

## الحركات الدائرية

### المنتظمة - المتغيرة بانتظام

بكالوريا 2007

### حلول التمارين

#### التمرين 01

- 1 - المتحرك الأسرع هو (ن<sub>2</sub>) لأنه يملك السرعة الزاوية الأكبر .  
بعد اللحظة  $z = 0$  يتجاوز المتحرك (ن<sub>2</sub>) المتحرك (ن<sub>1</sub>) ، وبعد مدّة زمنية (ز) يصبح إلى جنبه للمرة الأولى .  
في هذه اللحظة يكون المتحرك (ن<sub>1</sub>) قد أنجز (ن) دورة أما المتحرك (ن<sub>2</sub>) يكون قد أنجز (ن + 1) دورة .  
إذا كان (د<sub>1</sub>) دور حركة المتحرك (ن<sub>1</sub>) ، و (د<sub>2</sub>) دور حركة المتحرك (ن<sub>2</sub>) فإن :

$$(1) \quad z = n \times d_1$$

$$(2) \quad z = (n + 1) \times d_2$$

من العلاقتين (1) و (2) نكتب :  $n \times d_1 = (n + 1) \times d_2$

$$n = \frac{\pi 2}{1 \text{ سه}} \times (n + 1) = \frac{\pi 2}{2 \text{ سه}} \times (n + 1) \text{ ، ومنه } n = 10$$

لكي نحسب المدة المطلوبة نعوض في (1) أو (2) :

$$z = \frac{\pi 2}{1 \text{ سه}} \times 10 = 6,28 \text{ ثا} \quad ، \quad z = \frac{\pi 2}{2 \text{ سه}} \times 10 = 3,14 \text{ ثا}$$

- 2 - كل دورة توافق مسافة هي محيط الدائرة .  
المسافة التي قطعها المتحرك (ن<sub>2</sub>) هي :  $f = \pi 2 \times (1 + 10) = 22 \times \pi \times 0,4$  ،  $f = 27,63 \text{ م}$

#### التمرين 02

- 1 - أ) الحركة في الطور الأول متغيرة بانتظام ، نطبق العلاقة :  $\text{سه}^2 - \text{سه} = 2 = \text{تعه} \text{ به}$  .

$$\text{لدينا سه} = 0 \text{ ، سه} = \pi 2 = n \pi 2 = \frac{180}{3} \pi 6 = \pi 6 \text{ راد/ثا} .$$

$$\text{تعه} = \frac{2\pi 36}{\pi 2 \times 18 \times 2} = \frac{\pi}{2} \text{ ، تعه} = 1,57 \text{ راد/ثا}^2$$

$$\text{ب) سه} - \text{سه} = \text{سه} = \text{تعه} \times z \text{ ، } z = \frac{\pi 6}{\pi} \text{ ، } z = 12 \text{ ثا}$$

$$\text{ج) عدد الدورات } n = \frac{\text{به}}{\pi 2} \text{ (1)}$$

في الطور الثاني السرعة الزاوية ثابتة ، ومنه الحركة منتظمة . نحسب الزاوية المسوحة بالعلاقة :

$$\text{به} = \text{سه} \times z = 180 \times \pi 6 = 1080 \pi \text{ راد} .$$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد :  $n = 540$  دورة

(د) في الطور الثالث الحركة متغيرة بانتظام ، ولينا عدد الدورات  $n = \frac{y}{\pi 2}$  (2)

$$(3) \quad \text{سه}^2 - \text{سه} = 2 \text{ تعه} \times y \text{ (حيث سه} = 0)$$

نحسب التسارع الزاوي من العلاقة :  $\text{سه} - \text{سه} = \text{تعه} \times z$  ،  $\text{تعه} = \frac{\pi 6 - 0}{24} = \frac{\pi}{4}$  راد/ثا<sup>2</sup> .

$$\text{نعوض في العلاقة (3) : } y = \frac{2\pi 36 - 0}{\left(\frac{\pi}{4}\right) \times 2} = \pi 72 \text{ راديان .}$$

نعوض في (2) ونجد :  $n = 36$  دورة

2- في الطور الثاني الحركة منتظمة ، وبالتالي مميزات شعاع السرعة هي :

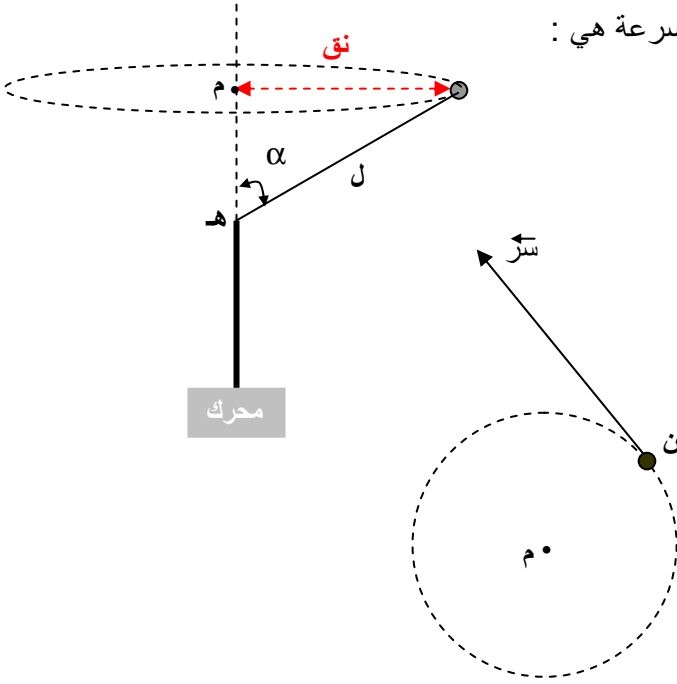
- حامله هو مماس المسار في نقطة وجود المتحرك

- جهته هي جهة دوران المتحرك .

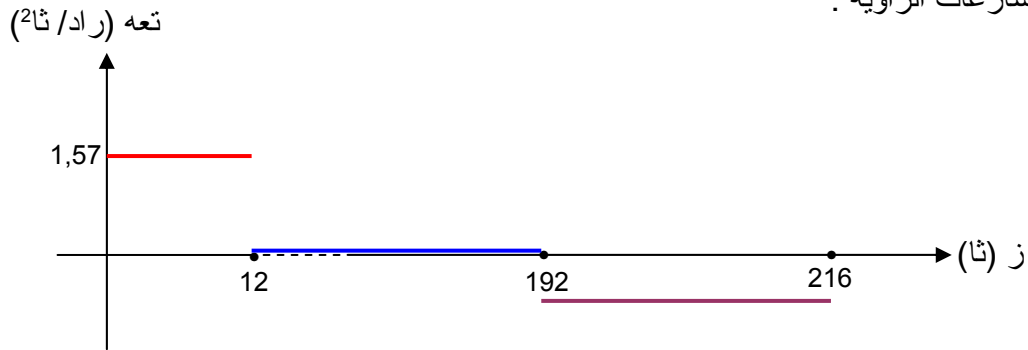
- طويلته  $\text{سر} = \text{سه} \times \text{نق}$  (4)

$$\text{لدينا } \text{نق} = l \times \text{جب} \alpha = 0,5 \text{ جب} 60 = 0,43 \text{ م}$$

بالتعويض في العلاقة (4) :  $\text{سر} = 0,43 \times \pi 6 = 8,1$  م/ثا



3- مخططات التسارعات الزاوية :



4- اللحظة  $z = 5$  ثا هي لحظة من الطور الأول ، وبما أن الحركة في هذا الطور دائرية منتظمة فإن  $\text{تع} = 0$

$$\text{وبالتالي } \text{تع} = \text{تع} = \text{سه}^2 \times \text{نق} = 0,43 \times \pi^2 36 = \text{تع} = 152,6 \text{ م}^2/\text{ثا}^2$$

اللحظة  $z = 200$  ثا هي لحظة من الطور الثالث ، لأن مدة الطور الثالث هي [ 192 ثا - 216 ثا ] .

المدة المستغرقة من بدء الطور الثالث حتى هذه اللحظة هي  $z = 192 - 200 = 8$  ثا .

$$(5) \quad \sqrt{\text{تع}^2 + \text{تع}_n^2} = \text{تع}$$

$$\text{التسارع المماسي ثابت } \text{تع}_m = \text{تعه} \times \text{نق} = 0,43 \times \frac{\pi}{4} = 0,33 \text{ م}^2/\text{ثا}^2 .$$

$$(6) \quad \text{التسارع الناظمي } \text{تع}_n = \text{سه}^2 \times \text{نق}$$

نحسب السرعة الزاوية في اللحظة 200 ثا :

$$\text{سه} - \text{سه} = \text{تعه} \times \text{ز}$$

$$\text{سه} = \pi 6 - 8 \times \frac{\pi}{4} = 4\pi \text{ راد/ثا}$$

بالتعويض في العلاقة (6) :  $\text{تغ} = 0,43 \times \pi 16 = 67,8 \text{ م/ثا}^2$

بالتعويض في العلاقة (5) نجد  $\text{تغ} \approx 67,8 \text{ م/ثا}^2$

### التمرين 03

1 - نلاحظ على التمثيل البياني أن الجسم لما ينجز 2,75 دورة تكون سرعته الزاوية  $\text{سه} = 5 \text{ راد/ثا}$  .

العلاقة التجريبية بين عدد الدورات ومربع السرعة الزاوية هي  $\text{ن} = \text{أ} \cdot \text{سه}^2$  ، يمثل (أ) ميل البيان ، ومنه :

$$(1) \quad \frac{1}{\text{أ} \times \pi 2} = \text{سه}^2 \text{ يه} \quad (\text{لأن يه} = 2\pi \text{ ن}) . \text{ هذه العلاقة من الشكل : } \text{سه}^2 = 2 \text{ تعه يه} , \text{ حيث } 2 \text{ تعه} = \frac{1}{\text{أ} \times \pi 2}$$

إذن حركة الجسم متغيرة بانتظام .

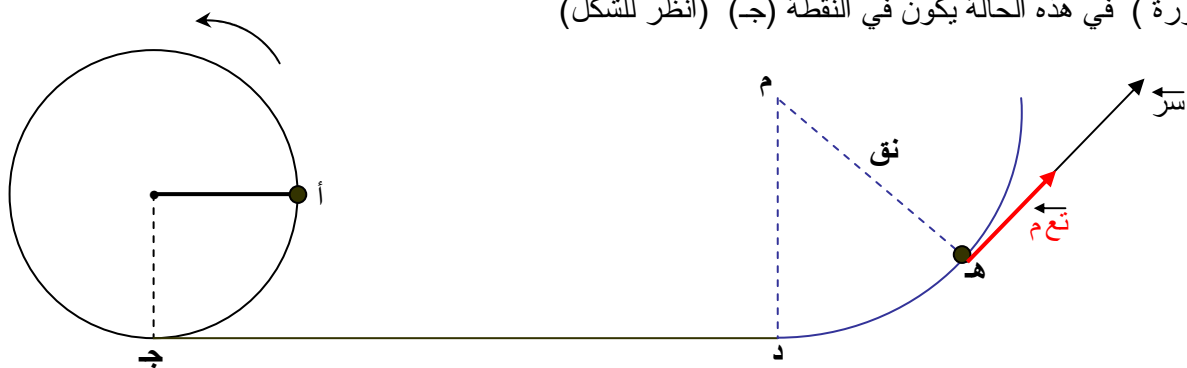
من أجل حساب الزمن بين النقطتين (أ) و(ج) ونطبق العلاقة  $\text{سه} - \text{سه} = \text{تعه} \text{ ز}$  (2)

$$\text{نحسب التسارع الزاوي من العلاقة (1) : لدينا من البيان : } \text{أ} = \frac{2,75}{25} = 0,11$$

$$\text{تعه} = \frac{1}{\text{أ} \times \pi 4} = \frac{1}{0,11 \times \pi 4} = 0,72 \text{ راد/ثا}^2 . \text{ بالتعويض في العلاقة (2) نجد } \text{ز} = 6,9 \text{ ثا}$$

2 - عندما ينفلت الجسم من الساق تكون سرعته 5 راد/ثا ، ويكون قد أنجز 2,75 دورة (دورتان ونصف الدورة وربع

الدورة) في هذه الحالة يكون في النقطة (ج) (انظر للشكل)



$$3 - \text{تعه} = \frac{\text{تغ م}}{\text{نق}} = \frac{1,25}{0,5} = 2,5 \text{ راد/ثا}^2 .$$

$$4 - \text{سر د} = \text{سه د} \times \text{نق} \quad (3)$$

نحسب السرعة الزاوية في النقطة (د) . نعلم أن التسارع الزاوي بين (د) و (ه) ثابت إذن الحركة متغيرة بانتظام .

نطبق العلاقة :  $\text{سه د}^2 - \text{سه ه}^2 = 2 \text{ تعه يه}$  (4)

المتحرك قطع قوسا طوله  $\text{ف} = 0,5 \text{ م}$

$$\text{لدينا يه} = \frac{\text{ف}}{\text{نق}} = \frac{0,5}{0,5} = 1 \text{ راديان}$$

$$\text{سه}_\text{ه} = \frac{\text{سر}_\text{ه}}{\text{نق}} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \text{ راد/ثا} .$$

نعوض في العلاقة (4) فنجد  $\text{سه}_2^2 = 9 = 2 \times 2,5 \times 1 - 4$  ، ومنه  $\text{سه}_2 = 2$  راد/ثا .

بالتعويض في العلاقة (3) نجد :  $\text{سر}_2 = 0,5 \times 2 = 1$  م/ثا ،  $\text{سر}_1 = 1$  م/ثا

5 - نحسب السرعة الخطية للجسم في النقطة (ج) :  $\text{سر}_ج = \text{سه}_ج \times \text{ل} = 0,2 \times 5 = 1$  م/ثا .

بما أن  $\text{سر}_ج = \text{سر}_د$  ، وبما أن المسافة (ج د) قطعت في طور واحد ، إذن سرعة الجسم كانت ثابتة من (ج) إلى (د) ، ومنه الحركة مستقيمة منتظمة .

6 - المسافة ج د =  $\text{سر}_د \times \text{ز}_د$  (  $\text{ز}_د$  هو الزمن المستغرق من ج إلى د ) (5)

من أجل حساب الزمن ( $\text{ز}_2$ ) نحسب الزمن من (د) إلى (هـ) ، ثم نجمعه مع ( $\text{ز}_1$ ) و نطرح المجموع من القيمة 9 ثا .

$$\text{من (د) إلى (هـ) لدينا : سه}_\text{ه} - \text{سه}_\text{د} = \text{تعه}_\text{ز}_3 ، \text{ز}_3 = \frac{2-3}{2,5} = 0,4 \text{ ثا} .$$

$$\text{ز}_2 = 9 - (0,4 + 6,9) = 1,7 \text{ ثا} .$$

بالتعويض في العلاقة (5) نجد :  $\text{ج د} = 1,7 \times 1$  ،  $\text{ج د} = 1,7$  م