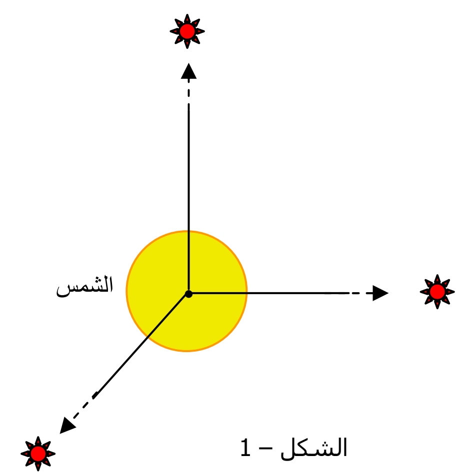
المعلم الغاليلي والمعلم غير الغاليلي

هل يمكن تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم غير غاليلي ؟

إن أحسن معلم ثابت (غاليلي) هو معلم Copernic ، أي المعلم الهيليومركزي (الشكل – 1) .
هذا المعلم مبدؤه هو مركز الشمس ومحاوره متجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة . هذه النجوم نعتبرها ثابتة لأن منذ أن بدأ العلماء يفكّرون في هذا الموضوع وهذه النجوم ما زالت في أماكنها حسب مقاييس هؤلاء العلماء طبعا ...



الشكل – 1

إذا طبقنا القانون الثاني لنيوتن على حركة جسم (S) في هذا المعلم **وكتبنا** :

$\sum \vec{F}_{ext} = m_s\, \vec{a}_{/\Re_0}$ ، حيث $\vec{a}_{/\Re_0}$ هو تسارع الجسم في المعلم $\Re_0$ ، أي الشمسي مركزي ، فإننا نحصل على نتائج جد دقيقة ، لأنه لا توجد أي قوى أخرى غير طبيعية (سنعرفها فيما يلي) تؤثر على الجسم ، حيث أن $\sum \vec{F}_{ext}$ كلها طبيعية .

لنفرض جدلا أننا طبقنا القانون الثاني لنيوتن في معلم آخر $\Re$ ، مع العلم أن هذا المعلم يتحرك بسرعة $\vec{V}$ بالنسبة للمعلم $\Re_0$.

في هذه الحالة تكون سرعة الجسم بالنسبة للمعلم $\Re_0$ مجموع سرعته بالنسبة للمعلم $\Re$ وسرعة المعلم $\Re$ بالنسبة للمعلم $\Re_0$ ، أي :

$$\vec{v}_{s/\Re_0} = \vec{v}_{s/\Re} + \vec{v}_{\Re/\Re_0}$$

ومنه $\vec{v}_{s/\Re} = \vec{v}_{s/\Re_0} - \vec{v}_{\Re/\Re_0}$ (1)

- إذا كان المعلم $\Re$ لا يتحرك بالنسبة للمعلم $\Re_0$ ، هذا يعني أن $\vec{v}_{\Re/\Re_0} = 0$ ، وبالتالي يصبح لدينا : $\vec{v}_{s/\Re} = \vec{v}_{s/\Re_0}$ ، وإذا قمنا باشتقاق طرفي هذه العلاقة بالنسبة للزمن $\frac{d\vec{v}_{s/\Re_0}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{s/\Re}}{dt}$ نحصل على : $\vec{a}_{/\Re} = \vec{a}_{/\Re_0}$ ، أي أن تسارع الجسم في المعلمين هو نفسه ، وبالتالي يمكن أن نكتب $\sum \vec{F}_{ext} = m_s\, \vec{a}_{/\Re}$ ، **ويُعتبر المعلم $\Re$ غاليليا** .
- إذا كان المعلم $\Re$ يتحرك بالنسبة للمعلم $\Re_0$ ، هذا يعني أن $\vec{v}_{\Re/\Re_0} \neq 0$. نقوم باشتقاق طرفي العلاقة (1) .

$\frac{d\vec{v}_{s/\Re}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{s/\Re_0}}{dt} - \frac{d\vec{v}_{\Re/\Re_0}}{dt}$ ، نفحص الحالات التالية :

1 - حركة $\Re$ بالنسبة لـ $\Re_0$ مستقيمة متغيرة : هذا يعني أن $\frac{d\vec{v}_{\Re/\Re_0}}{dt} \neq 0$ ، أي أن $\vec{a}_{/\Re} \neq \vec{a}_{/\Re_0}$ ، ومنه الكتابة $\sum \vec{F}_{ext} = m_s\, \vec{a}_{/\Re}$ تكون غير صحيحة ، وبالتالي **لا نعتبر $\Re$ معلما غاليليا** .

2 - حركة $\Re$ بالنسبة لـ $\Re_0$ مستقيمة منتظمة : هذا يعني أن $\frac{d\vec{v}_{\Re/\Re_0}}{dt} = 0$ (لأن تسارع الحركة المنتظمة معدوم) ، أي أن $\vec{a}_{/\Re} = \vec{a}_{/\Re_0}$ ، ومنه الكتابة $\sum \vec{F}_{ext} = m_s\, \vec{a}_{/\Re}$ تكون صحيحة ، وبالتالي **نعتبر المعلم $\Re$ غاليليا** .

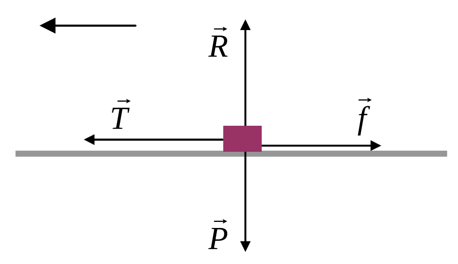
3 - حركة $\Re$ بالنسبة لـ $\Re_0$ دائرية منتظمة : هذا يعني أن $\frac{d\vec{v}_{\Re/\Re_0}}{dt} \neq 0$ (مشتق شعاع السرعة في حركة دائرية منتظمة غير معدوم ، لأن منحى الشعاع يتغير ، لكن مشتق طويلة السرعة يكون معدوما والذي يمثل طويلة التسارع المماسي) .
أي أن $\vec{a}_{/\Re} \neq \vec{a}_{/\Re_0}$ ، ومنه الكتابة $\sum \vec{F}_{ext} = m_s\, \vec{a}_{/\Re}$ تكون غير صحيحة ، وبالتالي **لا نعتبر المعلم $\Re$ غاليليا** .

كل معلم يتحرك حركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم غاليلي يُعتبر معلما غاليليا كذلك

مـا هي القوى التي تُطبّق على جملة ؟

- إذا كان المعلم غـاليليا :
  - القوى الطبيعية فقط

مثلا : نجرّ جسما بواسطة خيط على طاولة خشنة (الشكل - 2) .



الشكل – 2

القوى الطبيعية في هذه الحـالة هي :

- قوة الثقل
- قوة توتر الخيط
- قوة تأثير الطاولة على الجسم
- قوة احتكاك الجسم مع الطاولة

فنكتب في هذا المعلم الغاليلي ، وليكن $\Re_0$: $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P}+\vec{R}+\vec{T}+\vec{f} = m\vec{a}_{/\Re_0}$

- إذا لم يكن المعلم غـاليليا :
  - القوى الطبيعية
  - القوى غير الطبيعية ، وهذه القوى ناتجة عن :
    - ♦ حركة المعلم غير الغـاليلي بالنسبة للمعلم الغاليلي .
    - ♦ حركة الجسم في المعلم غير الغـاليلي .

فنكتب في المعلم غير الغاليلي : $\sum \vec{F}_{ext} + \vec{F}_i = m\vec{a}_{/\Re}$ ، حيث $\vec{F}_i$ هي القوى غير الطبيعية ، وتسمى قوى العطالة ، ومن بينها القوة التي نسميها قوة الطرد المركزي .

يمكن تطبيق شكل القانون الثاني لنيوتن على جملة ميكانيكية في أي معلم كان ، لكن باختيار مناسب للقوى المؤثرة على هذه الجملة ، لكن لا نكتب $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ إلا في معلم غاليلي .

هل نعتبر المعلم الجيو مركزي (مركزي أرضي) معلما غاليليا ؟

محاور المعلمين شمسي مركزي وأرضي مركزي متوازية مثنى مثنى (الشكل – 3) .

نعلم أن الأرض تدور حول الشمس مستغرقة في دورة كاملة حوالي 365 jrs ، أي 8760 h .

للتبسيط نعتبر المسار دائريا ونحسب الزاوية التي يمسحها r الواصل بين مركزي الأرض والشمس خلال ساعة واحدة .

$$\alpha = \frac{360}{8760} = 0,041° \approx 7\times 10^{-4}\, rd$$.

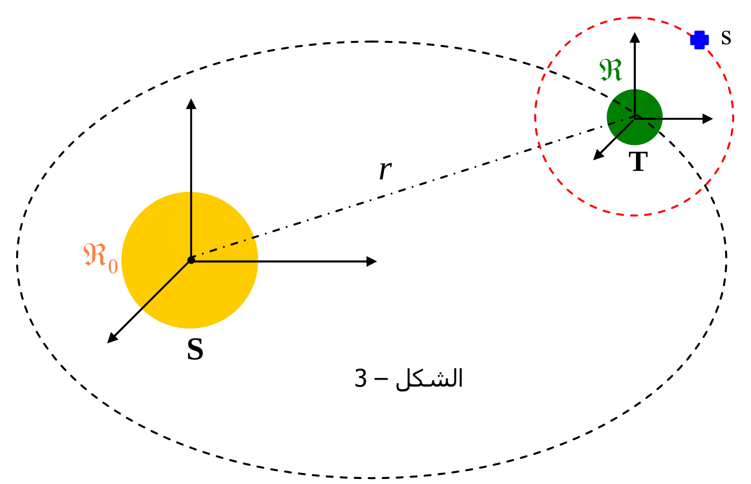
القوس الذي يقطعه مركز الشمس على المدار $\widehat{S} = r\times\alpha = 151000000\times 7\times 10^{-4} = 105700\, km$

المسافة r هي بين مركزي الأرض والشمس .

لو قارنا هذه المسافة مع طول المسار ، نجد أن هذه المسافة $\widehat{S}$ لا تمثل إلا $0,01\,\%$ من طول المسار .

(طول المسار هو محيط دائرة $2\pi r$)

إذن يمكن اعتبار هذا القوس قطعة مستقيمة، وبالتالي لا يتغير خلالها شعاع سرعة مركز الأرض ، وبذلك نعتبر حركة الأرض حول الشمس خلال هذه المدة مستقيمة منتظمة .

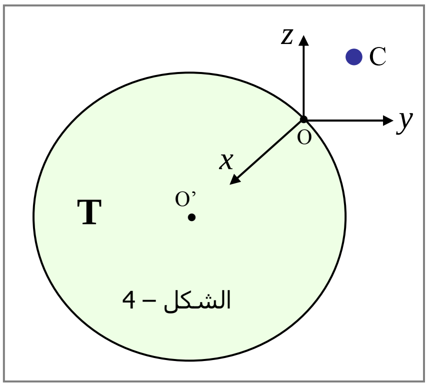


الشكل – 3

في مدة زمنية من رتبة الساعات يمكن اعتبار المعلم المركزي أرضي معلما غاليليا .

هل نعتبر المعلم السطحي أرضي معلما غاليايا ؟

تنجز الأرض حول نفسها دورة كاملة خلال 24 h . نحسب الزاوية التي يمسحها المحور O'O الواصل بين مركز الأرض ومبدأ المعلم السطحي أرضي ، وذلك خلال ساعة . (الشكل – 4) .



الشكل – 4

$\alpha = \dfrac{360}{24} = 15° = 0,26\,rd$.

نحسب القوس الذي يحصر هذه الزاوية : $\hat{S} = R \times \alpha = 6400 \times 0,26 = 1664\,km$

حيث $R = 6400\,km$ هو نصف قطر الأرض .

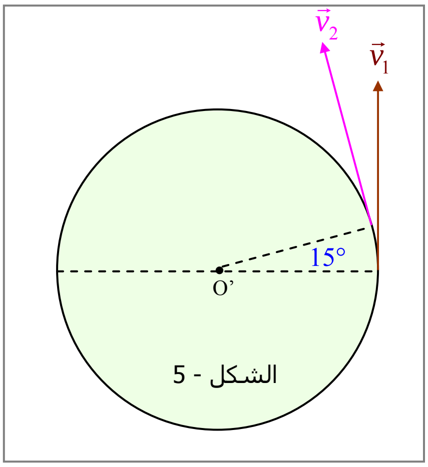
إن المسافة $\hat{S} = 1664\,km$ تمثّل $4\,\%$ من طول المسار

لا يمكن اعتبار المعلم (Ox, Oy, Oz) غاليليا ، لأنه لا يمكن أن نساوي بين القوس والخط الواصل بين وضعيتين مختلفتين لـ O .

فإذا فعلنا ذلك كأننا اعتبرنا الشعاعين $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_1$ متوازيين (الشكل – 5) .

فإذا أردنا أن ندرس مثلا حركة جسم C يسقط سقوطا حقيقيا بجوار سطح الأرض ونطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم (Ox, Oy, Oz) وكتبنا : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{\pi} = m\vec{a}$

فإن هذه الكتابة تكون غير دقيقة .



الشكل - 5

متى تكون هذه الكتابة دقيقة ؟

نحسب الزاوية التي يمسحها المحور O'O خلال دقيقة واحدة

$\beta = \dfrac{15}{60} = 0,25° = 4,3 \times 10^{-3}\,rd$

القوس المقابل لهذه الزاوية هو $\hat{S} = R \times \beta = 6400 \times 4,3 \times 10^{-3} = 27,5\,km$

إن هذه المسافة تمثّل $0,07\,\%$ من طول المســار .

في مدة زمنية من رتبة الدقائق يمكن اعتبار المعلم سطحي أرضي معلما غاليليا .

ملاحظة : لقد اعتبرنا النقطة O بجوار مستوي خط الاستواء ، وتكون الدراسة مماثلة بالنسبة لنقط أخرى على سطح الأرض .

كيف ندرس حركة قمر صناعي في معلم جيو مركزي ونستنتج سرعته المدارية ؟

في المعلم جيو مركزي لا يخضع القمر الصناعي إلا للقوة التي طويلتها $F_{T/S} = G\dfrac{m_S M_T}{r^2}$ (الشكل – 6) .

يُكتب شعاع هذه القوة في المعلم جيو مركزي كما يلي : $\vec{F}_{T/S} = -G\dfrac{m_S M_T}{r^2}\vec{u}$ ، حيث $\vec{u}$ هو شعـاع الوحدة في هذا المعلم .

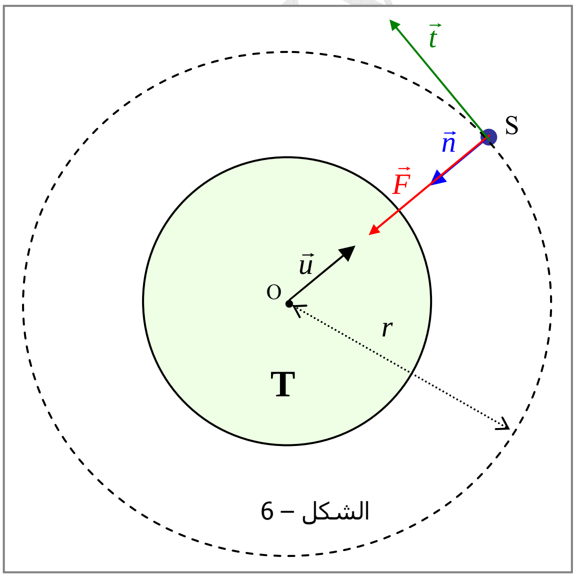
يمكن أن نكتب عبارة شعـاع هذه القوة في معلم فريني الذي شعاعاه وحدته

هما $(\vec{n}, \vec{t})$: $\vec{F}_{T/S} = 0\,\vec{t} + G\dfrac{m_S M_T}{r^2}\vec{n}$ لأن مركبتا $\vec{F}_{T/S}$ في معلم فريني

هما $\left(0\ ;\ G\dfrac{m_S M_T}{r^2}\right)$

وبالتالي $G\dfrac{m_S M_T}{r^2} = m_S\, a_n = m_S\dfrac{v^2}{r}$ ، حيث a_n هو التسارع الناظمي .

$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$$



الشكل – 6