

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

## وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية باتنة

ثانويات / ع لغرور - م بن بولعيد

ص الدين الأيوبي - ب الإبراهيمي (باتنة)

ثانويتي/مروانة

بكالوريا تجريبية دورة ماي 2011

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعات و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

اجب على أحد الموضوعين التاليين

### الموضوع الأول

التمرين 01 : (5,5 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  وحدة الطول هي  $4cm$ .

لتكن النقطتان  $A$  و  $B$  اللتان لاحقتاهما على الترتيب  $z_A = -i$  و  $z_B = e^{i\frac{5\pi}{6}}$ .

1 / ليكن  $R$  الدوران الذي مركزه النقطة  $O$  وزاويته  $(-\frac{2\pi}{3})$  و لتكن النقطة  $C$  صورة النقطة  $B$  بالدوران  $R$ .

أ ) اكتب العبارة المركبة للدوران  $R$ .

ب ) بين أن لاحقة النقطة  $C$  هي  $z_C = e^{i\frac{\pi}{6}}$ .

جـ ) اكتب كلا من  $z_B$  و  $z_C$  على الشكل الجبري.

د ) بين أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تنتمي إلى دائرة واحدة  $(\gamma)$  مركزها  $O$  ، يطلب تعيين نصف قطرها  $r$ .

ثم ارسم  $(\gamma)$  و علم بدقة النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  في المعلم السابق.

2 / أ ) احسب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  و اكتبه على شكل أسي.

ب ) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

جـ )  $\theta$  عدد حقيقي، عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $Z$  بحيث  $iz - 1 = e^{i\theta}$  لما  $\theta$  يتغير في  $\mathbb{R}$ .

التمرين 02 : (5,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(-3; 2; -1)$  ،  $B(-1; 2; 1)$  ،

$C(-4; 6; 0)$  و المستوي  $(P)$  حيث  $2x + y - 2z + 2 = 0$  معادلة له.

1 / أ ) تحقق أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعين مستو.

ب ) تحقق أن المستوي  $(ABC)$  هو المستوي  $(P)$ .

جـ ) بين أن المثلث  $ABC$  قائم في  $A$ .

- 2 / أ) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(d)$  العمودي على المستوى  $(P)$  و يشمل النقطة  $O$  .  
 ب) عين احداثيات النقطة  $H$  مسقط النقطة  $O$  على المستوى  $(P)$  و احسب  $OH$  .  
 جـ) احسب  $V$  حجم رباعي الوجوه  $OABC$  .

### التمرين 03 : (9 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  وحدة الطول هي  $2cm$  .  
 نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x \ln(x+1)$  و ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني و  $(\Delta)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  .  
 I / 1 / احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  .

2 / بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  يكون  $(x+1) \ln(x+1) + x \geq 0$  .

3 / ادرس تغيرات الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها .

4 / حل في المجال  $[0; +\infty[$  المعادلة  $f(x) = x$  و فسر النتيجة بيانياً .

5 / احسب  $f(0)$  ،  $f(1)$  و  $f(2)$  و ارسم  $(\Delta)$  و  $(C)$  .

6 / أ) أثبت أن الدالة  $F$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ :  $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right) \ln(x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$  .

ب) احسب بـ  $cm^2$  المساحة  $S$  تحت المنحني  $(C)$  بين العددين  $0$  و  $e-1$  ، تعطى النتيجة مدورة إلى  $10^{-1}$

II) نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :  $u_0 = \frac{3}{2}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$  ،

1 / باستعمال المنحني  $(C)$  و المستقيم  $(\Delta)$  عين على المحور  $(OX)$  الحدود  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$  ،  $u_4$  ،  $u_5$  .

2 / ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ؟

3 / برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq u_n \leq e-1$  .

4 / ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  .

5 / استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة و احسب نهايتها .

## الموضوع الثاني

### التمرين 01 : ( 4,5 ن )

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $C(0; -2; 3)$  ،  $B(-1; 2; 4)$  ،  $A(2; 1; -1)$  و  $D(1; 1; -2)$  و المستوي  $(P)$  حيث  $x - 2y + z + 1 = 0$  معادلة له .
- اجب بـ : صحيح أو خاطيء على المقترحات التالية :
- 1 / النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعين مستوي .
  - 2 / المستقيم  $(AC)$  محتوي في المستوي  $(P)$  .
  - 3 / المعادلة  $x + 8y - z - 11 = 0$  هي معادلة للمستوي  $(ABD)$  .
  - 4 / الجملة  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3t + 2 \\ z = -4t + 3 \end{cases}$  حيث  $t$  عدد حقيقي هي تمثيل وسيطي للمستقيم  $(AC)$  .
  - 5 / المسافة بين النقط  $C$  و المستوي  $(P)$  تساوي  $4\sqrt{6}$  .
  - 6 / النقط  $E\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$  هي المسقط العمودي للنقط  $C$  على المستوي  $(P)$  .

### التمرين 02 : ( 5,5 ن )

- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة  $(E)$  ذات المجهول  $z$  التالية :  $z^2 - 2z + 10 = 0 \dots (E)$
- 1 / حل في  $C$  المعادلة  $(E)$  .
  - 2 / في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  و  $D$  التي لواحقها على الترتيب  $z_A = 2 + i$  ،  $z_B = 1 + 3i$  ،  $z_C = -3 + i$  ،  $z_D = 1 - 3i$  .
  - أ ) احسب العدد المركب  $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$  و اكتبه على شكل أسي و استنتج أن المثلث  $ABC$  قائم في  $B$  .
  - ب ) اكتب العبارة المركبة للتشابه  $S$  الذي مركزه  $B$  و يحول  $A$  إلى  $C$  .
  - جـ ) عين  $Z_E$  لاحقة النقط  $E$  بحيث تكون النقط  $D$  صورة  $E$  بالتشابه  $S$  .
  - 3 / أ ) عين لاحقة النقط  $F$  بحيث يكون  $\overline{OB} = 2\overline{AF}$  .
  - ب ) أثبت أن النقط  $B$  هي مرجع النقط  $O$  ،  $A$  و  $F$  مرفقة بمعاملات ، يطلب تعيينها .
  - جـ ) علم النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ،  $D$  و  $E$  في المعلم السابق .



**التمرين 03 : (3,5)**

نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة بـ :  $v_0 = \frac{1}{2}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n + 1$

- ولتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$  ،  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم التعامد و المتجانس  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  ،  $(d)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  .
- 1 / حل في المجال  $[0; +\infty[$  للمعادلة  $f(x) = x$  و فسر النتيجة بيانيا .
- 2 / باستعمال المنحني  $(C)$  و المستقيم  $(d)$  عين على المحور  $(OX)$  الحدود  $v_0$  ،  $v_1$  ،  $v_2$  ،  $v_3$  .
- 3 / ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية  $(v_n)$  ؟
- 4 / برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n < 3$  .
- 5 / ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(v_n)$  و استنتج أنها متقاربة و احسب نهايتها .

**التمرين 04 : (6,5)**

(I) لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  ، المعرفة على المجال  $]-\infty; +\infty[$  بـ :  $f(x) = (2x-1)e^{x-1} + 4$  و ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  .

1 / أ ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  .

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f(x) = \frac{2}{e}xe^x - \frac{1}{e}e^x + 4$  ،

جـ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و فسر النتيجة هندسيا .

2 / أ ) احسب  $f'(x)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ، و استنتج اتجاه تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; +\infty[$  .

ب ) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

جـ) بين أن المعادلة  $f(x) = 6$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $\alpha \in ]1; 2[$  .

د ) ارسم  $(C)$  في المعلم السابق .

(II) نعتبر الدالة  $F$  المعرفة على المجال  $]-\infty; +\infty[$  بـ :  $F(x) = (2x-3)e^{x-1} + 4x$

1 / بين أن الدالة  $F$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; +\infty[$  .

2 / احسب بوحدة المساحة ، المساحة  $S$  للحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C)$  و المستقيمت التي معادلاتها  $x = -2$  ،  $x = 0$  ،  $y = 4$  . تعطى القيمة المضبوطة للمساحة  $S$  و القيمة مدورة إلى  $10^{-2}$  .