

له: $x-2y+z+1=0$

أذكر إن كان الجواب صحيحا أم خاطئا معللا إجابتك:

1. النقط A ، B و C تعين مستويا
2. المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P)
3. معادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x+8y-z-11=0$
4. تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AC) هو: $t\in R$ $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2+3t \\ z = 3-4t \end{cases}$
5. سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ تمس المستوي (P)

التمرين الرابع: (08 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=3cm)$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x-\frac{1}{1+e^x}$ و (C) تمثيلها البياني .

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. بين أن: $f'(x)>0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب $y=x$ و $y=x-1$
4. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C)ولكل من المستقيمين (Δ) و (Δ').
5. اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<\frac{1}{2}$.
6. بين أن $I(0;-\frac{1}{2})$ مركز تناظر للمنحنى (C)ثم أكتب معادلة المماس (T)لــ (C) عند النقطة I.
7. أنشئ المستقيمات المقاربة ، المماس (T) و (C_f) .
8. باستعمال المنحنى البياني، عين قيم m الحقيقية حتى تقبل المعادلة : $me^x+m+1=0$ حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.
9. تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=x-\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ ثم استنتج دالة أصلية لــ f على $\mathbb{R}$

أحسب بالسنتيمتر المربع $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\alpha$ و $x=2$ (حيث α العدد المشار إليه في السؤال 5)