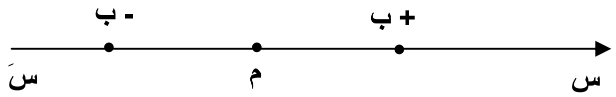
من أجل فهم الحركة المستقيمة الجيبية

عزيزي التلميذ ... هذه المعلومات التي أقدّمها لك لا تُعوّض الدرس الذي يقدمه لك أستاذك ، لكنها تساعدك كثيرا على فهم ذلك الدرس

- الحركة المستقيمة الجيبية هي حركة ذهاب وإياب حول وضع توازن .

ليست كل حركة ذهاب وإياب هي حركة جيبية .



مثال

تتحرك الكرة من (جـ) إلى (هـ) ، ثم من (هـ) إلى (جـ) ، وهكذا ذهابا وإيابا . رغم ذلك فحركتها ليست جيبية . (سنفهم السبب أكثر في الدراسة التحريكية في درس لاحق)

- **المعادلات الزمنية**

س = ب جب (ي ز + ص)

سر = ب ي تجب (ي ز + ص)

تع = - ب ي^2 جب (ي ز + ص) = - ي^2 س

- إذا طُلب منك كتابة معادلة زمنية لحركة مستقيمة جيبية ، يُمكنك أن تكتب : س = ب جب (ي ز + ص) أو س = ب تجب (ي ز + ص) ، ثم تحدّد السعة (ب) والنبض (ي) والصفحة الابتدائية (ص) .

- إذا أعطيت لك معادلة حركة جيبية ، مثلا : س = 5 تجب (10 ز + $\frac{\pi}{2}$) ، وطُلب منك استنتاج الصفحة الابتدائية ، ما عليك إلا أن تكتب : ص = $\frac{\pi}{2}$ راد .

- إذا أعطيت لك معادلة حركة جيبية ، مثلا : س = 5 جب (10 ز + $\frac{\pi}{2}$) ، وطُلب منك استنتاج الصفحة الابتدائية ، تكتب : ص = $\frac{\pi}{2}$ راد .

- ربما طرحت على نفسك السؤال التالي : هذه الحركة مستقيمة ، إذن ما معنى هذه الزاوية (ي ز + ص) ؟ أين هي هذه الزاوية ؟

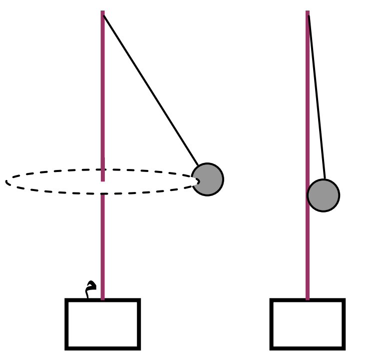
حتى أحلّ لك هذه المشكلة ، أقدّم لك مثالا بسيطا :

خيط يحمل كرة صغيرة ومعلّق في جذع محرك .

عندما يدور المحرك بسرعة زاوية ثابتة ترسم الكرة دائرة .

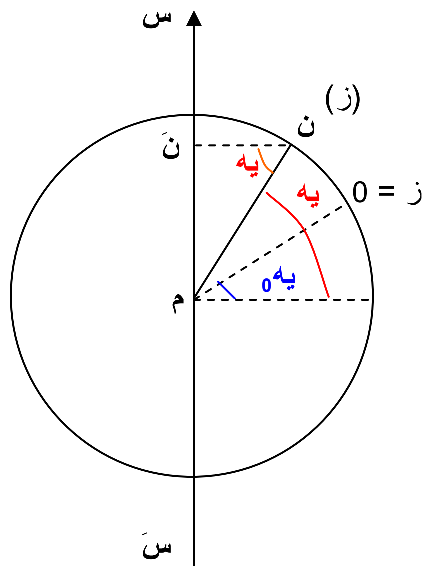
لو أسقطنا ضوء مصباح على هذا الجهاز ووضعنا خلفه شاشة ، ماذا نلاحظ على هذه الشاشة ؟

نلاحظ خيال الكرة يتحرك على قطعة مستقيمة أفقية ذهابا وإيابا (حركة مستقيمة جيبية وضع توازنها هو مسقط النقطة م على الشاشة)



أثناء الدوران   قبل الدوران

الكرة هي (ن) ، أما (نَ) هي خيال الكرة على الشاشة ، حيث فاصلتها هي (س) على المحور (سَ م س) ، ويتحرك بين الفاصلتين س= + نق و س = - نق (نق هو نصف قطر الدائرة) .



للكرة حركة دائرية منتظمة (تذكر الجذع المشترك) ،

معادلتها الزمنية : يه = سه ز + يه$_0$ (1)

جب يه = $\frac{\text{س}}{\text{م ن}}$ ، (م ن = نق)

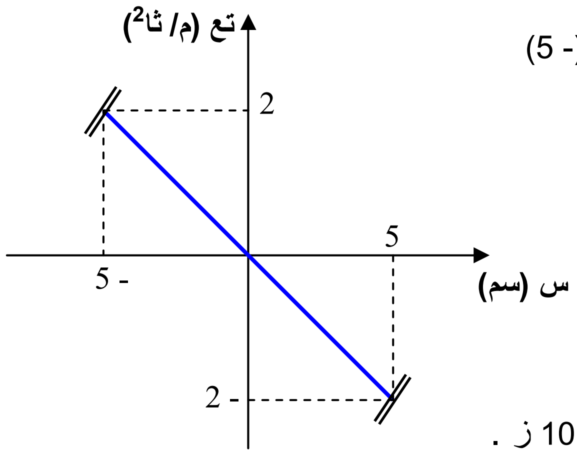
باستعمال العلاقة (1) ، نكتب : س = نق جب (سه ز + يه$_0$)

ألا تلاحظ أن حركة الخيال من الشكل س = ب جب (ي ز + ص) ؟

الحركة المستقيمة الجيبية هي مسقط لحركة دائرية منتظمة على أحد المحورين (سَ م س) أو (عَ م ع) .

• في البيان العلاقة التي مثلناها هي تع = - ي^2 س (2)

حسب العلاقة ، ميل هذا المستقيم هو (- ي^2)



أعظم قيمة للتسارع هي : ب ي^2 = 2 ، توافق س = - 5 سم

نعوض في العلاقة (2) : ب ي^2 = - ي^2 س ، ومنه ب = - س = - (- 5)

ومنه ب = 5 سم .

إذن دائما قيمة (س) التي توافق أعظم قيمة للتسارع هي سعة الحركة بدون الآشارة (-) .

انتبه : السعة هي عدد موجب دائما . يجب التفريق بين فاصلة المتحرك (مطال المتحرك) وسعته (المطال الأعظمي) .

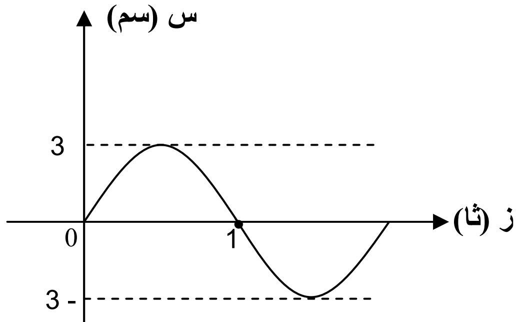
أفسّر لك هذا : مثلا المعادلة الزمنية لحركة مستقيمة س = - 6 جب 10 ز .

هذا لا يُعني أن الفاصلة الابتدائية ص = 0 .

يجب أن نكتب دائما المعادلة بحيث يكون العدد قبل (جب) موجبا ، أي : س = 6 جب (10 ز + π) ، ومنه الصفحة الابتدائية هي ص = π راد .

• لما يُطلب منك حساب المسافة التي قطعها المتحرك خلال مدّة زمنية (طبعا لا توجد علاقة رياضية تجمع بين المسافة المقطوعة والمدة الزمنية اللازمة لقطعها) ، في هذه الحالة نقسّم الزمن على دور الحركة لنجد عدد الأدوار المحتواة في هذه المدة الزمنية . ونعلم أن المتحرك يقطع المسافة (4 ب) خلال كل دور ، وبعلاقة ثلاثية نجد المطلوب .

• كيف نستخرج المعادلة الزمنية من مخطط الحركة ؟



الشكل (1)

الشكل – 1

ب = 3 سم

د = 2 ثا ، ي = $\frac{2\pi}{د}$ = π راد/ ثا .

عندما ز = 0 فإن س = 0 ، وبالتالي :

0 = ب جب ص .   حلول هذه المعادلة :

ص = 0 + 2π ك   أو ص = π + 2 π ك   (لما نحسب ص نأخذ دائما ك = 0)

ص = 0
أو
ص = π

مباشرة بعد اللحظة ز = 0 نلاحظ على البيان أن الفواصل تزداد ، إذن عند اللحظة ز = 0 كان المتحرك متجها نحو المطالات المتزايدة ، أي سـر > 0 .

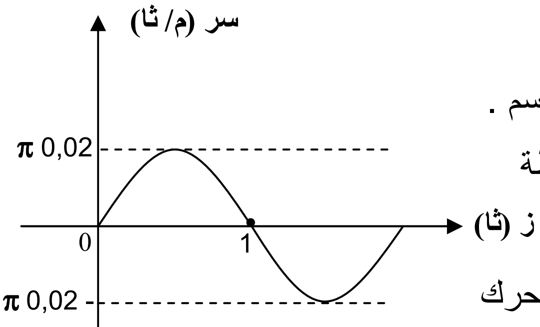
عندما ز = 0 فإن سر = ب ي تجب ص

إذا كانت ص = 0 فإن سر = ب ي ، (ب ي > 0 ، لأن السعة موجبة والنبض موجب)

إذا كانت ص = π فإن سر = - ب ي . مرفوضة لأن السرعة سالبة في هذه الحالة .

المعادلة الزمنية هي : س = 3 جب π ز   (سم)

الشكل – 2



الشكل (2)

ب ي = 0,02 π م/ ثا   (1)

د = 2 ثا ، ومنه ي = π راد/ ثا . وبالتعويض في (1) نجد : ب = 2 سم .

في اللحظة ز = 0 لدينا سر = 0 ، معنى هذا أن المتحرك في هذه اللحظة كان موجودا إما في الفاصلة س = + ب ، أو في الفاصلة س = - ب

نلاحظ في البيان أن بعد اللحظة ز = 0 تصبح السرعة موجبة ، إذن المتحرك كان في الفاصلة س = - ب (هو الآن يبدأ في الجهة الموجبة للمحور)

بالتعويض في المعادلة الزمنية ز = 0 ، س = - ب ، نكتب :

- ب = ب جب ص ، ومنه ص = $\frac{3\pi}{2}$ راد .

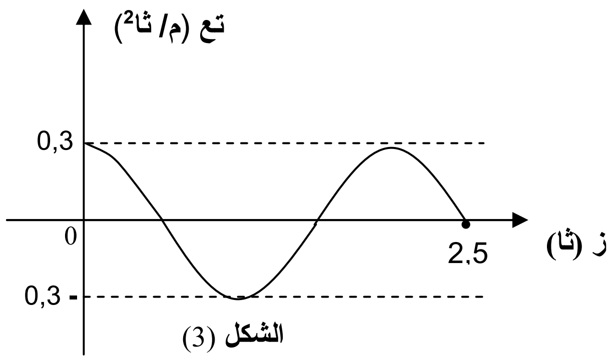
المعادلة هي : س = 2 جب (π ز + $\frac{3\pi}{2}$)   (سم)

الشكل – 3

ب ي^2 = 0,3 م/ ثا^2

1,25 د = 2,5 ، ومنه د = 2 ثا ، وبالتالي ي = π راد/ ثا

ب π^2 = 0,3 ، ومنه ب ≈ 3 سم .



الشكل (3)

تع = - ب ي^2 جب (ي ز + ص)

عند اللحظة ز = 0 يكون التسارع أعظميا (تع = ب ي^2 = 0,3 م/ ثا^2)

نعوّض في معادلة التسارع : ب ي^2 = - ب ي^2 جب ص

ومنه جب ص = - 1 ⇐ ص = $\frac{3\pi}{2}$ راد .

أو نقول : في اللحظة ز = 0 كان تسارع المتحرك أعظميا موجبا ، أي أنه كان في الفاصلة س = - ب

(لأن تع = - ي^2 س) ، ونكتب : - ب = ب جب ص ، وبالتالي ص = $\frac{3\pi}{2}$ راد .

المعادلة هي : س = 3 جب (π ز + $\frac{3\pi}{2}$) (سم)

- **العلاقة بين السرعة و الفاصلة** (علاقة مستقلة عن الزمن)

لدينا : س= ب جب (ي ز + ص) (1)

سر = ب ي تجب (ي ز + ص) أو $\frac{سر}{ي}$ = تجب (ي ز + ص) (2)

بتربيع طرفي العلاقتين (1) و (2) وجمعهما نجد : سر^2 = ي^2 (ب^2 - س^2)

هذه العلاقة تسمح لك بمعرفة سرعة المتحرك إذا عرفت الفاصلة التي يوجد فيها ، بدون المرور على حساب الزمن من المعادلات الزمنية .

- **كيف نجد لحظة مرور المتحرك في فاصلة معينة ؟**

مثال : تُعطى المعادلة الزمنية لمتحرك س = 4 جب 10 π ز ، حيث ز بالثانية و س بالسم .

ما هي لحظة أول مرور للمتحرك في الفاصلة س = + 2 سم ؟

نعوّض في المعادلة : 2 = 4 جب 10 π ز ⇐ جب 10 π ز = $\frac{2}{4}$ = $\frac{1}{2}$.

جب 10 π ز = جب $\frac{\pi}{6}$

10 π ز = $\frac{\pi}{6}$ + 2 π ك

أو

10 π ز = $\frac{5\pi}{6}$ + 2 π ك

ز$_1$ = $\frac{1}{60}$ + $\frac{1}{5}$ ك

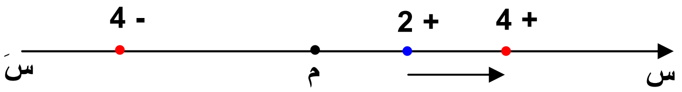
أو

ز$_2$ = $\frac{5}{60}$ + $\frac{1}{5}$ ك

في اللحظة ز = 0 كان المتحرك في الفاصلة س = 0 (وذلك بالتعويض في المعادلة الزمنية) .

عندما يصبح لأول مرة في الفاصلة س = + 2 سم تكون سرعته موجبة (يتحرك في الجهة الموجبة للمحور)

نأخذ ك = 0 (لحظة أول مرور)



لو عوّضنا اللحظة ز$_1$ في السرعة (سر = 0,4 π تجب 10π ز) نجد سر > 0 ، ومن أجل ز$_2$ نجد سر < 0

إذن اللحظة المطلوبة هي ز$_1$ = $\frac{1}{60}$ ثا .

ملاحظة 1

لو طُلب منا لحظة المرور الثاني في الفاصلة س = + 2 سم ، وذلك في نفس الشروط ، أي بسرعة موجبة ، (لا أقصد المرور عندما يرجع ، لأن آنذاك تكون سرعته سالبة) . في هذه الحالة نعوّض ك = 1 ، ونجد :

ز = $\frac{1}{60}$ + $\frac{1}{5}$ = 0,22 ثا . (لاحظ أن ز = ز$_1$ + د) حيث (د) هو دور الحركة (د = $\frac{2\pi}{ي}$ = $\frac{1}{5}$ ثا)

ملاحظة 2

اللحظة ز$_2$ التي وجدناها سابقا هي اللحظة التي يكون فيها المتحرك في الفاصلة س = + 2 سم لأول مرة وهو راجع (أي سرعته سالبة) ، وذلك من أجل ك = 0 .