

اختبار في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

اختبر موضوعا واحدا

التمرين الأول : (6 نقط)

$P(z)$ كثير الحدود في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} حيث :

$$P(x) = z^3 - (7-i)z^2 + (16-6i)z - 10 + 10i$$

- (1) تحقق أن $z_0 = 1 - i$ حل للمعادلة $P(z) = 0$.
 (2) اكتب $P(z)$ على الشكل $P(z) = (z - z_0)(z^2 + bz + c)$ ثم حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$

- (3) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. A ، B و C ثلاث نقط من هذا المستوي لواحقتها على الترتيب z_0 ، $3-i$ و $3+i$.

S تشابه مباشر مركزه النقطة C و يحول A إلى B .

ا/ اكتب العبارة المركبة للتشابه S و أعط عناصره المميزة .

ب/ عين احدائلي النقطة B' صورة B بالتشابه S .

ج/ عين احدائلي النقطة E بحيث يكون الرباعي ABEC متوازي أضلاع .

د/ برهن أن النقط B ، B' ، E على استقامة واحدة .

التمرين الثاني : (4 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.

و لتكن (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n) و عين حددها الأول v_0 .

(2) عبر عن v_n بدلالة n . ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{-3}{4^n} + 4$.

(3) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ما هي نهايتها؟

(4) أحسب المجموع S حيث : $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

أقلب الصفحة

التمرين الثالث : (7 نقط)

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس ($\vec{j}, \vec{i}, 0$) (الوحدة 2cm)

الجزء الأول : g دالة معرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = \ln(x^2 + 1) - \frac{2x^2}{x^2+1}$

(C) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1 / أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2 / بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[1, +\infty[$ حيث $1.9 < \alpha < 2$

3 / استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0, +\infty[$

الجزء الثاني : f دالة معرفة على المجال $[0, +\infty[$ كما يلي :

$f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{x}$ اذا كان $x > 0$ و $f(0) = 0$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1 / أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ و استنتج أن f قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ حيث اليعين .

2 / أوجد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند $x = 0$.

3 / أثبت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و استنتج $f(x) = 2 \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln(1 + \frac{1}{x^2})$

4 / برهن أنه من أجل كل x من $[0, +\infty[$ $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5 / بين أن $f(\alpha) = \frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ ثم عين حصر ال $f(\alpha)$

6 / أنشء المستقيم (Δ) و المنحنى (C) .

التمرين الرابع : (3 نقاط)

زهرتي نرد مكعبين غير مزيفين لهما نفس حظوظ الظهور عند الرمي زهرة نرد حمراء R أوجهها مرقمة من 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 و زهرة نرد خضراء V وجه مرقم 1 و الخمس الأوجه الباقية مرقمة 2 , نرمي في أن واحد الزهرتين و نسمي x الوجه الظاهر للزهرة R و y الوجه الظاهر للزهرة V .

Z متغير عشوائي معرف كما يلي :

$Z = y + 1$ اذا كان x فردي .

$Z = y$ اذا كان $x = 2$ او $x = 4$

$Z = y - 1$ اذا كان $x = 6$

1 / أعط قانون احتمال المتغير العشوائي Z .

2 / أحسب الأمل الرياضي $E(Z)$ للمتغير العشوائي Z .

وفقكم الله و حظ سعيد يوم البكالوريا

انتهى

إختبار في مادة الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (5 نقاط)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس T, B, A, D أربع نقط لواحقتها : $Z_T = 1, Z_A = 1 - 2i$

$$Z_D = \frac{3+9i}{4+2i} \text{ و } Z_B = -2 + 2i. \text{ دائرة قطرها } [A B].$$

- (1) أنشء النقط T, B, A (تؤخذ الوحدة 2 CM).
- (2) عين لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (C) و احسب نصف قطرها.
- (3) أكتب Z_D على الشكل الجبري ثم تحقق أن D نقطة من (C) .
- (4) E نقطة من (C) لاحقتها Z_E حيث $(\overrightarrow{\Omega T}, \overrightarrow{\Omega E}) = \frac{\pi}{4}$

$$Z_E = \frac{-2+5\sqrt{2}}{4} + i\frac{5\sqrt{2}}{4} \text{ أن استنتج أن } (Z_E + \frac{1}{2})$$

(5) T تحويل نقطي في المستوي يحول النقطة M ذات اللاحقة Z الى النقطة M' ذات اللاحقة Z' بحيث :

$$Z' + \frac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}} (Z + \frac{1}{2})$$

أ / عين طبيعة التحويل T وعناصره المميزة .

ب / ليكن K نقطة لاحقتها $Z_K = 2$ عين بالحساب صورة K بالتحويل T كيف يمكن أن نجد هذه النتيجة هندسيا ؟

التمرين الثاني : (3 نقط)

لاعب كرة القدم يتدرب مع حارس مرمى ضربات جزاء في كل مرة اللاعب يرمي كرتين متتاليتين لاحظنا في التدريبات مايلي :

- احتمال نجاحه في الضربة الأولى هو 0.8
- إذا نجح في الأولى فإن احتمال نجاحه في الضربة الثانية هو 0.7
- إذا خسر في الأولى احتمال نجاحه في الثانية هو 0.5

نرمز للحادثين R_1, R_2 كما يلي : " الضربة الأولى ناجحة " هي R_1

" الضربة الثانية ناجحة " هي R_2

- (1) مثل هذه التجربة في شجرة الامكانيات.
- (2) ما هو احتمال أن تكون الضربتان ناجحتان.
- (3) ما احتمال ان تكون الضربة الثانية ناجحة.

