عملا بقوله صلى الله عليه وسلم

' من لم يشكر الناس لم يشكر الله'

أتقدم بالشكر الجزيل والعرفان بالجميل لكل من ساهم في وصول هذه المجلة بهذا الشكل للطلبة وأن يجعلها الله في ميزان حسناتهم

كلمة الأستاذ

كنت طالب مثلكم ... وكانت دوما ما تجذبني الكتب العلمية المرفوقة بالحلول ،ليس لقراءة الحلول وإنما لمعرفة ما إذا كنت في الطريق الصحيح أم لا ، ولذلك أنصح طلبتي الأعزاء بأخذ الوقت الكافي في المحاولة فهذا هو الوقت المخصص للمحاولة قبل الاطلاع على الحلول لكي تكون الفائدة عظيمة، ومردود محاولاتكم يأتيكم يوم البكالوريا عندما ترى كل الأفكار مرت عليك وأنك باستطاعتك تجاوزها بكل سهولة

وهذا ما أتمناه لكل الطلبة

وقد سعيت جاهدا في طرح الحلول بشكل مبسط ودقيق آملا في تقديم فائدة للطلبة.

ولأن هذا العمل إنجازا بشريا فانه لا يخلو من النقصان، وعليه فاني أرحب، بكل اهتمام، انتقادات القراء التي تهدف إلى إثراء وتحسين المجلة وهم مشكورون مسبقا على ذلك.

قف عند ناصية الحلم وقاتل

الأستاذ: محمد حاقة

ثانوية عبد العزيز الشريف ـ الوادي ـ

نوفمبر 2015

دليــل الــدوال الآسيــة

*/ **تعريف**: توجد دالة وحيدة قابلة للاشتقاق على IR وتحقق : $f'\left(x\right)=f\left(x\right)$

و $f\left(0\right)=1$ تسمى هذه الدالة بالدالة الآسية ذات الأساس e ونرمز لها بالرمز: $f:x\to e^{x}$

حيث e عدد حقيقي ثابت قيمته التقريبية $e\approx 2,71$

*/**خواص ونتائج**: من أجل كل عددين حقيقيين x و y و n عدد صحيح كيفي

*/ $e^{x+y}=e^{x}\times e^{y}$ */ $e^{-x}=\dfrac{1}{e^{x}}$ */ $e^{x-y}=\dfrac{e^{x}}{e^{y}}$

*/ $\left(e^{x}\right)^{n}=e^{nx}$ */ $e^{0}=1$ */ $\left(e^{x}\right)'=e^{x}$

*/ $e^{x}>0$ من أجل كل عدد حقيقي x تعميم $e^{\Delta}>0$ معناه ($e^{\Delta}\neq$ سالب)

*/ $e^{x}=e^{y}$ معناه $x=y$ */ $e^{x}<e^{y}$ معناه $x<y$ */ $e^{x}>e^{y}$ معناه $x>y$

*/ $e^{x}=a$ يكافئ $x=\ln a$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما

*/ **النهايات الشهيرة**

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{x}=+\infty$ **تعميم** $e^{+\infty}=+\infty$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{x}=0$ **تعميم** $e^{-\infty}=0$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x}=+\infty$ **تعميم** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x^{n}}=+\infty$ **وأيضا**: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^{n}}{e^{x}}=0$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}x.e^{x}=0^{-}$ **تعميم** $\lim\limits_{x\to-\infty}x^{n}.e^{x}=0$

*/ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x}-1}{x}=1$ **تعميم** $\lim\limits_{u\to0}\dfrac{e^{u}-1}{u}=1$

*/ **قانون الاشتقاق**: $f\left(x\right)=e^{g(x)}$

إذا كانت g قابلة للاشتقاق على مجال I فان؛ $f'\left(x\right)=\left(e^{g(x)}\right)'=g'(x).e^{g(x)}$

*/ **ملاحظة**: تبقى قواعد الاشتقاق المعروفة سابقا صحيحة حسب شكل الدالة المعطاة

*/ دراسة إشارة بعض العبارات الآسية

*/ **أولا**: [(دالة) $\times e^{\Delta}$] هنا الإشارة من إشارة الدالة

*/ **ثانيا** : في كلّ ما يلي ، ترمز a، b، c، α، β إلى أعداد حقيقيّة.

*/ طريقة لدراسة إشارة عبارة من الشكل $a.e^{\alpha x+\beta}+b$ حيث $a.\alpha \neq 0$

- إذا كان a و b موجبان فان $a.e^{\alpha x+\beta}+b>0$
- إذا كان a و b سالبان فان $a.e^{\alpha x+\beta}+b<0$
- إذا كان a و b مختلفين في الإشارة أي $a.b<0$ فان للمعادلة حل والإشارة تستنتج بالكيفية التالية:

لدراسة إشارة العبارة $a.e^{\alpha x+\beta}+b$ على مجموعة تعريفها، نبحث عن القيمة التي تعدمها ولتكن x_0،ثمّ نُحدّد إشارتها كما في الجدول التالي:

x	x_0		
$a.e^{\alpha x+\beta}+b$	عكس إشارة $a.\alpha$	0	حسب إشارة $a.\alpha$

*/ طريقة لدراسة إشارة عبارة من الشكل $ae^{2x}+be^{x}+c$ حيث $a.b.c \neq 0$

لدراسة إشارة العبارة $ae^{2x}+be^{x}+c$ على $\mathbb{R}$ ، نقوم بما يلي:

الخطوة الأولى: نضع $X=e^{x}$ ، فتصبح العبارة $a.X^2+b.X+c$

الخطوة الثانية: نعيّن قيم X التي تعدمها- إنْ وُجدت-

الخطوة الثالثة: نستنتج قيم x وفي الأخير،نشكّل جدولا ندرس فيه إشارة العبارة،مستخدمين القواعد المعروفة لإشارة كثيرات الحدود من الدرجة الثانية.

*/ **ملاحظة**: للعبارة $ae^{2x}+be^{x}+c$ تحليل من الشكل $a\left(e^{x}-X_1\right)\left(e^{x}-X_2\right)$ حيث X_1 و X_2 حلي المعادلة $a.X^2+b.X+c$

تمارين مرفوقة

بحلول نموذجية

-في رحاب الدوال الأسية-

BAC : 2016

جمع وكتابة الأستاذ : محمد حاقة

التمرين الأول: بكالوريا تونس 2014

f الدالة العددية المعرّفة على IR بـــ: $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{e^{x}+1}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى هندسيا

2°) بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-\dfrac{\left(2+e^{-x}\right)}{\left(1+e^{x}\right)^2}$

3°) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4°) أ/ بيّن أن المماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 له معادلة

من الشكل $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2}$

ب/ باستعمال جدول الإشارة التالي حدد الوضعية النسبية لــ $\left(C_f\right)$ مع $\left(T\right)$ ماذا تستنتج؟

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)+\dfrac{3}{4}$	$-$	0	$+$

5°) ارسم $\left(T\right)$ و $\left(C_f\right)$ على المجال $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$

حـــل نمــوذجـــي

1°) **حساب** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{e^{-x}}{e^{x}+1}=\frac{+\infty}{1}=+\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{e^{-x}}{e^{x}+1}=\frac{0}{+\infty}=0$$

تفسر النتيجة الثانية؛ $y=0$ مقارب أفقي لــ $\left(C_f\right)$ بجوار $+\infty$

2°) **تبيان أنه، من أجل كل عدد حقيقي** x ، $f'(x)=-\dfrac{\left(2+e^{-x}\right)}{\left(1+e^{x}\right)^2}$

x	$-\infty$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$

f قابلة للاشتقاق على IR ؛**ولدينا**:

$$f'(x)=\frac{-e^{-x}\left(e^{x}+1\right)-e^{x}.e^{-x}}{\left(e^{x}+1\right)^2}=\frac{-1-e^{-x}-1}{\left(e^{x}+1\right)^2}=\frac{-2-e^{-x}}{\left(e^{x}+1\right)^2}=-\frac{\left(2+e^{-x}\right)}{\left(e^{x}+1\right)^2}$$

3°) */ **استنتاج اتجاه تغير الدالة** f : **لدينا** $2+e^{-x}>0$ مهما كان x من $\mathbb{R}$ وأيضا المقام موجب تماما

ومنه $f'(x)<0$

*/ **جدول التغيرات**

x	$-\infty$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$
$f(x)$	$+\infty$ ↘ 0

4°) أ/ **تبيان أن** $\left(T\right): y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2}$ **عند**: $x_0=0$

لدينا ؛ $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ و $f'(0)=-\dfrac{3}{4}$

و $f(0)=\frac{1}{2}$ وبالتالي $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$

ب/ **تحديد الوضعية النسبية لـ (C_f) مع (T)**: $f'(x)+\frac{3}{4}$ تمثل الفرق بيّن ميل المماس (T) وميل مماس المنحنى عند كل نقطة وعليه

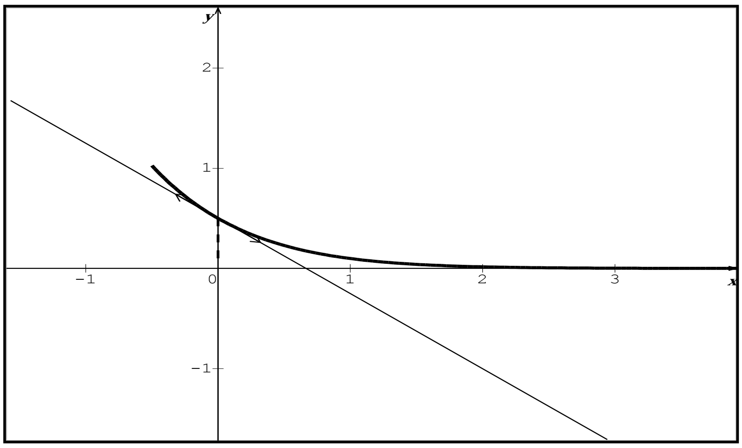
*/ (C_f) فوق (T) على المجال $]0;+\infty[$

*/ (C_f) تحت (T) على المجال $]-\infty;0[$

*/ (C_f) يقطع (T) عند النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$

*/ **الاستنتاج:** بما أن (C_f) يقطع (T) عند النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ فان النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ هي نقطة انعطاف

5°) رسم (T) و (C_f) على المجال $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$



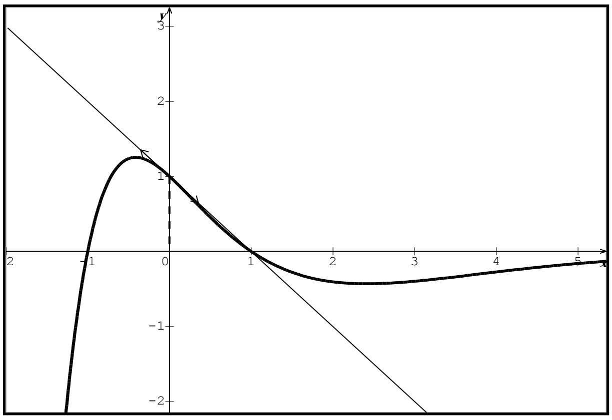
،،، **انتهي** ،،،

التمرين الثاني: الامتحان الأول ثانوية بوشوشة ـ الوادي 2010 /2011

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

$I-$ (C_g) المنحنى الممثل للدالة g والمعرفة

على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=\left(1+ax^2\right)e^{bx}$ كما يلي



بقراءة بيانية

1°) أحسب $g(-1)$، $g(0)$ و $g'(0)$

2°) جدّ معادلة المماس لـــ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

3°) حل المعادلة؛ $g(x)=0$ ثم شكل جدول إشارة الدالة g

4°) باستعمال المعطيات السابقة تحقق أن: $g(x)=\left(1-x^2\right)e^{-x}$

$II-$ f دالة معرّفة على IR بـــ: $f(x)=\left(x+1\right)^2e^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ،ثم أثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ وفسر هذه النتيجة هندسيا

°2) أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x؛ $f'(x)=g(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

°3) أ/ عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ،فسّر النتيجة هندسيا

ب/ استنتج معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0=0$

°4) أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T) على المجال $]-2;+\infty[$

°5) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=-m$

$III-$ k دالة معرفة على IR بـــ: $k(x)=f\left(x^2\right)-1$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ادرس اتجاه تغير الدالة k ، ثم شكل جدول تغيراتها

حــــل نمــوذجـــي

بقراءة بيانية

°1) **حساب** $g(-1)$، $g(0)$ و $g'(0)$

$g(-1)=0$ ، $g(0)=1$ أما $g'(0)$ تمثل ميل مماس المنحنى (C_g) عند $x_0=0$ وعليه نختار نقطتين من المماس $A(0;1)$ و $B(1;0)$ وعليه $g'(0)=\dfrac{1-0}{0-1}=-1$ ومنه $g'(0)=-1$

°2) **إيجاد معادلة المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0**

$y=g'(0)(x-0)+g(0)$ ومما سبق $g(0)=1$ و $g'(0)=-1$ وبالتالي $y=-x+1$

°3) $g(x)=0$ معناه فواصل النقط التي يقطع فيها المنحنى حامل محور الفواصل وعليه للمعادلة حلين هما $x_1=-1$ و $x_2=1$

*/ **جدول إشارة الدالة g**

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

°4) **باستعمال المعطيات السابقة تحقق أن:** $g(x)=\left(1-x^2\right)e^{-x}$

$g(-1)=\left(1+a\right)e^{-b}=0\Rightarrow 1+a=0\Rightarrow a=-1$

نحسب $g'(x)$ بدلالة a و b ؛ $g'(x)=2ax\times e^{bx}.b\times\left(1+ax^2\right)e^{bx}=\left(b+2ax+abx^2\right)e^{bx}$

ولدينا $g'(0)=-1\Rightarrow be^0=-1\Rightarrow b=-1$ وبالتالي: $g(x)=\left(1-x^2\right)e^{-x}$

$II-$ °1) **حساب** $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+1\right)^2e^{-x}=+\infty$

*/ **إثبات أن**؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1\right)^2e^{-x}=+\infty\times 0$ **ح ع ت**

إزالتها: النشر فقط $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2e^{-x}2xe^{-x}+e^{-x}=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1\right)^2e^{-x}=$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty}x^ne^{-x}=0$

تفسر هندسيا: ؛ $y=0$ مقارب أفقي لـــ (C_f) بجوار $+\infty$

°2) أ/ **تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي** x؛ $f'(x)=g(x)$: f قابلة للاشتقاق على IR ولدينا؛

$$f'(x)=2\left(x+1\right).e^{-x}+\left(x+1\right)^2\left(-e^{-x}\right)=\left(2x+2-x^2-2x-1\right)e^{-x}=\left(1-x^2\right)e^{-x}=g(x)$$

ب/ **استنتاج اتجاه تغير الدالة** f : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ وعليه يكون جدول التغيرات كالتالي

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$4e^{-1}$	↘	0

3°) أ/ **تعييّن دون حساب** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{x+1}$

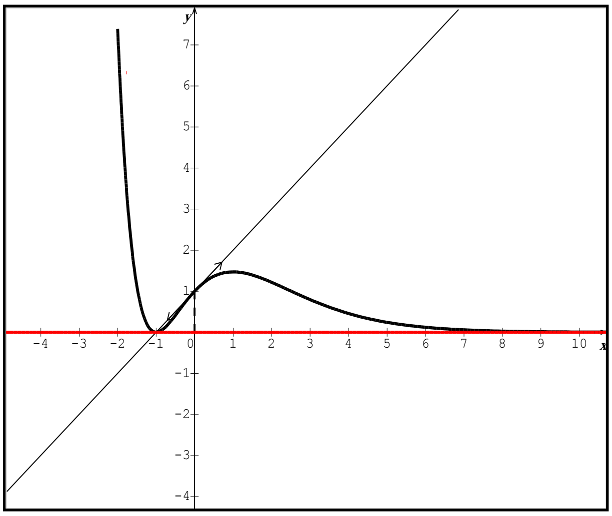
$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=g(0)=1$$

تفسير هندسيا: $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا أفقيا عند الفاصلة المعدومة

ميله (معامل توجيهه) ؛$y=1$

ب/ **استنتاج معادلة للمماس** $\left(T\right)$ **للمنحنى** $\left(C_f\right)$ **عند** $x_0=0$ مما سبق: $f'(0)=1$ و $f(0)=1$

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$ ومنه $\left(T\right): y=x+1$



4°) **إنشاء المنحنى** $\left(C_f\right)$ **والمماس** $\left(T\right)$ **على المجال** $\left]-1;+\infty\right[$

5°) **مناقشة بيانية لحلول المعادلة**: $f(x)=-m$

حلول هاته المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع المستقيم

الأفقي ذا المعادلة $y=-m$ وعليه

*/ $-m<0 \Leftarrow m>0$ لا يوجد حلول

*/ $-m=0 \Leftarrow m=0$ يوجد حل مضاعف سالب

*/ $0<-m<1 \Leftarrow -1<m<0$ يوجد ثلاث حلول حلان سالبان والأخر موجب

*/ $1<-m<4e^{-1} \Leftarrow -4e^{-1}<m<-1$ يوجد ثلاث حلول حلان موجبان والأخر سالب

*/ $-m=4e^{-1} \Leftarrow m=-4e^{-1}$ يوجد حلان احدهما مضاعف موجب والأخر سالب

*/ $-m>4e^{-1} \Leftarrow m=-4e^{-1}$ يوجد حل وحيد سالب

III− k دالة معرفة على $\left[0;+\infty\right[$ بــ: $k(x)=f\left(x^2\right)-1$

*/ لدينا: $k'(x)=2x.f'\left(x^2\right)$ وبالتالي إشارة $k'(x)$ من إشارة $f'(x^2)$ لان $2x$ موجب على $\left[0;+\infty\right[$

لدينا: $k(0)=f\left(0\right)-1=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x^2\right)-1\right]=-1$ ، $k'(1)=2.f'\left(1\right)=8e^{-1}$

*/ **جدول التغيرات**

x	0		1		$+\infty$
$k'(x)$		$+$	0	$-$	
$k(x)$	0	↗	$8e^{-1}$	↘	-1

،،، **انتهي** ،،،

التمرين الثالث: الامتحان الأول ثانوية بوشوشة ـ الوادي 2014/ 2015

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=\left(2x+1\right)e^{x}-1$

1^0) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2^0) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3^0) أحسب $g(0)$ وحدد إشارة $g(x)$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]-\infty;1\right[$ بـــ: $f(x)=x.(1-e^{x})^{2}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1^0) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2^0) أ/ بين أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ ذا المعادلة : $y=x$ مستقيم مقارب مائل لـــ $\left(C_f\right)$

ب/ أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى $\left(C_f\right)$

3°) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\left]-\infty;1\right[$ فان : $f'(x)=\left(e^{x}-1\right)g(x)$

4^0) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

5^0) أثبت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها

6°) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة -1

7°) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ و (Δ) و (T)

$III-$ h دالة معرّفة على $\left[-1;1\right]$ بـــ: $f(x)=x.(1-e^{|x|})^{2}$

1°) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر، ماذا تستنتج؟

2°) بين أن h دالة فردية، ثم استنتج طريقة لرسم منحناها دون دراسة تغيراتها

3^0) أنشئ منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق

حـــل نمــوذجـــي

$I-$ 1°) **حساب** $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+1\right)e^{x}-1=-\infty\times 0$ **(ح ع ت)**

إزالتها: النشر؛ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+1\right)\cancel{e^{x}}-1=\lim\limits_{x\to-\infty} 2\,\cancel{xe^{x}}+\cancel{e^{x}}-1=-1$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x+1\right)e^{x}-1=+\infty$

2^0) **دراسة اتجاه تغير الدالة** g

*/ **نحسب** $g'(x)$ ؛ g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا: $g'(x)=2e^{x}+\left(2x+1\right)e^{x}=\left(2x+3\right)e^{x}$

*/ **إشارة** $g'(x)$ من إشارة القوس $2x+3$ لان $e^x>0$ مهما كان x من $\mathbb{R}$ وبالتالي نحل المعادلة $2x+3=0$

$$2x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-1 \searrow$	$-2e^{-1,5}-1$	$\nearrow$	$+\infty$

3°) **حساب** $g(0)$ ؛ $g(0)=0$

تحديد إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=x.(1-e^x)^2$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) **حساب** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x.(1-e^x)^2=-\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x.(1-e^x)^2=+\infty$$

2°) أ/ **تبيان أن المستقيم** (Δ) **ذا المعادلة**: $y=x$ **مستقيم مقارب مائل لـ** $\left(C_f\right)$ **بجوار** $-\infty$

نبين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ ، لدينا: $f(x)-x=x.(1-e^x)^2-x=-2xe^x+xe^{2x}$ ومنه

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2\cancel{xe^x}+\cancel{xe^{2x}}\right)=0$ وعليه $y=x$ مقارب مائل لـــ $\left(C_f\right)$ بجوار $-\infty$

ب/ **دراسة الوضع النسبي لـ** (Δ) **مع** $\left(C_f\right)$

ندرس إشارة الفرق: $f(x)-x$ لدينا؛ $f(x)-x=-2xe^x+xe^{2x}=xe^x\left(-2+e^x\right)=0$

إما $xe^x=0$ معناه $x=0$ لان: $e^x\neq 0$

وإما $-2+e^x=0 \Rightarrow e^x=2$ أي $x=\ln 2$

والإشارة من إشارة الجداء كالتالي ومنه:

x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
xe^x		$-$	0	$+$		$+$	
$-2+e^x$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)-x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\left(C_f\right)$ فوق (Δ) على المجالين $\left]-\infty;0\right[$ و $\left]\ln 2;+\infty\right[$

$\left(C_f\right)$ تحت (Δ) على المجال $\left]0;\ln 2\right[$

$\left(C_f\right)$ يقطع (Δ) عند النقطتين $A\left(0;0\right)$ و $B\left(\ln 2;\ln 2\right)$

3°) **تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي** x **من** $\mathbb{R}$ ؛ $f'(x)=\left(e^x-1\right)g(x)$

$$\begin{aligned}
f'(x)=(1-e^x)^2+2x\left(1-e^x\right)\left(-e^x\right)&=\left(1-e^x\right)\left[\left(1-e^x\right)-2xe^x\right]\\
&=\left(1-e^x\right)\left[1-\left(2x-1\right)e^x\right]\\
&=\left(e^x-1\right)\left[\left(2x+1\right)e^x-1\right]\\
&=\left(e^x-1\right).g(x)
\end{aligned}$$

4°) استنتاج إشارة $f'(x)$ ؛ إشارة $f'(x)$ من إشارة جداء $e^{x}-1$ و $g(x)$

$e^{x}-1=0 \Rightarrow x=0$ و $g(x)$ إشارتها مما سبق

وعليه تكون الإشارة كالتالي

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$e^{x}-1$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗		$+\infty$

5°) إثبات أن المنحنى (C_f) يـقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها

لدينا المشتقة الأولى تنعدم عند 0 ولا تغير إشارتها وبالتالي النقطة $\left(0;f(0)=0\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

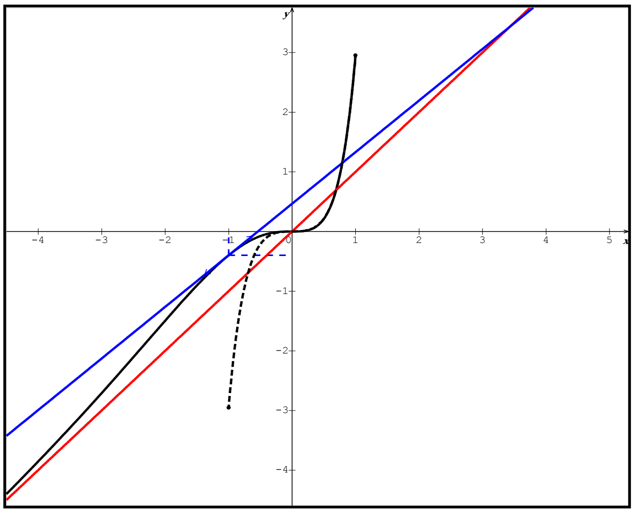
6°) كتابة معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1

بصفة عامة: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ وبصفة خاصة $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$

$$\begin{cases} f(-1)=-1+2e^{-1}-e^{-2} \\ f'(-1)=-e^{-2}+1 \end{cases} \Rightarrow y=\left(-e^{-2}+1\right)x-2\left(e^{-2}-e^{-1}\right)$$

7°) إنشاء المنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;1\right]$ و (Δ) و (T)

$III-$ h دالة معرّفة على $\left[-1;1\right]$ بـــ: $h(x)=x.(1-e^{|x|})^2$



1°) دراسة قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر

$$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{\cancel{x}.(1-e^{-x})^2}{\cancel{x}} = 0$$

$$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{\cancel{x}.(1-e^{x})^2}{\cancel{x}} = 0$$

ومنه h قابلة للاشتقاق عند الصفر

2°) أ/ بين أن h دالة فردية؛ نبين أن $h(-x)=-h(x)$

لدينا $h(-x)=-x.(1-e^{|-x|})^2=-x.(1-e^{|x|})^2=-h(x)$

ب/ **استنتاج طريقة لرسم منحناها دون دراسة تغيراتها؛ على المجال** $\left[0;1\right]$ لدينا: $|x|=x$

ومنه $h(x)=f(x)$ على هذا المجال ومنه (C_h) منطبق على (C_f) ونكمل الرسم بالتناظر مع المبدأ O

لان h دالة فردية

3°) إنشاء منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق (الخط المتقطع)

،،، **انتهي** ،،،

التمرين الرابع:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

°1) احسب: $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

°2) احسب: $\lim_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ فسر النتيجتين بيانيا.

°3) أ/ برهن أن: $\lim_{|x|\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) = 1$ ، (يمكنك وضع: $t = \frac{1}{x}$)

ب/ استنتج أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$

°4) احسب $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

°5) ارسم (C_f)

°6) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x) = f\left(x^2\right)$.

باستعمال مشتق دالة مركبة أحسب: $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

°7) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = |x|e^{\frac{1}{|x|}}$

باستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_h).

°8) k دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $k(x) = |f(x)|$

باستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_k)

حـــل نمــوذجـــي

°1) **حساب:** $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}} = -\infty.e^{\frac{1}{-\infty}=0} = -\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} xe^{\frac{1}{x}} = +\infty.e^{\frac{1}{+\infty}=0} = +\infty$$

°2) **حساب:** $\lim_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$

$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} xe^{\frac{1}{x}} = 0.e^{\frac{1}{0^-}=-\infty} = 0$ **تفسر هندسيا:** النقطة $(0;0)$ نقطة نهاية

ح ع ت $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} xe^{\frac{1}{x}} = 0.e^{\frac{1}{0^+}=+\infty} = 0.+\infty$

إزالتها: $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} xe^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}}$ نضع ؛ $t = \frac{1}{x}$ لدينا $x \to 0^+$ فان $t \to +\infty$ وتصبح النهاية كالتالي

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} x\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t} = +\infty$ **تفسر هندسيا**؛ المستقيم ذا المعادلة $x = 0$ مقارب عمودي لـــ (C_f)

3°) أ/ **برهان أن**: $\lim\limits_{|x|\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) = 1$

$\lim\limits_{|x|\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) = \lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$ بوضع: $t = \dfrac{1}{x}$ نجد؛ $\lim\limits_{t\to0}\dfrac{e^t - 1}{t} = 1$ **نهاية شهيرة ويمكن برهانها**

بطريقة العدد المشتق

ب/ **استنتاج أن المستقيم** (Δ) **ذا المعادلة**: $y = x + 1$ **مقارب مائل للمنحنى** (C_f)

نبين أن : $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x) - (x+1)\right] = 0$

لدينا؛ $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x) - (x+1)\right] = \lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[xe^{\frac{1}{x}} - x - 1\right] = \lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) - 1\right] = 1 - 1 = 0$

ومنه $y = x + 1$ مقارب مائل لـــ (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$

4°) **حساب** $f'(x)$: f قابلة للاشتقاق على IR **ولدينا**؛ $f'(x) = e^{\frac{1}{x}} + x\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}} = \left(1 - \dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}} = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $\dfrac{x-1}{x}$ لان $e^{\frac{1}{x}} > 0$ و عليه نحل المعادلة $\dfrac{x-1}{x}$ أي $x - 1 = 0$ ومنه $x = 1$

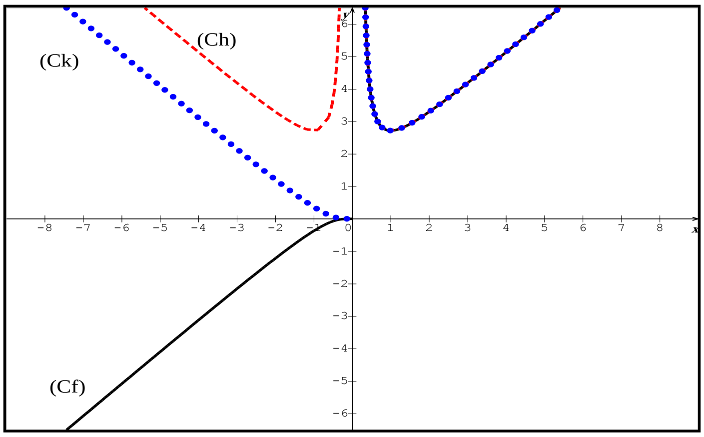
جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	0 ‖ $+\infty$	↘	e	↗	$+\infty$

جدول إشارة المشتقة

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 1$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

5°) **رسم** (C_f)



6°) */ **حساب** $g'(x)$ ؛ g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ ولدينا $g'(x) = 2x.f'\left(x^2\right)$

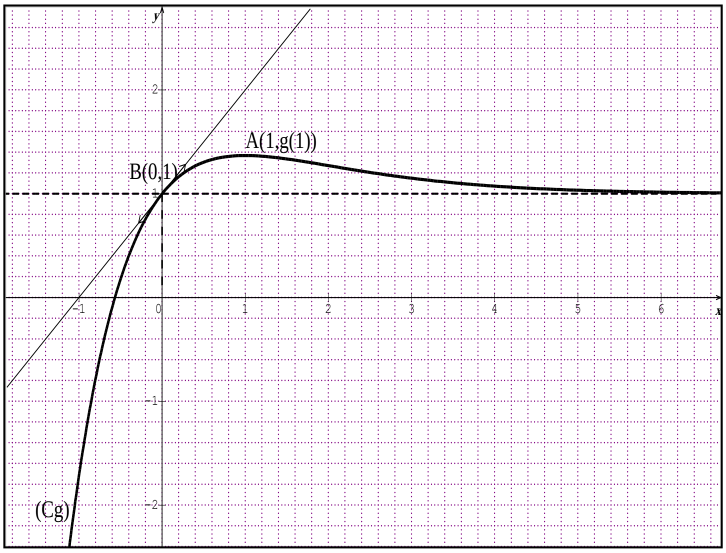
*/ إشارة $g'(x)$ من إشارة جداء $2x$ و $f'(x^2)$ و x^2 ينتمي للمجال $]0;+\infty[$ وبالتالي تكون

إشارة $f'(x^2)$ من الشكل

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$2x$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x^2)$		$+$	0	$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

،،، **انتهي** ،،،

التمرين الخامس:



المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

$I-$ $\left(C_g\right)$ المنحنى الممثل للدالة g والمعرفة

على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=axe^{bx}+1$ كما يلي

$\left(C_g\right)$ يقبل مماسا أفقيا عند النقطة A

$\left(T\right)$ المماس للمنحنى $\left(C_g\right)$ عند النقطة B

1°) **بقراءة بيانية**

أ/ جد: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب/ أحسب $g'(1)$ و $g'(0)$

ج/ علّل وجود عدد حقيقي وحيد α في المجال $]-0,57;-0,56[$ يحقق؛ $g(\alpha)=0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

2°) باستعمال المعطيات السابقة بيّن أن: $f(x)=xe^{-x}+1$

$II-$ f دالة معرّفة على $]-1;+\infty[$ بـــ: $f(x)=x-\left(x+1\right)e^{-x}$ وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني

1°) أثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2°) أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\left[-1;+\infty\right[$؛ $f'(x)=g(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\left[-1;+\infty\right[$، ثم شكل جدول تغيراتها

3°) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$ وفسر النتيجة هندسيا

ب/ أدرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم $\left(\Delta\right)$ ذا المعادلة $y=x$

4°) بيّن أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

5°) أوجد معادلة المماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ الموازي لـــ $\left(\Delta\right)$

6°) أنشئ $\left(C_f\right)$، $\left(T\right)$ و $\left(\Delta\right)$ (نأخذ: $f(\alpha)\approx-1,3$)

7°) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $m+\left(x+1\right)e^{-x}=0$

حـــل نمــوذجـــي

1°) بقراءة بيانية

أ/ $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$

ب/ **حساب** $g'(1)$ ، **عند** $x=1$ **المماس للمنحنى أفقي معناه** $g'(1)=0$

لحساب $g'(0)$ نختار نقطتين المماس لحساب ميله مثلا $B\left(0;1\right)$ و $C\left(-1;0\right)$ وعليه $g'(0) = \dfrac{1-0}{0-(-1)} = 1$

ج/ **لدينا من البيان؛** g مستمرة ورتيبة تماما(متزايدة تماما) و $g\left(-0,57\right) < 0$ و $g\left(-0,56\right) > 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α من المجال $\left]-0,57;-0,56\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$

*/ **استنتاج إشارة** $g(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

2°) باستعمال المعطيات السابقة بيّن أن: $g(x) = xe^{-x}+1$

*/ **نحسب أولا** $g'(x)$ **بدلالة** a و b : $g'(x) = ae^{bx} + abxe^{bx} = \left(a+abx\right)e^{bx}$

*/ **ثانيا ؛لدينا:** $g'(1) = 0 \Rightarrow \left(a+ab\right)e^{b} = 0 \Rightarrow a+ab = 0$

و $g'(0) = 1 \Rightarrow \left(a+0\right)e^{0} = 1 \Rightarrow a = 1$

ومنه $1+b=0$ معناه $b=-1$ وبالتالي $g(x) = xe^{-x}+1$

$II-$ 1°) **إثبات أن** $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$: $\lim_{x\to+\infty} x-\left(x+1\right)e^{-x} = +\infty.0$ **ح ع ت**

إزالتها: $\lim_{x\to+\infty} x-\left(x+1\right)e^{-x} = \lim_{x\to+\infty} x - \cancel{xe^{-x}} - \cancel{e^{-x}} = +\infty$

2°) أ/ **تبيان أن؛** $f'(x) = g(x)$: f قابلة للاشتقاق على $\left]-1;+\infty\right[$ ولدينا

$$f'(x) = 1-\left[xe^{-x}-\left(x+1\right)e^{-x}\right] = 1-\left[\cancel{e^{-x}} - xe^{-x} - \cancel{e^{-x}}\right] = 1-+xe^{-x} = g(x)$$

ب/ **استنتاج اتجاه تغير الدالة** f **على** $\left]-1;+\infty\right[$: إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ وعليه تكون الإشارة كالتالي؛

x	-1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-1	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3°) أ/ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[x-\left(x+1\right)e^{-x}-x\right]$
$= \lim_{x\to+\infty} -\left(x+1\right)\cancel{e^{-x}} = 0$

تُفسّر هندسيا: $y=x$ مقارب مائل لــ $\left(C_f\right)$ بجوار $+\infty$

ب/ **ندرس إشارة الفرق** $f(x)-y$

مما سبق: $f(x)-y = -\left(x+1\right)e^{-x}$ وعليه إشارة الفرق من إشارة $-\left(x+1\right)$ لان $e^{x}>0$

*/ **نحل المعادلة:** $-x-1=0 \Rightarrow x=-1$

ومنه $\left(C_f\right)$ تحت $\left(\Delta\right)$ على المجال $\left]-1;+\infty\right[$

x	-1		$+\infty$
الفرق	0	$-$	

4°) */ **نحسب** $f''(x)$ ؛ لدينا $f''(x) = g'(x) = \left(1-x\right)e^{-x}$

*/ **نحل المعادلة**: $f''(x)=0$ ؛ $\left(1-x\right)e^{-x}=0$ معناه $1-x=0$ أي $x=1$

*/ **لدينا**، $f''(x)$ تنعدم عند النقطة ذات الفاصلة 1 مغيرة إشارتها

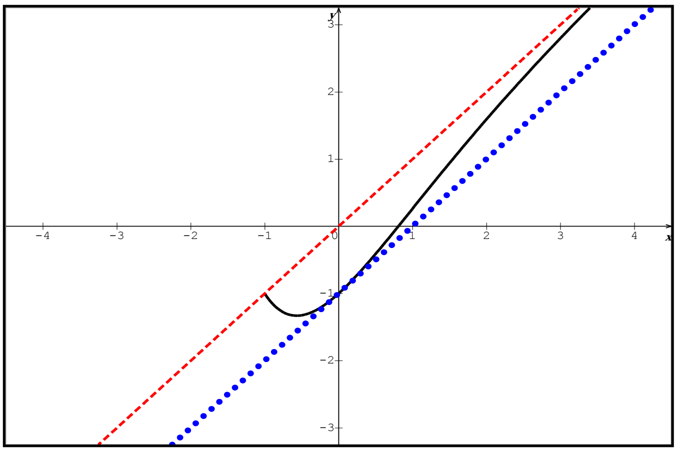
x	-1 1 $+\infty$
$f''(x)$	$+$ 0 $-$

وبالتالي النقطة $A\left(1;f(1)=1-2e^{-1}\right)$ هي نقطة انعطاف لــ $\left(C_f\right)$

5°) **نحل المعادلة**: $f'(x_0)=1$ ؛ لدينا $f'(x_0)=1 \Rightarrow x_0e^{-x_0}+1=1 \Rightarrow x_0e^{-x_0}=0 \Rightarrow x_0=0$

نكتب معادلة المماس عند $x_0=0$: $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ و $f'(0)=1$

و $f(0)=-1$ وعليه $y=x-1$



6°) **أنشئ** $\left(C_f\right)$، $\left(T\right)$ و $\left(\Delta\right)$ (**نأخذ**: $f(\alpha)\approx -1,3$)

7°) **المناقشة البيانية للمعادلة**: $m+\left(x+1\right)e^{-x}=0$

$$m+\left(x+1\right)e^{-x}=0 \Rightarrow -\left(x+1\right)e^{-x}=m$$
$$\Rightarrow x-\left(x+1\right)e^{-x}=x+m$$
$$\Rightarrow f(x)=x+m$$

حلول هاته المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع

المستقيم المائل ذا المعادلة؛ $y=x+m$ الموازي لــ $\left(T\right)$ و $\left(\Delta\right)$ وعليه نقارن m مع 0 و -1

*/ $m<-1$ لا يوجد حلول

*/ $m=-1$ يوجد حل وحيد معدوم

*/ $-1<m<0$ يوجد حلان مختلفان في الإشارة

*/ $m=0$ يوجد حل وحيد سالب

*/ $m>0$ لا يوجد حلول (هذا الكلام حسب ما هو مرسوم لان الرسم ليس على $\mathbb{R}$)

،،، **انتهي** ،،،

التمرين السادس:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\frac{1}{2}x+1+e^{-|x|}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

2°) ادرس استمرارية الدالة f عند 0

3°) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ، وفسر النتيجة هندسيا

4°) أكتب معادلة نصفي المماسين للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

5°) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

6°) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

7°) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-2,3<\alpha<-2,2$

°8) أرسم المنحنى $\left(C_f\right)$

°9) ليكن m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m

عدد وإشارة حلول المعادلة: $1-m+e^{-|x|}=0$

حـــل نمــوذجـــي

^{0}1) كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

كما نعلم أن: $|x|=x$ اذا كان $x\geq 0$ و $|x|=-x$ اذا كان $x\leq 0$ وعليه

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{2}x+1+e^{x} & ;x\leq 0 \\ f(x)=\dfrac{1}{2}x+1+e^{-x} & ;x\geq 0 \end{cases}$$

°2) دراسة استمرارية الدالة f عند 0

*/ **أولا**: $f(0)=2$

*/ **ثانيا**: نحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{2}x+1+e^{-|x|}=2$ ومنه f مستمرة عند 0

°3) دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند 0

*/ **ح ع ت** $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{\frac{1}{2}x+1+e^{x}-2}{x}=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{\frac{1}{2}x+e^{x}-1}{x}=\dfrac{0}{0}$

إزالتها: **طريقة العدد المشتق؛ نأخذ** $g(x)=\dfrac{1}{2}x+e^{x}$ لدينا $g(0)=1$

ومنه $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{\frac{1}{2}x+e^{x}-1}{x}=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}=g'(0)$

ومنه: $g'(x)=\dfrac{1}{2}+e^{x}$ وعليه $g'(0)=\dfrac{1}{2}+e^{0}=\dfrac{3}{2}$ وبالتالي $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\dfrac{3}{2}$

*/ **بنفس الكيفية نجد** $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=-\dfrac{1}{2}$

*/ **الخلاصة**: f غير قابلة للاشتقاق عند 0 لان $\dfrac{3}{2}\neq-\dfrac{1}{2}$

*/ **تفسير هندسيا**: $\left(C_f\right)$ يقبل نصفي مماسين عند النقطة $\left(0,f(0)=2\right)$ ميلهما $\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}$

وتسمى النقطة $\left(0,2\right)$ نقطة **زاوية**

°4) كتابة معادلة نصفي المماسين للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

*/ $y=f'_{>}(0)(x-0)+f(0)$ ولدينا $f'_{>}(0)=-\dfrac{1}{2}$ و $f(0)=2$ وعليه $y=-\dfrac{1}{2}x+2$

*/ $y = f'_{<}(0)(x-0)+f(0)$ ولدينا $f'_{<}(0)=\dfrac{3}{2}$ و $f(0)=2$ وعليه $y=\dfrac{3}{2}x+2$

5°) حساب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{2}x+1+e^{-|x|}=-\infty+1+\cancel{e^{-\infty}}=-\infty \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2}x+1+e^{-|x|}=+\infty+1+\cancel{e^{-\infty}}=+\infty$$

6°) دراسة اتجاه تغير الدالة f

*/ لما $x\geq 0$ لدينا: $f(x)=\dfrac{1}{2}x+1+e^{-x}$ ومنه $f'(x)=\dfrac{1}{2}-e^{-x}$

$$\frac{1}{2}-e^{-x}=0 \Rightarrow e^{-x}=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\ln 2$$

x	0		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

*/ لما $x\leq 0$ لدينا: $f(x)=\dfrac{1}{2}x+1+e^{x}$ ومنه $f'(x)=\dfrac{1}{2}+e^{x}>0$

x	$-\infty$		0
$f'(x)$		$+$	

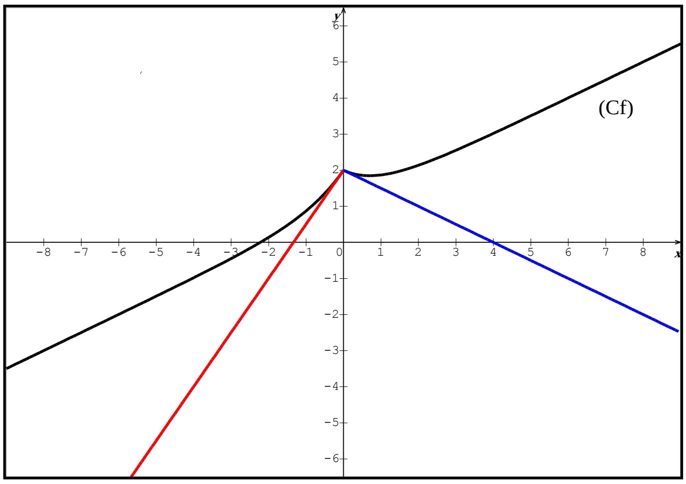
جدول التغيرات: نلصق جدول الإشارة الأول مع الثاني نجد

$$f(\ln 2)=\frac{3+\ln 2}{2}$$

x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$f(\ln 2)$	$\nearrow$	$+\infty$

7°) واضح تطبيق لمبرهنة القيم المتوسطة

8°) رسم المنحنى (C_f)



9°) المناقشة البيانية للمعادلة: $1-m+e^{-|x|}=0$

$$1-m+e^{-|x|}=0 \Rightarrow 1+e^{-|x|}=m$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}x+1+e^{-|x|}=m$$
$$\Rightarrow f(x)=m$$

حلول هاته المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم الأفقي ذا المعادلة؛ $y=m$

*/ $m<\dfrac{3+\ln 2}{2}$ يوجد حل وحيد سالب

*/ $m=\dfrac{3+\ln 2}{2}$ يوجد حلان أحدهما مضاعف موجب والأخر سالب

*/ $\dfrac{3+\ln 2}{2}<m<2$ يوجد ثلاث حلول حلان م وجبان والأخر سالب

*/ $m=2$ يوجد حلان أحدهما مضاعف معدوم والأخر موجب

*/ $m>2$ يوجد حل وحيد موجب

،،، **انتهي** ،،،

التمرين السابع: بكالوريا أجنبية 2008

$I-$ f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

°1) أحسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا

°2) أدرس تغيرات الدالة f

°3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\ln 2<\alpha<1$ ثم أثبت أن؛ $f'(\alpha)=1+\alpha+\alpha^2$

°4) أكتب معادلة للمماس $\left(T\right)$ لــ $\left(C_f\right)$ في النقطة $A\left(\alpha;f(\alpha)\right)$

°5) أحسب؛ $f(-x)+f(x)$ ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

°6) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x-1\right]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا

°7) أنشئ $\left(T\right)$ و $\left(C_f\right)$ نأخذ $\alpha\approx 0,8$

°8) هل توجد مماسات للمنحنى $\left(C_f\right)$ تعامد المستقيم ذا المعادلة $y=x$ ؟ برر إجابتك

°9) ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $\left(m-1\right)=me^x$

$II-$ g دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـــ $g(x)=-x+\dfrac{e^x}{e^x+1}$

بيّن أن $g(x)=f(-x)$ ثم أرسم $\left(C_g\right)$

حـــل نمـــوذجـــي

$I-$ °1) **حساب** $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}0} f(x)$ **و** $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$

$$\lim_{x\overset{<}{\longrightarrow}0} x-\frac{1}{e^x-1}=0-\frac{1}{0^-}=+\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} x-\frac{1}{e^x-1}=0-\frac{1}{0^+}=-\infty$$

تفسر النهايتين: $x=0$ مقارب عمودي لــ $\left(C_f\right)$

°2) **دراسة تغيرات الدالة** f

*/ **نكمل حساب النهايات عند** $-\infty$ و $+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} x-\frac{1}{\cancel{e^x}-1}=-\infty+1=-\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} x-\cancel{\frac{1}{e^x-1}}=+\infty$$

*/ **نحسب** $f'(x)$ ؛ f قابلة للاشتقاق على IR^* ولدينا: $f'(x)=1+\dfrac{e^x}{\left(e^x-1\right)^2}>0$

ومنه جدول التغيرات يكون كالتالي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

3°) واضح

*/ إثبات أن: $f'(\alpha)=1+\alpha+\alpha^2$

لدينا $f'(\alpha)=1+\dfrac{e^\alpha}{\left(e^\alpha-1\right)^2}$ .....(1) نبحث

عن علاقة تعوض e^α

لدينا $f(\alpha)=\alpha-\dfrac{1}{e^\alpha-1}=0\Rightarrow e^\alpha=\dfrac{\alpha+1}{\alpha}$ ...(2) نعوض(2) في (1) نجد

$$f'(\alpha)=1+\frac{\frac{\alpha+1}{\alpha}}{\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}-1\right)^2}=1+\frac{\frac{\alpha+1}{\alpha}}{\frac{1}{\alpha^2}}=1+\alpha+\alpha^2$$ (و هــ م)

4°) كتابة معادلة للمماس (T) لــ (C_f) في النقطة $A\left(\alpha;f(\alpha)\right)$

$y=f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)$ وبما أن $f'(\alpha)=1+\alpha+\alpha^2$ و $f(\alpha)=0$ فان

$$y=\left(1+\alpha+\alpha^2\right)\left(x-\alpha\right)=\left(1+\alpha+\alpha^2\right)x-\left(\alpha+\alpha^2+\alpha^3\right)$$

5°) حساب: $f(-x)+f(x)$: $f(-x)+f(x)=-\cancel{x}-\dfrac{1}{e^{-x}-1}+\cancel{x}-\dfrac{1}{e^x-1}=\dfrac{e^x}{e^x-1}-\dfrac{1}{e^x-1}$

$$\frac{e^x-1}{e^x-1}=1$$

*/ التفسير الهندسي: نطابق أولا $f(-x)+f(x)=1$ مع $f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$

نجد $\alpha=0$ و $\beta=\dfrac{1}{2}$

ومنه النقطة $A\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر لــ (C_f)

6°) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x-1\right]=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=0$

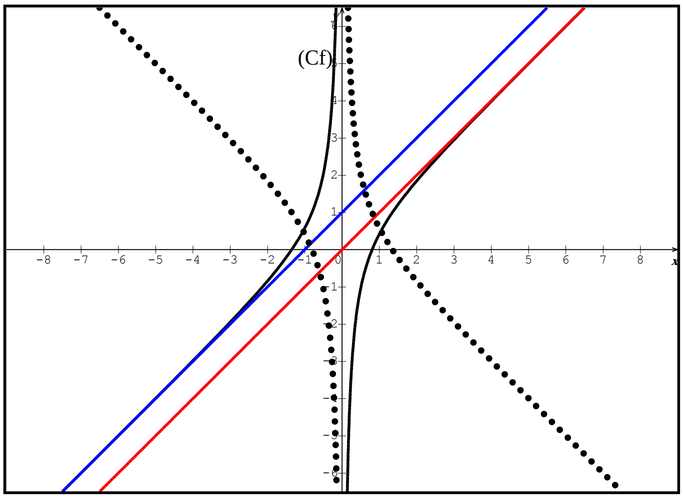
*/ تفسر هندسيا: $y=x+1$ و $y=x$ مقاربان مائلان لــ بجوار $-\infty$ و $+\infty$ على التوالي

7°) إنشاء (T) و (C_f) نأخذ $\alpha\approx0,8$

8°) لا توجد

*/ التبرير: المعادلة $f'(x_0)\times1=-1$ لا تقبل حلول

$$1+\frac{e^x}{\left(e^x-1\right)^2}=1\Rightarrow\frac{e^x}{\left(e^x-1\right)^2}=0$$ مستحيلة



9°) $\left(m-1\right)=me^{x}\Rightarrow -1=m\left(e^{x}-1\right)$

$$\Rightarrow m=-\frac{1}{e^{x}-1}$$

$$\Rightarrow x+m=x-\frac{1}{e^{x}-1}$$

$$\Rightarrow f(x)=x+m$$

حلول هاته المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $\left(C_{f}\right)$ مع المستقيم المائل ذا المعادلة؛ $y=x+m$ الموازي لــ $\left(\Delta'\right)$ و $\left(\Delta\right)$ وعليه نقارن m مع 0 و 1

*/ $m<0$ يوجد حل وحيد موجب

*/ $0\leq m\leq 1$ لا توجد حلول

*/ $m>1$ يوجد حل وحيد سالب

$II-$ g دالة معرفة على IR^{*} بــ $g(x)=-x+\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}$

*/ **تبيان أن** : $g(x)=f(-x)$ $\quad f(-x)=-x-\dfrac{1}{e^{-x}-1}=-x-\dfrac{1\times e^{x}}{\left(e^{-x}-1\right)\times e^{x}}=-x+\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}=g(x)$

رسم : $\left(C_{g}\right)$ هو نظير $\left(C_{f}\right)$ بالنسبة إلى حامل محور الفواصل

،،، **انتهي** ،،،

التمرين الثامن:

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-xe^{x}$

1°) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها

3°) أ/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\left[0;+\infty\right[$

ب/ تحقق أن: $0,8<\alpha<0,9$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$ و $\left(C_{f}\right)$ تمثيلها البياني (وحدة الطول $2cm$)

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وبرهن أن؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ مفسّرا النتيجة هندسيا

2°) أ/ لتكن f' مشتقة الدالة f بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{\left(e^{x}+2\right)^{2}}$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بين أن $f(\alpha)=\alpha$

4°) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_{f}\right)$ بجوار $-\infty$

5°) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

6°) أنشئ (Δ) و (C_f)

7°) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $me^x+2(m-1)-2x=0$ حلان موجبان

حـــل نمـــوذجـــي

$I-$ 1°) **حساب** $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} 2-\cancel{xe^x}=2$ 　　 $\lim\limits_{x\to-\infty} 2-xe^x=-\infty$

2°) **دراسة اتجاه تغير الدالة** g : g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا؛ $g'(x)=-e^x-xe^x=(-1-x)e^x$

*/ **نحل المعادلة** : $(-1-x)e^x=0$ معناه $-1-x=0$ ومنه $x=-1$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $-1-x$ لان $e^x>0$

*/ **جدول التغيرات**

x	$-\infty$		-1	α	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	2	$\nearrow$	$2-e^{-1}$	$\searrow$	$-\infty$

3°) أ/ g مستمرة ورتيبة تماما(متناقصة تماما) على $]0;+\infty[$

و $\begin{cases} g(0)=2 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty \end{cases} \Leftarrow g(0)\times\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)<0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α في المجال $]0;+\infty[$ يحقق: $g(\alpha)=0$

ب/ **التحقق من أن**: $0,8<\alpha<0,9$

$g(0,8)\simeq \dots>0$ 　 $g(0,9)\simeq \dots<0$ 　ومنه $0,8<\alpha<0,9$

*/ **استنتاج إشارة** $g(x)$ **على** IR

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

$II-$ 1°) **حساب** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+2}{\cancel{e^x}+2}=-\infty$

*/ **برهان أن**؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$: ح ع ت $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+2}{e^x+2}=\dfrac{+\infty}{+\infty}$

إزالتها: نستخرج x أو e^x (تفي بالغرض) عامل مشترك من البسط والمقام

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+2}{e^x+2}=\dfrac{\cancel{x}\left(2+\cancel{\frac{2}{x}}\right)}{\cancel{x}\left(\frac{e^x}{x}+\cancel{\frac{2}{x}}\right)}=\dfrac{2}{+\infty}=0$ **تفسر هندسيا**: $y=0$ مقارب أفقي لــ (C_f) بجوار $+\infty$

2°) أ/ **تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي** x **من** $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{\left(e^x+2\right)^2}$

f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ؛ولدينا

$$f'(x)=\frac{2\times\left(e^x+2\right)-e^x\left(2x+2\right)}{\left(e^x+2\right)^2}=\frac{2\left(e^x+2-xe^x-e^x\right)}{\left(e^x+2\right)^2}=\frac{2\left(2-xe^x\right)}{\left(e^x+2\right)^2}$$
$$=\frac{2.g(x)}{\left(e^x+2\right)^2}$$

ب/ **استنتاج إشارة** $f'(x)$ **على** $\mathbb{R}$ ، إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ لان المقام موجب دوما ومنه جدول التغيرات يكون كالتالي:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	0

3⁰) **تبيان أن**: $f(\alpha)=\alpha$: لدينا $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha+2}{e^\alpha+2}$.....(1)

ومن جهة أخرى $g(\alpha)=2-\alpha e^\alpha=0\Rightarrow e^\alpha=\dfrac{2}{\alpha}$......(2)

نعوض (2) في (1) نجد: $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha+2}{\frac{2}{\alpha}+2}=\dfrac{\cancel{2\alpha+2}}{\frac{\cancel{2\alpha+2}}{\alpha}}=\alpha$

4°) **نبين أن**: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\left(x+1\right)\right]=0$ ؛ **أولا نحسب الفرق** $f(x)-\left(x+1\right)$

$$f(x)-\left(x+1\right)=\frac{2x+2}{e^x+2}-\left(x+1\right)=\frac{2x+2-xe^x-e^x-2x-2}{e^x+2}=\frac{\left(-x-1\right)e^x}{e^x+2}$$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\left(x+1\right)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(-x-1\right)\cancel{e^x}}{\cancel{e^x}+2}=0$

5⁰) **دراسة وضعية المنحنى** (C_f) **بالنسبة للمستقيم** (Δ) : ندرس إشارة الفرق $f(x)-\left(x+1\right)$

لدينا: $f(x)-\left(x+1\right)=\dfrac{\left(-x-1\right)e^x}{e^x+2}=0\Rightarrow\left(-x-1\right)e^x=0\Rightarrow -x-1=0\Rightarrow x=-1$

وإشارة الفرق من إشارة $-x-1$ لان $e^x>0$ والمقام موجب دوما ومنه:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	

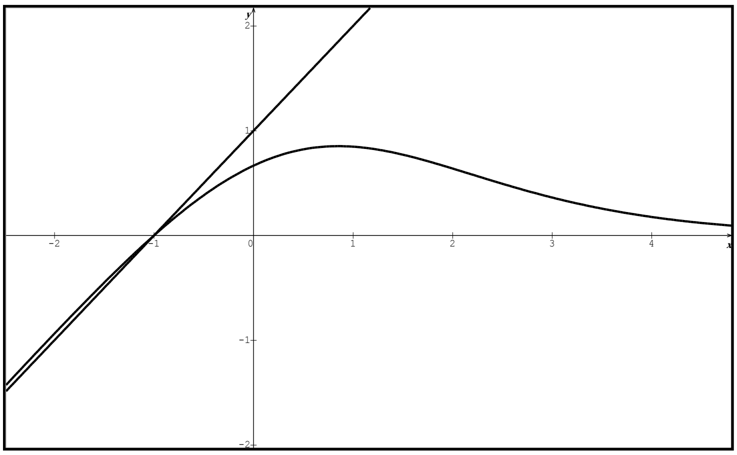
/* $\left(C_f\right)$ فوق (Δ) على المجالين $\left]-\infty;-1\right[$

/* $\left(C_f\right)$ تحت (Δ) على المجال $\left]-1;+\infty\right[$

/* $\left(C_f\right)$ يقطع (Δ) عند النقطة $A\left(-1;0\right)$

6⁰) **إنشاء** (Δ) و (C_f)

$f(0)=\dfrac{2}{3}$



معناه $(C_f)\cap(yy')=\left\{\left(0;\frac{2}{3}\right)\right\}$

7°) $me^x+2(m-1)-2x=0 \Rightarrow (e^x+2)m=2x+2 \Rightarrow \frac{2x+2}{e^x+2}=m \Rightarrow f(x)=m$

يكون لهذه المعادلة حلان موجبان إذا كان: $\frac{2}{3}<m<f(\alpha)$

،،، انتهي ،،،

التمرين التاسع:

$I-$ لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=ae^{2x}+be^x+c$ ،حيث a ، b و c أعداد حقيقية

(C_f)هو التمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

عين a ، b و c بحيث المنحنى(C_f) يشمل النقطة O و الدالة المشتقة f' تنعدم من أجل $x=\ln\frac{3}{4}$ و المستقيم الذي معادلته$y=1$ مستقيم مقارب للمنحني(C_f). بجوار $-\infty$

$II-$ نأخذ فيما يلي: $a=2$ و $b=-3$ و $c=1$

1°) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى(C_f) ؟

2°)احسب$\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3°) ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

4°)حدد نقط تقاطع المنحني(C_f) مع حامل محور الفواصل.

5°)عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها0.

6°) أحسب $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ ،فسّر النتيجة هندسيا **(هذا السؤال خاص بشعبتي رياضيات والتقني رياضي فقط)**

7°)أنشئ على (C_f)

حـــل نمـــوذجـــي

$I-$ تعيين a ، b و c

(C_f) يشمل النقطة O **معناه**(1)......$f(x)=0 \Rightarrow a+b+c=0$

*/ f' تنعدم من أجل $x=\ln\frac{3}{4}$ **معناه** $f'\left(\ln\frac{3}{4}\right)=0$ نحسب$f'(x)$: $f'(x)=2ae^{2x}+be^x$

$$f'\left(\ln\frac{3}{4}\right)=2ae^{2\ln\frac{3}{4}}+be^{\ln\frac{3}{4}}=2ae^{\ln\left(\frac{3}{4}\right)^2}+\frac{3}{4}b=\frac{9}{8}a+\frac{3}{4}b=0 \Rightarrow b=-\frac{3}{2}a....(2)$$

*/ $y=1$ مقارب للمنحنى(C_f). بجوار $-\infty$

معناه$\lim_{x\to-\infty} f(x)=1 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} a\cancel{e^{2x}}+b\cancel{e^x}+c=1 \Rightarrow c=1$

نعوض قيمة c في (1) وأيضا (2) في (1) نجد $a=2$ ثم نعوض قيمة a في (2) نجد $b=-3$

$-II$ نأخذ فيما يلي: $a=2$ و $b=-3$ و $c=1$: $f(x)=2e^{2x}-3e^{x}+1$

1°) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: ح ع ت $\lim\limits_{x\to+\infty} 2e^{2x}-3e^{x}+1=+\infty-\infty$

إزالتها؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} 2e^{2x}-3e^{x}+1=e^{2x}\left(2-\cancel{\frac{3}{e^{x}}}+\cancel{\frac{1}{e^{2x}}}\right)=+\infty\times 2=+\infty$

3°) دراسة اتجاه تغير f ،مما سبق: $f'(x)=2ae^{2x}+be^{x}\Rightarrow f'(x)=4e^{2x}-3e^{x}$

*/ نحل المعادلة: $4e^{2x}-3e^{x}=0$ ، $4e^{2x}-3e^{x}=0\Rightarrow e^{x}\left(4e^{x}-3\right)=0\Rightarrow 4e^{x}-3\Rightarrow x=\ln\frac{3}{4}$

*/ إشارة $f'(x)$ من إشارة $4e^{x}-3$ لان $e^{x}>0$

وجدول التغيرات يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$\ln\frac{3}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-\frac{1}{8}$	$\nearrow$	$+\infty$

4°) تحديد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل، نحل المعادلة: $f(x)=0$

*/لحل هاته المعادلة $2e^{2x}-3e^{x}+1=0$ نضع $e^{x}=t$ نجد $2t^{2}-3t^{x}+1=0$

$\Delta=1>0\Rightarrow t_1=1\,,t_2=\frac{1}{2}$ نحل المعادلتين: $e^{x}=1\Rightarrow x=0$ و $e^{x}=\frac{1}{2}\Rightarrow x=-\ln 2$

*/ الخلاصة: $\left(C_f\right)\cap\left(xx'\right)=\left\{\left(0;0\right),\left(-\ln 2;0\right)\right\}$

5°) تعيين معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

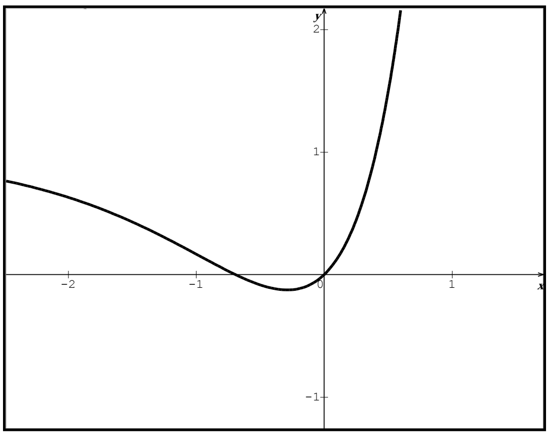
$y=f'(0)(x-0)+f(0)$ و $f'(0)=1$ و $f(0)=0$ ومنه $y=x$

6°) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$: ح ع ت $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2e^{2x}-3e^{x}+1}{x}=\frac{+\infty}{+\infty}$

إزالتها: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2e^{2x}-3e^{x}+1}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x}\left(2-\cancel{\frac{3}{e^{x}}}+\cancel{\frac{1}{e^{2x}}}\right)=+\infty$

تفسر هندسيا: (C_f) يقبل فرع لانهائي باتجاه محور التراتيب (yy')

7°) إنشاء (C_f)



،،، انتهي ،،،

تمارين للممارسة المنزلية

-في رحاب الدوال الأسية-

BAC : 2016

التمرين الأول: بكالوريا المغرب 2014

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=(x-2)^2.e^x$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا

2°) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $f'(x)=x\left(x-2\right)e^x$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها

3°) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $f''(x)=\left(x^2-2\right)e^x$، ثم استنتج أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطتي انعطاف (لا يطلب تعيين احداثياهما)

ب/ أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $\left]-\infty;\frac{5}{2}\right[$

5°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة؛ $\left(x-2\right)^2=m^2.e^{-x}$

التمرين الثاني: الامتحان الأول ثانوية شنوف حمزة ـ الوادي 2014 /2015

I) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $h(x)=x-e^x-2$

1°) أحسب نهاية الدالة h عند $-\infty$ و $+\infty$

2°) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) استنتج إشارة الدالة h

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\left[-1;+\infty\right[$ بـــ: $f(x)=(1-x)e^{-x}-x-2$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\left[-1;+\infty\right[$ فان : $f'(x)=e^{-x}h(x)$

3°) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4°) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,3<\alpha<-0,2$

5°) بين أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ ذا المعادلة : $y=-x-2$ مستقيم مقارب مائل لـــ $\left(C_f\right)$

6°) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى $\left(C_f\right)$

7°) أثبت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها

8°) بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ يوازي المستقيم (Δ)، يطلب تعيين معادلته

9°) أحسب $f(0)$، ثم أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ) والمماس (T)

10°) نعتبر الدالة g المعرفة على $\left[-1;+\infty\right[$ كما يلي : $g(x)=\left|f(x)\right|$

أ/ أنشئ $\left(C_g\right)$ منحنى الدالة g انطلاقا من منحنى الدالة f

ب/ m وسيط حقيقي ، عيّن قيم m بحيث تقبل المعادلة: $g(x)=\left|m\right|$ حلين سالبين

التمرين الثالث: بكالوريا المغرب بتصرف 2006/2005

$I-$ g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=e^{-x}+x-1$

1^0) أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2^0) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3^0) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $e^{-x}+x\geq 1$

$II-$ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$)

1°) أ/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ؛ $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$ ، ثم أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

2°)أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $f'(x)=\dfrac{\left(1+x\right)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها

3°)أ/ أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة

ب/ تحقق من أن: $x-f(x)=\dfrac{x.g(x)}{g(x)+1}$ واستنتج الوضع النسبي لـــ (T) مع $\left(C_f\right)$، ماذا تستنتج؟ $\left(C_f\right)$

4°) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ والمماس (T)

5°) نعتبر المستقيمات $\left(d_m\right)$ المعرفة بـــ: $y=mx$ حيث m وسيط حقيقي

أ/ بيّن أن جميع المستقيمات $\left(d_m\right)$ تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها

ب/ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x\left[\left(x+e^{-x}\right)m-1\right]=0$

التمرين الرابع: بكالوريا جوان 2006 النظام القديم

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(3-2x)e^{x}+2$

1^0) احسب : $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ، وفسر النتيجتين بيانيا

2^0) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

3^0) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1{,}68<\alpha<1{,}69$

4^0) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^x+4x-1}{e^x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

1^0) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)؟

2^0) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{2\,g(x)}{(e^x+1)^2}$.

3^0) بين أن $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$

4^0) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

5^0) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=4x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

6^0) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

7^0) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

8^0) ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

9^0) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $me^x-4x+m+2=0$

التمرين الخامس:

$I-$ لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=x-e^{-\frac{1}{2}x}$

1^0) ادرس تغيرات الدالة h

2^0) بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,70<\alpha<0,71$

3^0) استنتج إشارة $h(x)$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}+2-x$

(C_f) تمثيلها البيانـــي في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ **(وحدة الطول 1cm)**

1^0) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2^0) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $f(x)=(2-x)\left(1-2e^{\frac{1}{2}x}\right)$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3^0) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{\frac{1}{2}x}\,h(x)$.

4^0) أ/استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ بين أن $f(\alpha)=4-\alpha-\dfrac{4}{\alpha}$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$

5^0) دون حساب عين: $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة هندسيا

6^0) أ/ أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2-x)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم $(\Delta): y=-x+2$

7°) أ/ أوجد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

ب/ حدد النقطة E نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب.

8°) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة E

9°) أ/ ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

ب/ ليكن m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}-m+2=0$

10°) k هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x)=\left[f(x)\right]^2$

أ/ أحسب $k'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $k'(x)$

ب/ شكّل جدول تغيرات الدالة h.

التمرين السادس:

$I-$ f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أدرس تغيرات الدالة f

2°) عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

3°) أحسب: $f(-x)+f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيًا.

4°) بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ،ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

$II-$ لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x$

1°) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2°) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=\dfrac{-(e^x-1)}{(e^x+1)^2}$

3°) أدرس إشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات g

4°) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2{,}7<\alpha<2{,}8$

ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

5°) أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$ ،وفسر النتيجة هندسيا

ب/ ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f).

التمرين السابع: بكالوريا أجنبية 2001

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=\left(x^2+2x-1\right)e^{-x}+1$

1°) بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=1$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$

2°) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) أ/ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والأخر α حيث، $-2,4<\alpha<-2,3$

ب/ استنتج إشارة الدالة g

II– نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بــ: $f(x)=x-(x^2+4x+3)e^{-x}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فان : $f'(x)=g(x)$

3°) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4°) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,3<\alpha<-0,2$

5°) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x$ مستقيم مقارب مائل لــ $\left(C_f\right)$ بجوار $+\infty$

ب/ بيّن أن المستقيم (Δ) والمنحنى $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتين A و B يطلب تعيينهما

ج/أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى $\left(C_f\right)$

6°) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ)

التمرين الثامن: بكالوريا أجنبية 2004

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=1-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{e^x+1}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $\dfrac{1}{e^{-x}+1}=1-\dfrac{1}{e^x+1}$ ثم استنتج أن الدالة f فردية

2°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3°) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ وشكل جدول تغيرات الدالة f على $\left[0;+\infty\right[$

4°) استنتج أنه من أجل كل x من $\left[0;+\infty\right[$ ؛ $1-\dfrac{2}{e^x+1}\le\dfrac{1}{2}x$

5°) بيّن أن؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\dfrac{1}{2}x\right]=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا

6°) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=1-\dfrac{1}{2}x$

التمرين التاسع:

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2e^{x}+2x-7$

1°) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha\in\left]0,94;0,941\right[$

4°) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\left(2x-5\right)\left(1-e^{-x}\right)$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

1°) أدرس إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

2°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{-x}.g(x)$.

3°) أ/ بين أن $f(\alpha)=\dfrac{\left(2\alpha-5\right)^2}{2\alpha-7}$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$

ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة بــ $h(x)=\dfrac{\left(2x-5\right)^2}{2x-7}$ على المجال $\left]-\infty;\dfrac{5}{2}\right[$

ج/ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ بتقريب $0,01$

4°) بين أن المستقيم (d) ذا المعادلة $y=2x-5$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

5°) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

6°) أنشئ (d) و (C_f) على المجال $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right[$

التمرين العاشر:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{\left(x+1\right)e^{x}+x+2}{e^{x}+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2°) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+e^{x}+1}{\left(e^{x}+1\right)^2}$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

3°) بيّن أن $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2<\alpha<-1$

4°) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $f(x)=x+1+\dfrac{1}{e^{x}+1}$ وأن: $f(x)=x+2-\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}$

ب/ استنتج أنّ $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (d) و (d') يطلب تعيين معادلتيهما

5°) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$؛ $f(-x)+f(x)=3$ وفسّر النتيجة هندسيا

6°) أنشئ (d) ،(d') و (C_f)

التمرين الحادي عشر:

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x-5+2e^{2x}$

1°) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha\in\left]0,3;0,4\right[$

4°) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\left(x-2\right)\left(2-e^{-2x}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{-2x}.g(x)$.

3°) أ/ بين أن $f(\alpha)=\dfrac{\left(\alpha-2\right)^2}{2\alpha-5}$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$

4°) شكل جدول تغيرات الدالة f

5°) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ واستنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

6°) أ/ بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(2x-4\right)\right]=0$ وفسّر النتيجة هندسيا

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (d) ذا المعادلة $y=2x-4$

7°) أنشئ (d) و (C_f) على المجال $\left[0;+\infty\right[$

8°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $\ln\left(\dfrac{\left(x-2\right)\left(2e^{2x}-1\right)}{-3x+m}\right)-2x=0$

$III-$ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $h(x)=\left[f(x)\right]^3$

1°) أحسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$

2°) شكل جدول تغيرات الدالة h

التمرين الثاني عشر:

$I-$ g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=1-\left(ax+b\right)e^{x-2}$ حيث a و b عددان حقيقيان

1°) أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b

2°) عيّن قيمتي a و b إذا علمت أن منحنى الدالة g يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة $A\left(-3;1+2e^{-5}\right)$

نأخذ فيما يلي: $a=2$ و $b=4$

3°) أ/ ادرس تغيرات الدالة g

ب/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,4<\alpha<0,5$ واستنتج إشارة $g(x)$

II– نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2e^{x-2}-\frac{1}{4}x^2$ (C_f) تمثيلها البياني (وحدة الطول $2cm$)

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$

2°) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-\frac{1}{2}x.g(x)$

3°) استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ،ثم شكل جدول تغيراتها

4°) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

5°) أنشئ (C_f) على المجال $\left[-5;2\right]$ (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,2$)

III– نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ $h(x)=e^{1-f(x)}$

أحسب $h'(x)$ واستنتج إشارتها ثم شكل جدول تغيراتها (دون حساب عبارة $h(x)$)

التمرين الثالث عشر:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f\left(x\right)=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$ (C_f)

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f\left(x\right)=x-1+\frac{2}{e^x+1}$ و $f\left(x\right)=x+1-\frac{2e^x}{e^x+1}$

ب/ احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ج/ بين أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللذين معادلتاهما على الترتيب $y=x+1$ و $y=x-1$

مقاربان لـــ (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$ على الترتيب.

د/ حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ_1) و (Δ_2).

2°) أ/ بين أن الدالة f فردية.

ب/ ادرس تغيرات الدالة f على $\left[0;+\infty\right[$.

3°) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

4°) ارسم (Δ_1)، (Δ_2) ، ثم المنحنى (C_f)

التمرين الرابع عشر:

f دالة معرفة على $\left]0;+\infty\right[$ كما يلي: $f\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(2-e^{-x}\right)$

(C_f) التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم و متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$)

1°) أ/ احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب/ بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة: $y = 2x - 2$ مقارب للمنحنى (C_f)

ج/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D) .

2^0) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب؛ $f'(x) = xe^{-x} + 2(1 - e^{-x})$

ب/استنتج أنه أجل كل عدد حقيقي x موجب ، $f'(x) > 0$

ج/ حدّد $f'(0)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

3^0) ارسم (D) و المنحنى (C_f)

4°)عين النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم (D) .

5^0) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = 2x + m$

التمرين الخامس عشر:

$I-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{4e^x + 2}{e^x + 1}$

1°) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجتين بيانيا

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة f

3°) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0,3)$

4°) ارسم (C_f) و (Δ).

$II-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x + 5 - 2\sqrt{2}$ (C_g) تمثيلها البياني.

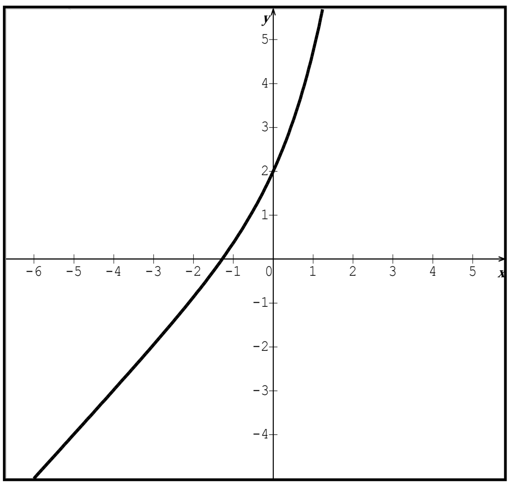
1°) ادرس تغيرات الدالة g (لا يطلب رسم (C_g))

2°) أدرس تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g)

3°) برهن أن للمنحنيين نقطة مشتركة وحيدة B يطلب إيجاد إحداثياتها

4°) أوجد معادلتي المماسين للمنحنيين (C_f) و (C_g) في النقطة B ماذا تلاحظ ؟

التمرين السادس عشر:



$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x + x + 1$

المنحنى (C_g) المقابل هو تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

بقــراءة بيانيــة

1^0) شكل جدول تغيرات الدالة g

2^0) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث: $-1{,}3 < \alpha < -1{,}2$

3^0) استنتج إشارة $g(x)$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x + 1}$ ،

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1⁰) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجة الثانية هندسيا

2⁰) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3⁰) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^x\,g(x)}{(e^x+1)^2}$.

4⁰) بين أن $f(\alpha)=\alpha+1$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$.

5⁰) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

6⁰) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

7⁰) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة

8⁰) ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

9°) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $f(-x)=m$ حلان

التمرين السابع عشر:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+1+e^{-2x}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1⁰) أدرس تغيرات الدالة f

2°) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربًا مائلا $\left(\Delta\right)$ عند $+\infty$ ، يطلب تحديد معادلته

3°) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى $\left(\Delta\right)$

4°) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1<x_0<2$

5°) أرسم $\left(\Delta\right)$ و (C_f)

6⁰) أثبت أن للمنحنى (C_f) مماس وحيد معامل توجيهه يساوي -3 ، أكتب معادلته.

7⁰) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=-3x+m$

قف عند ناصية الحلم وقاتل

بكالوريات الشعب العلمية المشتركة

-في رحاب الدوال الأسية-

BAC : 2008-2015

جمع وكتابة الأستاذ : محمد حاقة

BAC : 2015

شعبة علــوم تجريبية

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$

1°) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$

2°) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ،ثم تحقق أنّ: $0,36<\alpha<0,37$

3°) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) أ/ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$

ب/ استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$

2°) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

3°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x-1\right]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

4°) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) الذي معادلته: $y=-x+1$

5°) أنشئ (C_f) و (Δ) على المجال $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha)\approx 0,1$

شعبة تقني رياضي

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=(x+2)e^{x}-2$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

2°) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) أحسب $g(0)$ ،ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=2x+3-(x+1)e^{x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ ،ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2°) أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ،: $f'(x)=-g(x)$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/ بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3°) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $0,92<\alpha<0,93$ و $-1,56<\beta<-1,55$

4°) أرسم المستقيم (Δ) ،ثم أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$

BAC 2016

شعبة رياضيات

f الدالة المعرفة بـــ: $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)=\left(x-1\right)e^{\frac{1}{x}}$

$\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار

2°) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \dfrac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

3°) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها

4°) أ/ بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=0$

ب/ استنتج أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $\left(\Delta\right)$ بجوار $-\infty$ ،يطلب تعيين معادلة له

5°) g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـــ: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$

أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

6°) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)>x$

ب/ ادرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم $\left(\Delta\right)$

ج/ أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$

BAC : 2014

شعبة تقني رياضي

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\left(x-1\right)e^{x}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1^0) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2^0) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3^0) بين أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن $1{,}27<\alpha<1{,}28$

4°) أكتب معادلة لـــ (T) مماس المنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

وحدّد وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى (T)

5°) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ والمماس (T)

6°) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^{x}-(m-1)e^{m}=-1$

تقبل حلا واحدا في $\mathbb{R}$

7°) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=\left(|x|+1\right)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني

أ/ بيّن أن h دالة زوجية

ب/ ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

8°) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=(ax+b)e^{x}$ حيث a و b عددان حقيقيان

- عيّن a و b حتى يكون: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=f(x)$

BAC 2016

شعبة رياضيات

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=(2-x)e^{x}-1$

1°) أدرس تغيرات الدالة g

2°) بيّن أن للمعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $-1{,}2<\alpha<-1{,}1$ و $1{,}8<\beta<1{,}9$

3°) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا

2°) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-x)^{2}}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بيّن أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4°) احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f)

BAC : 2013

x	$f(x)$
$0,20$	$0,037$
$0,21$	$0,016$
$0,22$	$-0,005$
$0,23$	$-0,026$
$0,24$	$-0,048$
$0,25$	$-0,070$

شعبة علــوم تجريبية

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty,1[$ بـــ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)

2°) أحسب $f'(x)$. بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty,1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $\left]-\infty,1\right[$ حلا وحيدا α. باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرًا للعدد α

4°) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى $\left(C\right)$ ، ثم ارسم المنحنى $\left(C'\right)$ الممثل للدالة $\left|f\right|$.

5°) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $\left|f(x)\right|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $\left]-\infty,1\right[$ بــ: $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1°) ادرس تغيرات الدالة g على $\left]-\infty,1\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) أ/ تحقق من أن: $g\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثم بين أن: $g'\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$

ب/ استنتج معادلة $\left(T\right)$ المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{\alpha+1}{2}$

ج/ تحقق من أن: $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^3}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ،معادلة للمستقيم $\left(T\right)$

شعبة تقني رياضي

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\left(x-1\right)e^x$

1°) ادرس تغيرات g

2°) بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $1+\left(x-1\right)e^x\geq 0$

II) الدّالة f معرفة على $\left[0;+\infty\right[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^x-1}{x} & ;x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

1°) أ/ بيّن أن f مستمرة على $\left[0;+\infty\right[$

ب/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2°) أ/ تحقق أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من $\left]0;+\infty\right[$: $f'(x)=\dfrac{1+\left(x-1\right)e^x}{x^2}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

III) n عدد طبيعي حيث $n\geq 1$ ؛ f_n الدالة المعرفة على $\left]0;+\infty\right[$ بــ: $f_n(x)=\dfrac{e^x-1}{x}+n\ln x$

$\left(C_n\right)$ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $\left]0;+\infty\right[$

2°) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f_n(x)$

3°) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $\left(C_{n}\right)$ و $\left(C_{n+1}\right)$

4°) بيّن أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثياتها

5°) أ/ بيّن أنه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $\left]0,3;0,4\right[$ بحيث: $f_1(\alpha_1)=0$

ب/ بيّن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$ فانّ: $f_n(\alpha_1)<0$، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $\left]\alpha_n;1\right[$ بحيث: $f_n(\alpha_n)=0$

شعبة رياضيات

I) نعتبر الدالة u المعرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي: $u(x)=e^x-3x+4-e$

أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة u

ب/ بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0,+\infty\right[$، $e^x-e\succ 3x-4$

2°) الدالة v معرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ بـــ: $v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$

أ/ بين أن : $v'(1)=0$. (يرمز v' الى الدالة المشتقة للدالة v)

ب/ أثبت أنه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0,+\infty\right[$، $v(x)\leq 0$

ج/استنتج، أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0,+\infty\right[$، $\dfrac{-1+\ln x}{x^2}\leq 3x-4$

3°) أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0,+\infty\right[$: $e^x-e+\dfrac{1-\ln x}{x^2}>0$

II) الدالة f معرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ بـــ: $f(x)=e^x-ex+\dfrac{\ln x}{x}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) احسب: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]0,+\infty\right[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) احسب $f(1)$، ثم مثل المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $\left]0,\dfrac{5}{2}\right]$.

(نأخذ: $f(2)\approx 2,3$ ، $f(1,64)\approx 1$ و $f\left(\dfrac{5}{2}\right)\approx 5,75$)

BAC : 2012

شعبة علـوم تجريبية

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-xe^{x}$

1°) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها

3°) أ/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\left]-1;+\infty\right[$

ب/ تحقق أن: $0,5<\alpha<0,6$ ،ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]-\infty;2\right[$ كما يلي: $f(x)=\left(x-1\right)e^{x}-x-1$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني.

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2°) أ/ لتكن f' مشتقة الدالة f بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\left]-\infty;2\right[$: $f'(x)=-g(x)$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ على $\left]-\infty;2\right[$ ،ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بين أن $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^{2}+1}{\alpha}\right)$ ثم جد حصرًا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2})

4°) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ بجوار $-\infty$

5°) أدرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم (Δ)

6°) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $-1,6<\alpha<-1,5$ و $1,5<\beta<1,6$

7°) أنشئ (Δ) و $\left(C_f\right)$

شعبة تقني رياضي

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$.

1°) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث: $1,59<\alpha<1,60$.

3°) استنتج إشارة $g(x)$

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}$.

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$. (وحدة الطول $2cm$)

1°) بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

2°) أ/ برهن انه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(e^{x}-2x\right)^{2}}$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/ احسب $f(1)$ ثم استنتج، حسب قيم x إشارة $f(x)$

3°) أ/ بين أن: $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I

ب/ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

ج/ ارسم $\left(C_{f}\right)$

4°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m+1)\left(e^{x}-2x\right)=2x-2$

5°) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\left[f(x)\right]^{2}$

أ/ أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة h.

BAC 2016

شعبة رياضيات

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-xe^{x}$

1°) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها

2°) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,8<\alpha<0,9$

3°) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$

$\left(C_{f}\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1°) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

2°) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ بين أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب لــ (C_{f})

3°) ادرس وضعية $\left(C_{f}\right)$ بالنسبة إلى (Δ) و (Δ') حيث (Δ) هو المستقيم ذا المعادلة $y=x$

4°) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\dfrac{2\,g(x)}{(e^{x}+2)^{2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

5°) بين أن $f(\alpha)=\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

6°) ارسم (Δ') و (Δ) و (C_{f})

7°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=f(m)$

BAC : 2011

شعبة علـوم تجريبية

الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=e^{x}-ex-1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1^0) أ/احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ احسب $f'(x)$ ،ثم ادرس إشارتها

ج/ شكل جدول تغيرات الدالة f

2^0) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب/ أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

3^0) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا في المجال $]1,75;1,76[$

4^0) ارسم المستقيمين (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) في المجال $]-\infty;2]$

شعبة تقني رياضي

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=3-\dfrac{4}{e^{x}+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) أدرس تغيرات الدالة f وعين المستقيمات المقاربة لـــ (C_f)

2°) بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ،ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

3°) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x$

أ/ أحسب: $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

ب/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=\dfrac{-(e^{x}-1)}{(e^{x}+1)^{2}}$

ج/ أدرس إشارة $g'(x)$ ،ثم شكل جدول تغيرات g

د/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7<\alpha<2,8$

4^0) أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$

ب/ ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f).

شعبة رياضيات

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(3x+4)e^{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) أ/ احسب f' و f'' ،ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم؛فان $f^{(n)}(x) = (3x+3n+4)e^x$ حيث: $f', f'', ..., f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f

ب/ استنتج حل المعادلة التفاضلية: $y'' = (3x+16)e^x$

2°) أ/ بيّن أن $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها

3°)أ/ أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ω التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$

ب/ برهن أن النقطة ω هي نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

4°) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty;0]$

BAC : 2010

شعبة علـوم تجريبية

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.

نرمز بـــ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2°) أحسب $\lim_{x \underset{<}{\longrightarrow} 0} f(x)$ و $\lim_{x \underset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)$. وفسر هندسيا النتيجة.

3°) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}^*$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4°) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x+1$

ب/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

5°) أثبت أن النقطة $\omega\left(0\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

6°) أ/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1{,}4 < \beta < -1{,}3$

ب/ هل توجد مماسات لـــ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

ج/ ارسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f).

د/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x} = m$

شعبة تقني رياضي

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

BAC 2016

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث؛ $f(x)=ax+\dfrac{b}{3\left(e^{x}-1\right)}$ من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم

2°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$

3°) أثبت أن f متزايدة تماما على مجموعة تعريفها

4°) أ/ (d) و (d') مستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$ بيّن أن مقاربان لــ $\left(C_f\right)$

ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما

ب/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $0,9<x_1<0,91$ و $-1,66<x_2<-1,65$

ج/ أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم؛ $f(-x)+f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

5°) ارسم (d) و (d') و $\left(C_f\right)$

6°) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

7°) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=\left[f(x)\right]^{2}$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

شعبة رياضيات

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\left(3-x\right)e^{x}-3$

1°) ادرس تغيرات الدالة g

2°) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما معدوم والأخر $\alpha\in\left]2,82\ ;\ 2,83\right[$

3°) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) الدّالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases}f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}-1} & ;x\neq0\\ f(0)=0\end{cases}$ تمثيلها البياني $\left(C_f\right)$

1°) أ/ بيّن أن f قابلة للاشتقاق عند $x_0=0$ وأكتب معادلة لــ $\left(T\right)$ مماس $\left(C_f\right)$ عند 0

2°) أ/بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}x^{3}e^{-x}=0$ ثم جدّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب/ بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x)=\dfrac{x^{2}}{\left(e^{x}-1\right)^{2}}g(x)$

ج/ تحقق أن: $f(\alpha)=\alpha^{2}\left(3-\alpha\right)$، ثم عيّن حصرا له

د/ أنشئ جدول تغيرات f

3°) احسب $f(x)+x^{3}$ واستنتج الوضع النسبي لــ $\left(C_f\right)$ و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^{3}$

4°) بيّن أن $\lim_{x \to -\infty}\left[f(x)+x^3\right]=0$ وفسر النتيجة هندسيا

5°) أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و (C) و (C_f)

BAC : 2009

شعبة تقني رياضي

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{2}{1+e^x}$.

(C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1°) أحسب $f(-x)+f(x)$ وماذا تستنتج؟

2°) ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$، ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

3°) بيّن أن المستقيم $y=x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

4°) أحسب $\lim_{x \to -\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

5°) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1{,}7<\alpha<-1{,}6$

6°) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها

7°) بيّن أن (C_f) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربان، ثم ارسم المنحنى (C_f)

8°) انطلاقا من المنحنى (C_f) اشرح كيفية الحصول على رسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g

حيث $g(x)=f\left(|x|\right)$

ارسم عندئذ المنحنى (C_g)

BAC 2016

BAC : 2008

شعبة علـــوم تجريبية

$I-$ نعتبر الدالة f العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$

كما يلـــي: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$

حيث a و b عددان حقيقيان، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

عيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$

$II-$ نعتبر الدالة g العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$

كما يلـــي: $f(x)=(-x-1)e^{-x}+1$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1°) بيّن أن $\lim_{x \to -\infty} g(x)=1$ وفسر النتيجة هندسيا $(\lim_{u \to -\infty} ue^u=0)$

°2) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها

°3) بيّن أن $\left(C_g\right)$ يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيينها

°4) أكتب معادلة المماس للمنحنى $\left(C_g\right)$ عند النقطة I

°5) ارسم $\left(C_g\right)$

$III-$ k دالة معرفة على المجال $\left]-2;+\infty\right[$ بـــ: $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها

شعبة رياضيات

I) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

°1) ادرس تغيرات الدالة f

°2) بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس $\left(C_f\right)$ عند النقطة ω

°3) اثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى $\left(C_f\right)$

°4) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+3)\right]$ ، ماذا تستنتج؟

°5) بين أن $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $\left]-2,77\ ;\ -2,76\right[$

°6) احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم $\left(C_f\right)$ ومستقيميه المقاربين.

$(II$ g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$. $\left(C_g\right)$ منحنى الدالة g

°1) بين أن من اجل كل عدد حقيقي x فان: $g(x)=f(-x)$

°2) أنشئ في نفس المعلم السابق $\left(C_g\right)$ (دون دراسة الدالة g)

وفي الأخير، أسأل الله أن ينفع بما كتبت، هو الموفق والهادي إلى سواء السبيل

أستاذكم محمد حاقة يتمنى لكم النجاح والتوفيق في البكالوريا وغيرها