ملخص الدالة الآسية

1°) تعريف : توجد دالة وحيدة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وتحقق : $f'\left(x\right)=f\left(x\right)$ و $f\left(0\right)=1$

تسمى هذه الدالة بالدالة الأسية ذات الأساس e ونرمز لها بالرمز: $f:x\rightarrow e^x$

حيث e عدد حقيقي ثابت قيمته التقريبية $e\approx 2,718$

2°) خواص : من أجل كل عددين حقيقيين x و y و n عدد صحيح كيفي

1) $e^{x+y}=e^x\times e^y$ (2 $e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$ (3 $e^{x-y}=\dfrac{e^x}{e^y}$ (4 $\left(e^x\right)^n=e^{nx}$ (5 $e^0=1$ (6 $\left(e^x\right)'=e^x$

3°) نتائج

1°) $e^x>0$ من أجل كل عدد حقيقي x 2°) $e^x=e^y$ معناه $x=y$

3°) $e^x<e^y$ معناه $x<y$ 4°) $e^x>e^y$ معناه $x>y$

4°) بعض النهايات الشهيرة

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ (2 $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ (3 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$

(4 $\lim\limits_{x\to-\infty}x.e^x=0^-$ (5 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^x}=0$ (6 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$

تعميم النهايتين (3) و (4) : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^n}=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}x^n.e^x=0$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم

(برهان هذه النهايات بسيط يتم باستعمال النهايات بالمقارنة لبعض منها والأخرى بتغيير المتغير)

5°) قانون الاشتقاق

نعتبر الدالة f المعرفة على D جزء من $\mathbb{R}$: $f\left(x\right)=e^{u(x)}$

لدينا : f ق إ على D ودالتها المشتقة هي $f'\left(x\right)=u'(x).e^{u(x)}$ وبما أن $e^{u(x)}>0$ فان إشارة $f'(x)$ من إشارة $u'(x)$

ملاحظة : تبقى قواعد الاشتقاق المعروفة سابقا صحيحة حسب الشكل الذي عرفت به الدالة

6°) دراسة إشارة بعض العبارات

في كلّ ما يلي ، ترمز a ، b ، c ، α ، β إلى أعداد حقيقيّة.

أ/ طريقة لدراسة إشارة عبارة من الشكل $a.e^{\alpha x+\beta}+b$ **حيث** $a.\alpha\neq0$

- اذا كان a و b موجبان فان $a.e^{\alpha x+\beta}+b>0$
- اذا كان a و b سالبان فان $a.e^{\alpha x+\beta}+b<0$
- اذا كان a و b مختلفين في الإشارة فان للمعادلة حل والإشارة تستنتج بالكيفية التالية:

لدراسة إشارة العبارة $a.e^{\alpha x+\beta}+b$ على مجموعة تعريفها، نبحث عن القيمة التي تعدمها ولتكن x_0،ثمّ نُحدّد إشارتها كما في الجدول التالي:

x		x_0	
إشارة $a.e^{\alpha x+\beta}+b$	عكس إشارة $a.\alpha$	0	نفس إشارة $a.\alpha$

ملاحظة : يمكن استعمال المتراجحات في هذه الحالة لاستخراج الإشارة

ب/ طريقة لدراسة إشارة عبارة من الشكل $ae^{2x}+be^{x}+c$ **حيث** $a.b.c\neq 0$

لدراسة إشارة العبارة $ae^{2x}+be^{x}+c$ على $\mathbb{R}$ ، نقوم بما يلي:

نضع $X = e^{x}$ ، فتصبح العبارة $a.X^2+b.X+c$ ، ونعيّن قيم X التي تعدمها− إنْ وُجدت− ثمّ نستنتج قيم x ، و في الأخير،نشكّل جدولا ندرس فيه إشارة العبارة،مستخدمين القواعد المعروفة لإشارة كثيرات الحدود من الدرجة الثانية.

التمرين الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.

نرمز بـــ$\left(C_f\right)$ لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2°) أحسب $\lim_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$. وفسر هندسيا النتيجة.

3°) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}^*$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4°) أ/ بين أن المنحنى$\left(C_f\right)$يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و(Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + 1$

ب/ أدرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

5°) أثبت أن النقطة $\omega\left(0 \,;\, \frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى$\left(C_f\right)$.

6°) أ/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1{,}4 < \beta < -1{,}3$

ب/ هل توجد مماسات لــ$\left(C_f\right)$ توازي المستقيم(Δ)؟

ج/ ارسم(Δ) ، (Δ') ثم المنحنى$\left(C_f\right)$.

د/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x} = m$

التمرين الثاني:

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$.

1°) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث: $1{,}59 \prec \alpha \prec 1{,}60$.

3°) استنتج إشارة حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x - 2}{e^x - 2x}$.

$\left(C_f\right)$ لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$. (وحدة الطول $2cm$)

1°) بين أن$\left(C_f\right)$ يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $x = -1$ و $y = 0$

2°) أ/ برهن انه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \frac{g(x)}{\left(e^x - 2x\right)^2}$

ب/ استنتج إشارة$f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/ احسب $f(1)$ ثم استنتج، حسب قيم x إشارة $f(x)$

3°) أ/ بين أن: $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I

ب/ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

ج/ ارسم $\left(C_f\right)$ والمستقيمات المقاربة

4°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $(m+1)\left(e^x-2x\right)=2x-2$

5°) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\left[f(x)\right]^2$

أ/ أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة h.

التمرين الثالث:

I) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$ و $\left(C_f\right)$ لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1°) ادرس تغيرات الدالة f

2°) بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس $\left(C_f\right)$ عند النقطة ω

3°) اثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى $\left(C_f\right)$

4°) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+3)\right]$ ، ماذا تستنتج؟

5°) بين أن $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $\left]-2,77\ ;\ -2,76\right[$

6°) احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم $\left(C_f\right)$ ومستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$. $\left(C_g\right)$ منحنى الدالة g

1°) بين أن من اجل كل عدد حقيقي x فان: $g(x)=f(-x)$

2°) استنتج انه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول $\left(C_f\right)$ إلى $\left(C_g\right)$

3°) أنشئ في نفس المعلم السابق $\left(C_g\right)$ (دون دراسة الدالة g)

التمرين الرابع:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$

1°) احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2°) احسب: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ فسر النتيجتين بيانيا.

3°) أ/ برهن أن: $\lim\limits_{|x|\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)=1$ ، (يمكنك وضع: $\alpha=\frac{1}{x}$)

ب/ استنتج أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$

4°) احسب $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5°) ارسم (C_f)

6°) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x)=f\left(x^2\right)$.

- باستعمال مشتق دالة مركبة أحسب: $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

7°) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=|x|e^{\frac{1}{|x|}}$

- باستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_h).

8°) k دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $K(x)=|f(x)|$

- باستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_k)

التمرين الخامس:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{-x}-x-1$

1°) ادرس تغيرات الدالة f .

2°) بين أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل فرعا لانهائي باتجاه محور التراتيب بجوار $-\infty$.

3°) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب/ حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4°) أ/ شكل جدول تغيرات الدالة f .

ب/ بين أن $x_0=0$ هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x)=0$

ج/ استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

5°) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

التمرين السادس:

الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x-ex-1$ ، (C_f) منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أدرس تغيرات الدالة f

2°) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب/ أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

3°) أ/ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا في المجال $]1,75;1,76[$

ب/ استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

4°) ارسم المستقيمين (Δ)، (T) والمنحنى (C_f)

5°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $e^x-ex-m=0$

التمرين السادس:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+1+e^{-2x}$ و (C_f) منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) أدرس تغيرات الدالة f

2°) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربًا مائلا (Δ) عند $+\infty$ ، يطلب تحديد معادلته

3°) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4°) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1<x_0<2$

5°) أرسم (Δ) و (C_f)

6°) أثبت أن للمنحنى (C_f) مماس وحيد معامل توجيهه يساوي -3 ، أكتب معادلته.

7°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $f(x)=-3x+m$

التمرين السابع:

f دالة للمتغير الحقيقي x حيث: $f(x)=\dfrac{2e^{2x}}{e^{2x}-1}$ ، (C_f) منحنيها البياني

1°) أدرس تغيرات الدالة f

2°) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(-x)+f(x)=2$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)

3°) ارسم (C_f)

4°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $(m-2)e^{2x}-m=0$

التمرين السابع:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$ و (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) أدرس تغيرات الدالة f

2°) عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

3°) أحسب: $f(-x)+f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيًا.

4°) بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ،ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

5°) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x$

أ/ أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=\dfrac{-(e^x-1)}{(e^x+1)^2}$

ج/ أدرس اشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات g

د/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7 \prec \alpha \prec 2,8$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

6°) أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$ ،وفسر النتيجة بيانيا.

ب/ ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f).

x	$f(x)$
$0,20$	$0,037$
$0,21$	$0,016$
$0,22$	$-0,005$
$0,23$	$-0,026$
$0,24$	$-0,048$
$0,25$	$-0,070$

التمرين الثامن:

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty,1[$ بــ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ،ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)

2°) أحسب $f'(x)$. بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty,1[$ ،ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty,1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرًا للعدد α .

4°) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) ، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5°) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty,1[$ بــ: $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1°) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty,1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) أ/ تحقق من أن: $g\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثم بين أن: $g'\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$

ب/ استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{\alpha+1}{2}$

ج/ تحقق من أن: $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^3}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ،معادلة للمستقيم (T)

التمرين التاسع:

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{4e^x+2}{e^x+1}$

1°) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجتين بيانيا

2°) ادرس اتجاه تغير الدالة f

3°) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0,3)$

4°) ارسم (C_f) و (Δ).

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=e^x+5-2\sqrt{2}$ (C_g) منحنيها البياني.

1°) ادرس تغيرات الدالة g (لا يطلب رسم (C_g))

2°) أدرس تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g)

3°) برهن أن للمنحنيين نقطة مشتركة وحيدة B يطلب إيجاد إحداثياتها

4°) أوجد معادلتي المماسين للمنحنيين (C_f) و (C_g) في النقطة B ماذا تلاحظ ؟

التمرين العاشر:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (3-2x)e^x + 2$

1^0) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، وفسر النتيجتين بيانيا

2^0) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

3^0) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,68 \prec \alpha \prec 1,69$

4^0) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$ ، (C_f) منحنيها البياني.

1^0) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

2^0) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{2\,g(x)}{(e^x+1)^2}$.

3^0) بين أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$.

4^0) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

5^0) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

6^0) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

7^0) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

8^0) ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

9^0) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $me^x - 4x + m + 2 = 0$

التمرين الحادي عشر:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x) = ae^{2x} + be^x + c$ ،حيث a ، b و c أعداد حقيقية

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1^0) عين a ، b و c بحيث المنحني (C_f) يشمل النقطة O و الدالة المشتقة f' تنعدم من أجل $x = \ln\dfrac{3}{4}$ و المستقيم الذي معادلته $y=1$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f). بجوار $-\infty$

2^0) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x) = 2e^{2x} - 3e^x + 1$

أ/ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

ب/احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج/ ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

د/ حدد نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل.

هـــ/عين معادلة المماس للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

و/ ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f).

ز/ارسم (C_f).

التمرين الثاني عشر:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f\left(x\right)=x-\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$ (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس

1°) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f\left(x\right)=x-1+\dfrac{2}{e^{x}+1}$ و $f\left(x\right)=x+1-\dfrac{2e^{x}}{e^{x}+1}$

ب/ احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ج/ بين أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللذين معادلتاهما على الترتيب $y=x+1$ و $y=x-1$

مقاربان لــ(C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$ على الترتيب.

د/ حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ_1) و (Δ_2).

2°) أ/ بين أن الدالة f فردية.

ب/ ادرس تغيرات الدالة f على $[0;+\infty[$.

3°) ارسم (Δ_1)، (Δ_2)، المماس للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0، ثم المنحني (C_f).

التمرين الثالث عشر:

f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(2-e^{-x}\right)$

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ الوحدة $2cm$

1°) أ/ ادرس نهاية f عند $+\infty$.

ب/ بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب للمنحني (C).

ج/ ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C) و المستقيم (D).

2°) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$: $f'\left(x\right)=xe^{-x}+2\left(1-e^{-x}\right)$

ب/استنتج أنه أجل كل عدد حقيقي $x>0$، $f'\left(x\right)>0$

ج/ حدّد $f'(0)$ ثم شكل جدول تغيرات f.

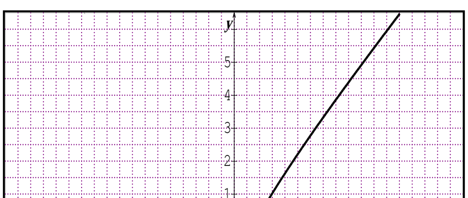
3°) أ/ ارسم (D) و المنحني (C).

ب/عين النقطة A من (C) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم (D).

التمرين الرابع عشر:

لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=x-e^{-\frac{1}{2}x}$

المنحنى (C_g) المقابل هو تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$



بقــــــراءة بيانيـــة

1^0) شكل جدول تغيرات الدالة h

2^0) حدد إشارة $h(0)$ ، $h(1)$

3^0)علل وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]0;1\right[$ يحقق: $h(\alpha)=0$

4^0) استنتج إشارة $h(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$

- تأكد حسابيًا أن : $0,71 \prec \alpha \prec 0,70$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}+2-x$

(C_f) منحنيـــها البيانـــي **(وحدة الطول 1cm)**

1^0) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2^0) أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ ، فسر النتيجة هندسيًا.

3^0) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{\frac{1}{2}x}h(x)$.

4^0) أ/استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ بين أن $f(\alpha)=4-\alpha-\dfrac{4}{\alpha}$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$.

5^0) دون حساب عين: $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيًا.

6^0) أ/ أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2-x)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيًا

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم $(\Delta): y=-x+2$.

7^0) أ/ أوجد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

ب/ حدد النقطة E نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب.

أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة E

8^0) أ/ ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

ب/ ليكن m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول

المعادلة: $(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}-m+2=0$

التمرين الخامس عشر:

I) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $h(x)=e^x+2-x$

1^0) أحسب نهاية الدالة h عند $-\infty$ و $+\infty$

2^0) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3^0) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $h(x)\succ 0$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ و $\left(C_f\right)$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=e^{-x}h(x)$

3°) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4°) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0\prec\alpha\prec\frac{1}{2}$

5°) بين أن المستقيم $(\Delta):y=x$ مقارب مائل لـــ $\left(C_f\right)$ عند $+\infty$

6°) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى $\left(C_f\right)$

7°) أثبت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثياتها

8°) تحقق أن $(e^3-1)x-e^3y+5=0$ هي معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ω

9°) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ) والمماس (T)

التمرين السادس عشر:

I) نعتبر الدالة u المعرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي: $u(x)=e^x-3x+4-e$

أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة u

ب/ بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0,+\infty\right[$ ، $e^x-e\succ 3x-4$

2°) الدالة v معرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ بـــ: $v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$

أ/ بين أن : $v'(1)=0$. (يرمز v' الى الدالة المشتقة للدالة v)

ب/ أثبت أنه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0,+\infty\right[$ ، $v(x)\le 0$

ج/استنتج، أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0,+\infty\right[$ ، $\frac{-1+\ln x}{x^2}\le 3x-4$

3°) أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0,+\infty\right[$: $e^x-e+\frac{1-\ln x}{x^2}\succ 0$

II) الدالة f معرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ بـــ: $f(x)=e^x-ex+\frac{\ln x}{x}$

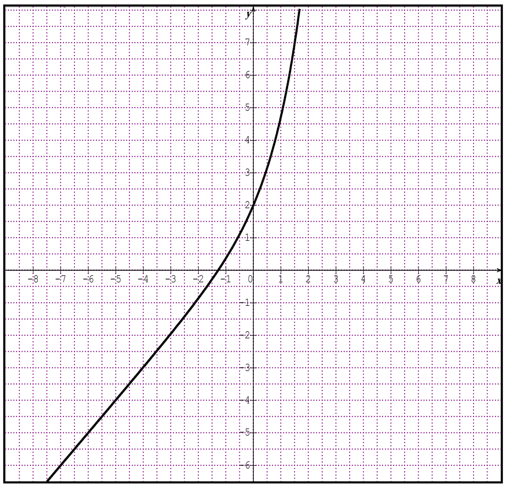
$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) احسب: $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]0,+\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) احسب $f(1)$ ، ثم مثل المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $\left]0,\frac{5}{2}\right]$. (نأخذ: $f(2)\approx 2,3$ ، $f(1,64)\approx 1$ و $f\left(\frac{5}{2}\right)\approx 5,75$)

التمرين السابع عشر:



I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x + x + 1$

المنحنى $\left(C_g\right)$ المقابل هو تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

بقـــــراءة بيانيـــة

1^0) شكل جدول تغيرات الدالة g

2^0) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا

وحيدا α حيث: $-1,3 \prec \alpha \prec -1,2$

3^0) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x + 1}$ ، (C_f) منحنيها البياني.

1^0) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)؟

2^0) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3^0) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \dfrac{e^x\, g(x)}{(e^x+1)^2}$.

4^0) بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$.

5^0) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

6^0) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

7^0) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.

8^0) ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

التمرين الثامن عشر:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1 + e^{-|x|}$ و $\left(C_f\right)$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1^0) أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$2°$) ادرس استمرار الدالة f عند 0

$3°$) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ، فسر النتيجة بيانيا

$4°$) أكتب معادلة نصفي المماسين للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

$5°$) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

6^0) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

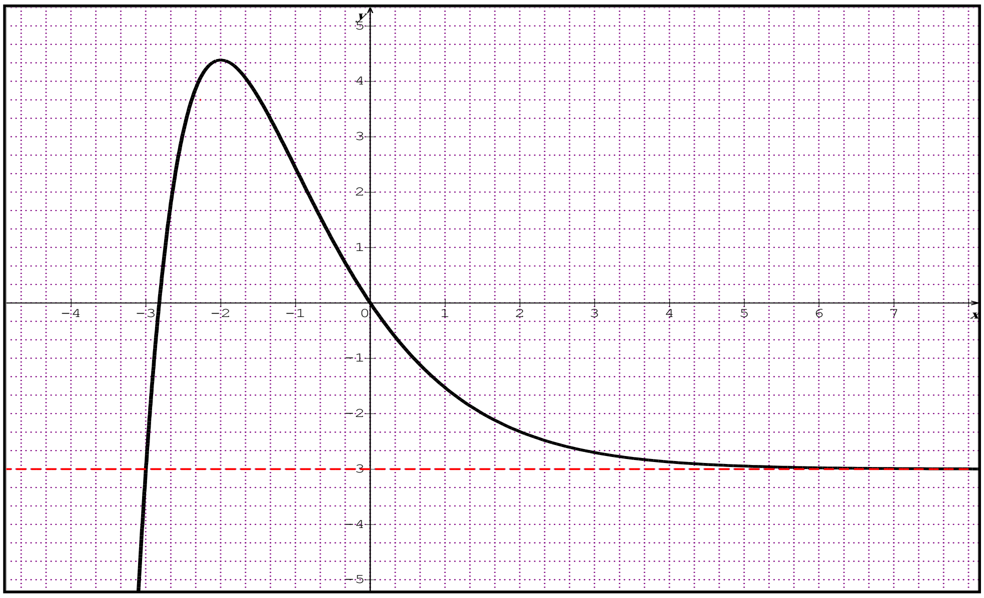
7^0) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-2,3 < \alpha < -2,2$

$8°$) أرسم المنحنى $\left(C_f\right)$

9°) ليكن m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $1-m+e^{-|x|}=0$

التمرين التاسع عشر:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$ و a و b عددان حقيقيان وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ الممثل في الشكل المقابل



بقراءة بيانية

1°) أوجد العددان a و b

2°) شكل جدول تغيرات الدالة f

3°) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب الأفقي

4°) تحقق حسابيا من النتائج المحصل عليها في السؤالين (2) و(3)

5°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $f(x)+m=0$

التمرين العشرون:

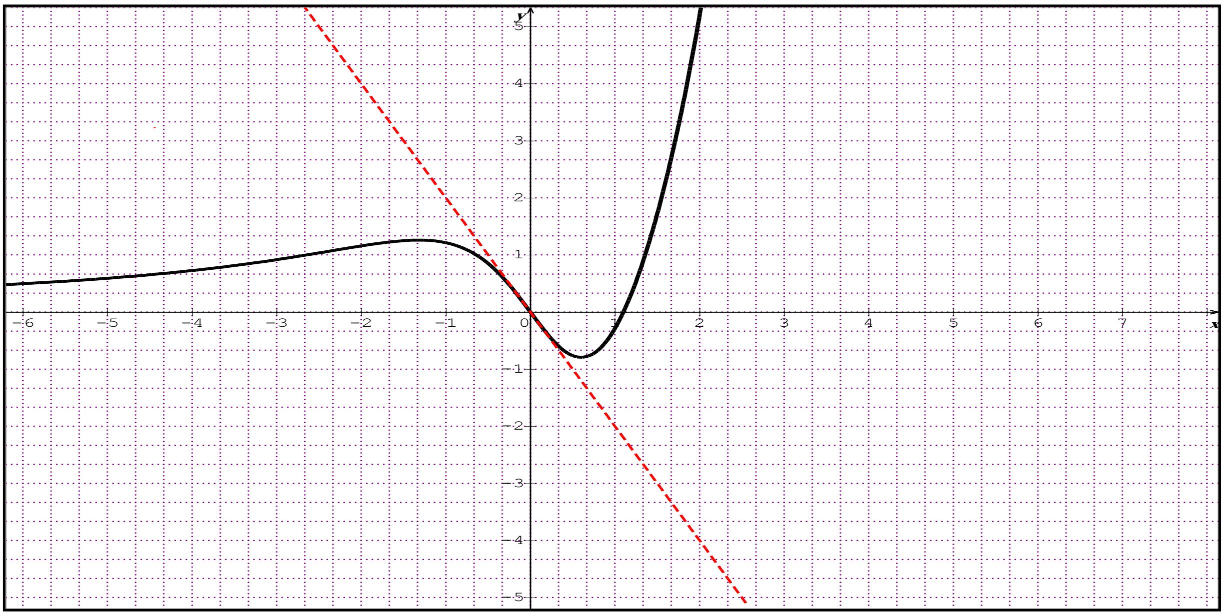
I) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=e^{x}-x$

- ادرس تغيرات الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+3}{e^{x}-x}$

المنحنى (C_f) المقابل هو تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

ملاحظة : المنحنى (C_f) يقبل ذروتين عند نقطتين فاصلتهما a و b حيث a عدد حقيقي سالب



بقــــراءة بيانيـــة

1^0) شكل جدول تغيرات الدالة f

2^0) أحسب $f(0)$ و $f'(0)$ ثم استنتج معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند المبدأ

3^0) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T)، ماذا تستنتج ؟

4^0) حل المتراجحة $f(x) > 0$

دراسة حسابية

- تحقق حسابيا من نتيجة السؤال (4)

h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ وليكن (Γ) منحناها البياني

- استنتج تغيرات الدالة h

التمرين الواحد والعشرون:

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x) = (x-1)e^x$

(C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1^0) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2^0) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.>

3^0) بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن $1,27 < \alpha < 1,28$

4°) أكتب معادلة لـــ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية (C_f) بالنسبة الى (T)

5°) أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T)

6°) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$ تقبل حلا واحدا في $\mathbb{R}$

7°) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) منحنيها البياني

أ/ بيّن أن h دالة زوجية

ب/ ارسم $\left(C_h\right)$ مستعينا بالمنحنى $\left(C_f\right)$

8°) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=\left(ax+b\right)e^x$ حيث a و b عددان حقيقيان

- عيّن a و b حتى يكون: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=f(x)$

التمرين الثاني والعشرون:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=\left(2-x\right)e^x-1$

1°) أدرس تغيرات الدالة g

2°) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$: في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث: $-1{,}2<\alpha<-1{,}1$ و $1{,}8<\beta<1{,}9$

3°) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$ و $\left(C_f\right)$منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا

2°) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بيّن أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4°) احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى $\left(C_f\right)$

ملخص الدالة اللوغاريتمية

1°) نتـــائج

a عدد حقيقي

1) $(\ln a)$ مُعرّف) يعني $(a \succ 0)$ 2) $(\ln a > 0)$ معناه $(a > 1)$ 3) $(\ln a = 0)$ معناه $(a = 1)$

4) $(\ln a < 0)$ معناه $((0 < a < 1))$ 5) $\ln e^{a} = a$ 6) $e^{\ln a} = a$ ؛ $a > 0$ 7) $\ln 1 = 0$ 8) $\ln e = 1$

2°) خواص

في كلّ ما يلي ، يرمز a و b إلى عددين حقيقيّين موجبيْن تماما:

1) $\ln a = \ln b$ يعني $a = b$ 2) $\ln a > \ln b$ يعني $a > b$ 3) $\ln(ab) = \ln a + \ln b$

4) $\ln(\frac{a}{b}) = \ln a - \ln b$ 5) $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$ 6) $\ln a^{n} = n\ln a$ ؛ $n \in \mathbb{Q}$

3°) دراسة إشارة بعض العبارات

في كلّ ما يلي ، ترمز a ، b ، c ، α ، β إلى أعداد حقيقيّة.

1/ دراسة إشارة العبارة $a.\ln(\alpha x + \beta) + b$ **حيث** $a.\alpha \neq 0$

لدراسة إشارة العبارة $a.\ln(\alpha x + \beta) + b$ على مجموعة تعريفها، نبحث عن القيمة التي تعدمها ولتكن x_0،ثمّ نُحدّد إشارتها كما في الجدول التالي:

x	x_0
$a.\ln(\alpha x + \beta) + b$	نفس إشارة $a.\alpha$ 0 عكس إشارة $a.\alpha$

2/ دراسة إشارة العبارة $a\left(\ln x\right)^{2} + b\ln x + c$ **حيث** $a.b.c \neq 0$

لدراسة إشارة العبارة $a\left(\ln x\right)^{2} + b\ln x + c$ على $\mathbb{R}_{+}^{*}$ ، نقوم بما يلي:

نضع $X = \ln x$ ، فتصبح العبارة $a.X^{2} + b.X + c$ ، ونعيّن قيم X التي تعدمها– إنْ وُجدت– ثمّ نستنتج قيم x ، و في الأخير،نشكّل جدولا ندرس فيه إشارة العبارة،مستخدمين القواعد المعروفة لإشارة كثيرات الحدود من الدرجة الثانية.

4°) تحويل بعض عبارات الدوال

1) $\ln\left(u(x)^{n}\right) = n.\ln(u(x))$ ، إذا كان n **فرديّا.**

2) $\ln\left(u(x)^{n}\right) = n.\ln(\left|u(x)\right|)$ ، إذا كان n **زوجيّا.**

5°) النهايات الشهيرة

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$ 2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ 3) $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} \ln x = -\infty$

4) $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} x\ln x = 0$ 5) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x} = 1$ 6) $\left(\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{x+1} = 1\right)$

<u>**تعميم النهايتين**</u>

$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n} = 0$ مع $n \succ 0$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} x^n\ln x = 0$ مع $n \succ 0$

6°) قانونا الاشتقاق

- إذا كانت u دالة موجبة تماما و قابلة للاشتقاق على مجال I ، فإنّ : $\left(\ln u(x)\right)' = \frac{u'(x)}{u(x)}$
- إذا كانت u دالة لا تنعدم و تقبل الاشتقاق على مجال I ، فإنّ : $\left(\ln\left|u(x)\right|\right)' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

التمرين الأول:

I) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=1+\dfrac{2\ln x}{x}$ و (C_f) منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا

2°) أحسب $f'(x)$ وأدرس اشارته ، ثم شكل جدول تغيرات f على المجال $]0;+\infty[$

3°) أ/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=1$

ب/ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

4°) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α، حيث $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$

5°) أنشئ (T) و (C_f)

6°) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي : $f(x)=1+\dfrac{2\ln|x|}{|x|}$ وليكن (C_h) منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

أ/ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0\}$ ، $h(-x)-h(x)=0$ ماذا تستنتج؟

ب/ أنشئ المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f)

ج/ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $\ln x=(m-1)|x|$

التمرين الثاني:

الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{a+b\ln 2x}{4x^2}$ ،حيث a و b عددان حقيقيان (C_f) منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1°) عين a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\dfrac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2°) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق

أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} g(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ج/ حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$.

د/ أنشئ (C_g).

التمرين الثالث:

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـــ: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln(x)$

1⁰) احسب: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2⁰) أحسب $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3⁰) استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}_+^*$ فان: $g(x)\geq\frac{1}{2}$

الجزء الثاني: f الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln x}{x}$ و $\left(C_f\right)$منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1⁰) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}_+^*$ فان: $f'(x)=\frac{1+g(x)}{x^2}$

2⁰) أدرس تغيرات الدالة f .

3⁰) بين أن$\left(C_f\right)$ منحنى الدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلته.

4⁰) ادرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (D)

5⁰) اثبت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها

6⁰) بين أن المنحنى$\left(C_f\right)$ يقبل مماسًا(Δ)عند النقطة ذات الفاصلةx_0 ميله يساوي$\frac{1}{2}$ ،عين x_0،ثم أكتب معادلة(Δ)

7⁰) أثبت أن المنحنى$\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتهاx_1 حيث: $\frac{1}{2}\prec x_1\prec 1$

8⁰) أنشئ (Δ) و$\left(C_f\right)$ **(تؤخذ $2\,cm$ وحدة للطول)**

9⁰) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $f(x)=\frac{1}{2}x+m$

التمرين الرابع:

I) f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـــ: $f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$ و $\left(C_f\right)$ منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1⁰) أحسب النهايات على حدود مجموعة التعريف ، ثم فسر النتائج هندسياً.

2⁰) أحسب$f'(x)$ وأدرس اشارته ، ثم شكل جدول تغيرات f

3⁰) أثبت أن المنحنى$\left(C_f\right)$ يقطع المستقيم $y=1$:(Δ) في نقطتين يطلب تعيين احداثييهما.

4⁰) بين أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال: $\left]-1,-\frac{1}{2}\right[$

5⁰) احسب: $f(-x)+f(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى$\left(C_f\right)$؟

6⁰) أكتب معادلة المماس(d) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة: $M(1;1)$

7^0) أثبت أن للمنحنى (C_f) مماسا وحيدا (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ ويمس المنحنى (C_f) في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتها، ثم أوجد معادلة للمماس (T).

8^0) أرسم (T) ، (Δ) و (C_f)

9^0) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $f(x) = mx + 1$

$(II$ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = 1 + \dfrac{\ln x^2}{|x|}$ ، (C_h) منحنيها البياني.

1^0) بين أن h دالة زوجية

2^0) دون دراسة تغيرات الدالة h، ارسم (C_h)، معللاً إجابتك.

$(III$ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $\begin{cases} g(x) = e^{f(x)} & ; \quad x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$ وليكن (C_g) منحنيها البياني.

1^0) احسب: $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} g(x)$

2^0) ادرس الاستمرار وقابلية الاشتقاق للدالة g عند: $x_0 = 0$ ، ثم فسر النتائج بيانياً

3^0) شكل جدول تغيرات الدالة g

4^0) أنشئ المنحنى (C_g) في معلم جديد.

التمرين الخامس:

f دالة للمتغير الحقيقي x حيث: $f(x) = 1 + x\ln(x+2)$، المعرفة على $]-2, +\infty[$ (C_f) منحنيها البياني

1^0) أ/ احسب $f'(x)$ و $f''(x)$ من أجل كل x من D_f

ب/ عين إشارة $f''(x)$ ، ثم استنتج وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $]-0,6; -0,5[$ بحيث $f'(\alpha) = 0$

2^0) أدرس تغيرات الدالة f

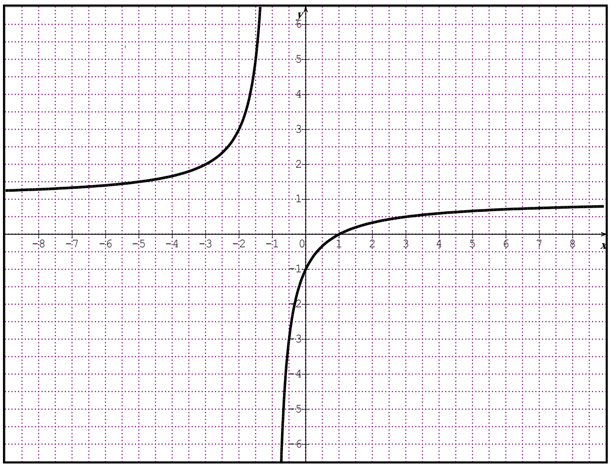
3^0) بين أن: $f(\alpha) = 1 - \dfrac{\alpha^2}{\alpha + 2}$، استنتج حصرا لـــ $f(\alpha)$

4^0) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_a) ، (T_b) يمران من المبدأ ،يطلب تعيين معادلتيهما

5^0) ارسم المماسين (T_a) ، (T_b) و (C_f)

التمرين السادس:

$(I$ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $g(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$



بقراءة بيانية

أ/ شكل جدول تغيرات الدالة g

ب/ حل المتراجحة $g(x) \succ 0$

ج/ عين قيم x التي يكون من أجلها $0 \prec g(x) \prec 1$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\left]1;+\infty\right[$ بـــ:

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1^0) أحسب $\lim\limits_{x \overset{\succ}{\longrightarrow} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا

2^0) أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]1;+\infty\right[$ ، $g'(x) = \dfrac{2}{\left(x+1\right)^2}$

ب/ احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_0 من المجال $\left]3,62;3,63\right[$

د/ ارسم المنحنى $\left(C_f\right)$

<u>التمرين السابع</u>:

I) g الدالة المعرفة على $\left]-1,+\infty\right[$ بـــ: $g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$

1^0) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2^0) استنتج انه، من اجل كل x من المجال $\left]-1,+\infty\right[$: $g(x) \succ 0$

II) f الدالة المعرفة على المجال $\left]-1,+\infty\right[$ بـــ: $f(x) = x - \dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$)

1^0) أ/احسب $\lim\limits_{x \overset{\succ}{\longrightarrow} -1} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا

ب/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2^0) أ/ بين أنه من أجل كل x من $\left]-1,+\infty\right[$ ، $f'(x) = \dfrac{g(x)}{\left(x+1\right)^2}$ حيث f' هي مشتقة الدالة f

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left]-1,+\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-1,+\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3^0) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند $+\infty$

ب/ ادرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى (Δ)

4°) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

أ/ احسب x_0

ب/ ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f)

ج/عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين متمايزين.

التمرين الثامن:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي: $g(x) = ax + 1 + \ln(bx)$ ، حيث a و b عددان حقيقيان موجبان تماما

1°) عين a و b بحيث يكون $g(1) = 2$ و $g'(1) = 2$

2°) عين نهايتي الدالة g عند 0 وعند $+\infty$

3°) ادرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

4°) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]0,1\right[$ ، باستعمال طريقة التنصيف جد حصرا للعدد α سعته 10^{-2}

5°) حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $\left]0,+\infty\right[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x\ln x}{x+1} & ;x \in \left]0;+\infty\right[\\ f(0) = 0 \end{cases}$ (C_f) منحنيها البياني

1°) بين أن الدالة f مستمرة على $\left[0,+\infty\right[$

2°) هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0؟ فسر بيانيا النتيجة.

3°) بين أن من أجل كل x من $\left]0,+\infty\right[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

4°) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، ثم تحقق ان $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5°) (Γ) هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ في المعلم السابق

- ادرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ)
- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x) - \ln x\right]$ ، فسر بيانيا النتيجة

6°) ارسم المنحنيين (C_f) و (Γ)

التمرين التاسع:

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\left]-1,+\infty\right[$ بـــ: $g(x) = \dfrac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$

1°) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-0,72,-0,71\right[$

3^0) احسب $g(0)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;0[\cup]0,+\infty[$ بــ: $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ (**وحدة الطول** $2\,cm$)

1^0) أ/احسب نهايات الدالة f على الأطراف المفتوحة لمجموعة التعريف، ثم فسر النتائج بيانيا

ب/ بين أن من أجل كل x من المجال $]-1;0[\cup]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

2^0) أ/ بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$، ثم اعط قيمة مقربة لــ$f(\alpha)$ بأخذ: $\alpha\approx-0,715$

ب/ شكل جدول تغيرات f .

3^0) أنشئ (C_f) .

التمرين العاشر: المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

I) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\ln(1+e^x)$ ، نسمي (C) المنحنى الممثل للدالة h

1^0) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x)=x+\ln(1+e^{-x})$

2^0) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)$ وفسر النتيجة الثانية بيانيا

3^0) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4^0) أ/بين أن المستقيم(Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحنى(C) بجوار $+\infty$

ب/ أدرس الوضع النسبي لــ(C) مع (Δ)

5^0) أحسب $h(0)$، ثم أرسم (C)

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بــ: $f(x)=\ln\left(1+e^{-|x|}\right)$ (C_f) ، منحنيها البياني

1^0) برهن أن $f(x)=h(x)$ على مجال يطلب تعيينه.

2^0) بين أن f دالة زوجية

3^0) اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C)، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

4^0) عين بيانيا، قيم الوسيط الحقيقيm بحيث تقبل المعادلة $h(-|x|)=m$ حلين مختلفين في الإشارة.

التمرين الحادي عشر:

الجزء الأول: نعتبر الدالةg المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2-1+2\ln(x)$

1^0) احسب: $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

2^0) أحسب $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3^0) استنتج أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل العدد 1 كحل وحيد لها في المجال $]0,+\infty[$

4^0) استنتج حسب قيم x، إشارة $g(x)$

الجزء الثاني: f الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\ln x-\frac{\ln x}{x^2}$ و (C_f) منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1⁰) احسب: $\lim_{x \underset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2⁰) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ فان: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

3⁰) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4⁰) ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة: $x\mapsto \ln x$ في المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

أ/ احسب: $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln x\right)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (Γ)

5⁰) ارسم (C_f) و (Γ) في نفس المعلم

6⁰) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $x^2\ln x-mx^2-\ln x-2x^2=0$

التمرين الثاني عشر:

I) g الدالة المعرفة على $]1,+\infty[$ بـــ: $g(x)=x-1-2\ln(x-1)$

1⁰) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2⁰) أحسب $g(3)$ ، ثم استنتج أن: $g(x)\succ 0$ من اجل كل x من المجال $]1,+\infty[$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]1,+\infty[$ بـــ: $f(x)=x-1-\left(\ln(x+1)\right)^2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1⁰) أ/ احسب $\lim_{x \underset{>}{\longrightarrow} -1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

ب/ بين أن: $\lim_{u\to+\infty}\frac{\left(\ln u\right)^2}{u}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{u}$) ، ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2⁰) أ/ بين أنه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x-1}$ حيث f' هي مشتقة الدالة f

ب/استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1,+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج/ برهن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) ميله 1 ، يطلب إعطاء معادلة له.

د/ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{e+1}{e},\frac{3}{2}\right[$

3⁰) أحسب: $f(e+1)$، ثم أنشئ المماس (Δ) والمنحنى (C_f) في المجال $]1,\ e+1[$

التمرين الثالث عشر:

I) h الدالة المعرفة على $\left]-2,+\infty\right[$ بـــ: $h(x)=x+3-(x+2)\ln(x+2)$

1^0) ادرس تغيرات الدالة h، ثم شكل جدول تغيراتها.

2^0) بين أن المعادلة: $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث: $1,5 \prec \alpha \prec 1,6$

3^0) استنتج حسب قيم x إشارة $h(x)$

II) f الدالة المعرفة على المجال $\left]-2,+\infty\right[$ بـــ: $f(x)=\dfrac{\ln(x+2)}{x+3}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1^0) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} -2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، وفسر النتيجة بيانيا

2^0) بين أنه من أجل كل x من $\left]-2,+\infty\right[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(x+1\right)\left(x+3\right)^2}$

3^0) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left]-2,+\infty\right[$، و شكل جدول تغيراتها.

4^0) بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{1}{(\alpha+2)}$، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$

5^0) أ/ عين نقاط تقاطع المنحنى $\left(C_f\right)$ مع محوري الإحداثيات

ب/ عين معادلة لـــ $\left(T\right)$ مماس المنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

6^0) ارسم المنحنى $\left(C_f\right)$ و $\left(T\right)$

التمرين الرابع عشر:

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي: $g(x)=x(x-1)+\ln x$

1^0) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2^0) احسب $g(1)$، ثم عين إشارة $g(x)$ على المجال $\left]0,+\infty\right[$

II) f الدالة المعرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=\left(x-1\right)^2+\left(\ln x\right)^2$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1^0) أ/ احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ بين أن من أجل كل x من المجال $\left]0,+\infty\right[$: $f'(x)=2\dfrac{g(x)}{x}$.

ج/اكتب جدول تغيرات الدالة f

2^0) بين أن المعادلة: $f(x)=x$ تقبل حل وحيد α بحيث $\dfrac{1}{2} \prec \alpha \prec 1$

3^0) ادرس الخطوط المقاربة والفروع الانهائية للمنحنى $\left(C_f\right)$

4⁰) أنشئ $\left(C_f\right)$.

التمرين الخامس عشر:

I) g الدالة المعرفة على المجال: $\left]-1,+\infty\right[$ كما يلي: $g(x)=\ln(x+1)-\dfrac{1}{x+1}$

1^0) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2^0) بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث: $0,76 \prec \alpha \prec 0,77$

3^0) استنتج، حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $\left]-1,+\infty\right[$

II) f الدالة المعرفة على المجال $\left]-1,+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=x\ln(x+1)-x$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، **وحدة الطول:** $\left\|\vec{i}\right\|=2\,cm$ و $\left\|\vec{j}\right\|=1\,cm$

1^0) أ/ اثبت أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، وأحسب: $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2^0) بين أنه من أجل كل x من $\left]-1,+\infty\right[$: $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3^0) بين أن: $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^2}{\alpha+2}$، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$

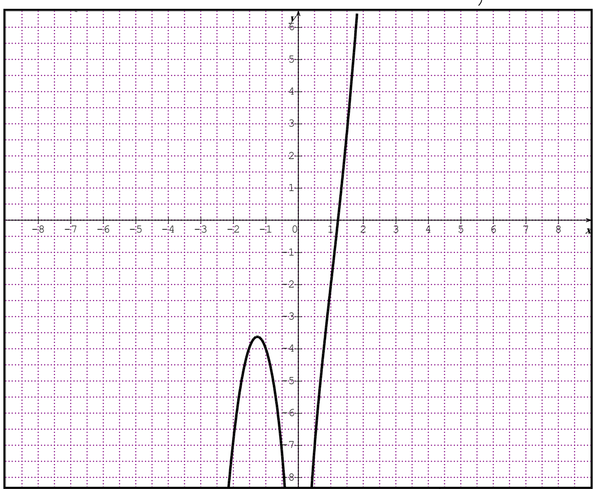
4^0) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

5^0) تحقق أن: $f(e-1)=0$، ثم أنشئ المماس (T) والمنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $\left]-1,\,3\right[$.

التمرين السادس عشر:

I) المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x)=x^3-3+6\ln|x|$

- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1,21 \prec \alpha \prec 1,22$



بقراءة بيانية:

1^0) شكل جدول تغيرات g

2^0) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x-3\dfrac{\ln|x|}{x^2}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2\,cm$)

1^0) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$، وفسر النتيجة الأخيرة بيانياً

2^0) أ/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}^*$، ثم شكل جدول تغيراتها.

3^0) بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha-\dfrac{3}{2\alpha^2}$، ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$

4^0) أ/ بين أن المستقيم(Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحنى(C_f)

ب/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى(Δ)

5^0) أ/ بين أنه يوجد مماس(T) للمنحنى(C_f) يوازي المستقيم(Δ) ، ويمس(C_f) في نقطتين، يطلب إعطاء معادلة المماس (T)

ب/ أنشئ(Δ) ،(T) و (C_f)

ج/ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقيm عدد واشارة حلول المعادلة: $mx^2+3\ln x=0$

التمرين السابع عشر:

I) g الدالة المعرفة على المجال: $]0,+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+3-2\ln x$

1^0) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2^0) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{x^2-1}{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(o,\vec{i},\vec{j})$ ، **(وحدة الطول 2cm)**

1^0) أحسب: $f(1)$ و $f(e)$

2^0) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

3^0) بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$ ، مستنتجا اتجاه تغير الدالة f

4^0) شكل جدول تغيرات الدالة f

5^0) بين أن المعادلة: $f(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $3\prec\alpha\prec4$

6^0) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\dfrac{1}{2}x\right]$ ، و اعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

7^0) أكتب معادلة للمماس(T) للمنحنى(C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1

8^0) ارسم(T) و(C_f) والمستقيمات المقاربة .

التمرين الثامن عشر:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+a+b\ln(x)$ ، حيث a و b عددان حقيقيان

1^0) عين a و b علما أن التمثيل البياني للدالةg يقبل عند النقطة$A(1,-1)$ مماسا معامل توجيهه4

2^0) نضع$a=-2$ و $b=2$

أ/ ادرس تغيرات الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ بين أن المعادلة$g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,+\infty[$ ، ثم استنتج إشارة$g(x)$على $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln(x)}{x}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، **وحدة الطول 2cm**

1°) احسب: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$

2°) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أن: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

3°) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5°) أ/ بين أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$، ثم ادرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى $\left(\Delta\right)$

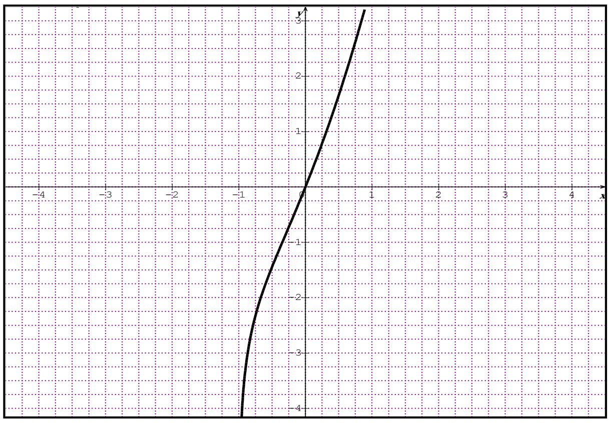
ب/ بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) يوازي $\left(\Delta\right)$، ثم جد معادلة له

ج/ نأخذ $\alpha=1,25$. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث:

$0,6\prec x_1\prec 0,7$ و $2,7\prec x_2\prec 2,8$، ثم ارسم كلا من $\left(\Delta\right)$، (T) و $\left(C_f\right)$

6°) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2\ln(x)=0$

<u>التمرين التاسع عشر:</u>



I) g الدالة المعرفة على $\left]-1,+\infty\right[$ كما يلي

$g(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$ $\left(C\right)$ تمثيلها البياني المقابل

بقراءة بيانية:

1°) شكل جدول تغيرات g

2°) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $\left]-1,+\infty\right[$

II) f الدالة المعرفة على المجال $\left]-1,+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

$\left(\Gamma\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ (**وحدة الطول** $2\,cm$)

1°) أ/احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانياً

ب/ باستخدام النتيجة: $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} x\ln x=0$ ، برهن أن: $\lim_{t\to+\infty}\dfrac{\ln t}{t}=0$

ج/ باستخدام النتيجة: $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$ ، برهن أن: $\lim_{t\to+\infty}\dfrac{\ln t}{t}=0$

د/ استنتج، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2°) أ/ احسب: $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$ ، واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل $\left(\Delta\right)$ للمنحنى $\left(\Gamma\right)$

ب/ أدرس وضعية $\left(\Gamma\right)$ بالنسبة إلى $\left(\Delta\right)$

3°) بين أنه من أجل كل x من $\left]-1,+\infty\right[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(x+1\right)^2}$ ،ثم شكل جدول تغيرات f

4⁰) أرسم (Δ) والمنحنى (Γ)

✍ **التمرين العشرون**

f الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1⁰) احسب $\lim\limits_{x\underset{>}{\to}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجتين بيانياً.

2⁰) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3⁰) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثييها

4⁰) عين إحداثيات نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5⁰) برهن أن للمنحنى (C_f) مماسا وحيدا (T) يشمل النقطة المبدأ O ويمس المنحنى (C_f) في نقطة B يطلب تعيين إحداثياتها، ثم أوجد معادلة للمماس (T).

6⁰) أرسم (T) والمنحنى (C_f)

7⁰) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $mx-\ln x-1=0$

✍ **التمرين الواحد والعشرون**

الجزء الأول: f الدالة المعرفة على $[0,+\infty[$ بـــ: $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$

1⁰) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2⁰) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 بقيم كبرى (من اليمين)

3⁰) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة g المعرفة على $[0,+\infty[$ بـــ: $g(x)=\ln\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ وليكن (C_f) منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1⁰) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2⁰) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[g(x)-\ln x\right]$ وفسر النتيجة بيانيا

3⁰) اثبت أن: $\lim\limits_{x\underset{>}{\to}0}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}=-\infty$ وفسر النتيجة بيانيا

4⁰) ادرس تغيرات الدالة g

5⁰) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (Γ) الممثل للدالة المرجعية $\ln$

6⁰) أنشئ المنحنيين (Γ) و (C_f)

7⁰) اشرح كيف يمكن الحصول على المنحنى (C') الممثل للدالة k المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بالعبارة: $k(x)=\ln\left(ex+2e-2e\sqrt{x}\right)$ ، ثم ارسم المنحنى (C').

التمرين الثاني والعشرون

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$h(x)=1-\ln(1+e^{-x})$ ، نسمي $\left(C\right)$ المنحنى الممثل للدالة h **(وحدة الطول** $2\,cm$ **)**

^{0}1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)$ وفسر النتيجتين بيانيًا

^{0}2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x)=x+1-\ln(1+e^{x})$

^{0}3) بيّن أن : $h'(x)=\dfrac{1}{1+e^{x}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h ، و شكل جدول تغيراتها.

^{0}4) أ/ بين أن المستقيم (d) ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C\right)$ بجوار $-\infty$

ب/ أدرس الوضع النسبي لــ$\left(C\right)$ مع (d)

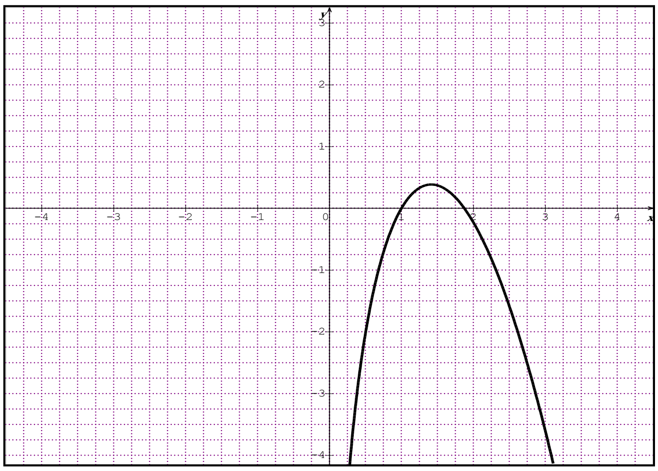
^{0}5) بين أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $\alpha=-\ln(e-1)$

^{0}6) أرسم $\left(C\right)$ و (d)

التمرين الثالث والعشرون

$I)$ g الدالة المعرفة على $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي

$g(x)=-x^2+1+4\ln(x)$ $\left(C\right)$ تمثيلها البياني المقابل



بقراءة بيانية:

^{0}1) بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث

$1,87\prec\alpha\prec1,88$

^{0}2) أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $\left]0,+\infty\right[$

$II)$ f الدالة المعرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=x-2+4\dfrac{\ln(x)}{x}+\dfrac{5}{x}$

$\left(\Gamma\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ **(وحدة الطول** $2\,cm$ **)**

^{0}1) أ/ احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانياً

ب/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

^{0}2) أ/ بين أنه من أجل كل x من $\left]0,+\infty\right[$ فان: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات f

ب/ احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x+2\right]$ ، واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل $\left(\Delta\right)$ للمنحنى $\left(\Gamma\right)$

ج/ أدرس وضعية $\left(\Gamma\right)$ بالنسبة إلى $\left(\Delta\right)$

^{0}3) بين أن: $f(\alpha)=2\alpha-2+\dfrac{4}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا لــ $f(\alpha)$

^{0}4) أرسم $\left(\Delta\right)$ والمنحنى $\left(\Gamma\right)$

التمرين الرابع والعشرون

f دالة معرفة على المجال: $I = \left]-1,1\right[\cup \left]1,+\infty\right[$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني

في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1^0) أ/ احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى $\left(C_f\right)$

ب/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2^0) أ/ بين أنه من أجل كل $x \in I$: $f'(x) = \frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$.

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ على I ثم شكل جدول تغيرات f .

ج/ عين معادلة المماس (Δ) لـ $\left(C_f\right)$ في نقطة ذات الفاصلة 2

3^0) g دالة معرفة على $\left]1;+\infty\right[$ بـ $g(x) = \frac{1}{x-1} + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ/ بين أنه من أجل كل x من $\left]1;+\infty\right[$: $\frac{x+1}{x} > 1$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $\left]1;+\infty\right[$.

ب/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.ماذا تستنتج ؟

ج/ نسمي (C) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ حدد وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمنحى (C) على المجال $\left]1;+\infty\right[$

د/ ارسم (C) و (Δ) ثم المنحنى $\left(C_f\right)$.

4^0) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{1}{x-1} + \ln\left(\frac{x+1}{m}\right) = 0$

التمرين الخامس والعشرون

1^0) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $g(x) = x^2 - 4x + 3 + \ln|x-2|$

أ/ أدرس تغيرات الدالة g .

ب/ أحسب $g(3)$ ، $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

2^0) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ حيث : $f(x) = 2 - x + \frac{\ln|x-2|}{x-2}$ وليكن $\left(C_f\right)$ المنحني الممثل لها

أ/ أثبت أن من أجل كل x من D_f : $f'(x) = -\frac{g(x)}{(x-2)^2}$

ب/ أدرس تغيرات الدالة f ، ثم أحسب $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(-1)$

ج/ أثبت أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 2$ مستقيما مقارب مائل للمنحني $\left(C_f\right)$.

د/ أدرس وضعية المنحني $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم (Δ) .

هــ/ برهن على وجود مماسين للمنحني$\left(C_f\right)$ معامل توجيه كل منهما -1 . **ك)** أنشئ $\left(C_f\right)$.

التمرين السادس والعشرون

f الدالة العددية المعرفة على $D_f = \left]-\infty;\ln 2\right[\cup\left]\ln 2;+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=x+\ln\left|e^x-2\right|$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في مستو مزود ب م.م.م $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) أ/ بين أن: $f(x)=2x+\ln\left|1-2e^{-x}\right|$

ب/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ج/ احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} \ln 2} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} \ln 2} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

د/ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم ارسم جدول تغيراتها

2°) أ/ بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و(Δ') معادلتاهما على التوالي: $y=2x$ و $y=x+\ln 2$

ب/ أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$.

التمرين السابع والعشرون

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $\left]-\infty;0\right[$ بـ: $f(x)=x+5+6\ln(\frac{x}{x-1})$ و$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1°) أ/ احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب/احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2°) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $\left]-\infty;0\right[$: $f'(x)=\frac{x^2-x-6}{x(x-1)}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3°) أ/ بيّن أن المستقيم (Δ)الذي معادلته : $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$بجوار $-\infty$.

ب/ ادرس وضع المنحنى $\left(C_f\right)$بالنسبة للمستقيم (Δ).

4°) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α وβ حيث: $-3,4 \succ \alpha \succ -3,5$ وّ $-1 \succ \beta \succ -1,1$ ..

5°) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ).

6°) أ/نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$

بيّن أن: $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

ب/ بيّن أن المستقيم (AB) يمس المنحنى $\left(C_f\right)$ في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثيتيها

التمرين الثامن والعشرون

1°) g دالة معرفة على $\left[1;+\infty\right[$ كما يلي: $g(x)=2x+\ln x$

أ/ احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب/أدرس اتجاه تغير الدالة g .

ج/ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $\left[1;+\infty\right[$: $g(x)\neq 0$.

2°) fدالة معرفة على $\left[1;+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=\frac{6\ln x}{2x+\ln x}$ ، $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

أ/ بيّن أنه يمكن كتابة $f(x)=\dfrac{\frac{6\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$

ب/ احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟.

ج/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

د/ ما هي قيمة العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين ؟.

هـ/ جد معادلة للمماس $\left(\Delta_1\right)$للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 .حيث$\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة f .

3°) hدالة عددية معرفة على $\left[1;+\infty\right[$ بـــ: $h(x)=f(e^x)$

وليكن $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ/ شكل جدول تغيرات الدالة h .

ب/ جد معادلة للمماس $\left(\Delta_2\right)$للمنحنى $\left(C_h\right)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 .

ج/ أرسم كلا من (Δ_1)، (Δ_2)، (C_f) و(C_h) في المعلم السابق.

التمرين التاسع والعشرون

f دالة معرفة كما يلي: $f(x)=\left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)+\ln\left(\dfrac{x}{x+2}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1⁰) بيّن أن مجموعة تعريف f هي: $D_f=]-\infty;-2[\cup]0;+\infty[$.

2⁰) احسب النهايات عند حدود D_f وفسر النتائج بيانيا.

3⁰) ادرس تغيرات الدالة f.

4⁰) أ/ بيّن أن (C_f) يقبل عند نقطتين منه A و B مماسين معامل توجيه كلا منهما يساوي 1

ب/عين عندئذ إحداثيات A و B.

5⁰) أ/ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبلا حلا وحيدا x_0 حيث: $x_0\in\left]\dfrac{13}{4};\dfrac{7}{2}\right[$

ب/ثم استنتج إشارة $f(x)$ وذلك حسب قيم x

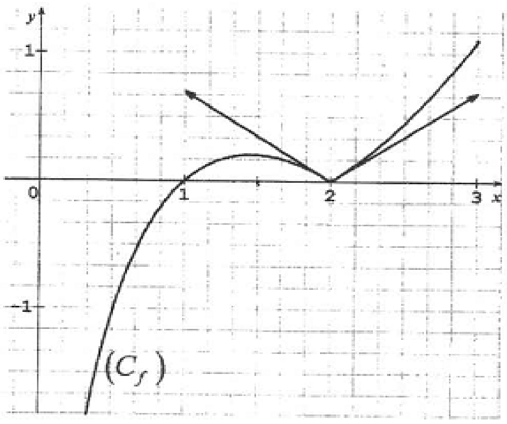
6⁰) أحسب $f(2)$، $f(-5)$، $f(-3)$ ثم أنشئ (C_f).

7⁰) ناقش بيانا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$(x+2)\ln\left(\frac{x}{x+2}\right)-mx-2m-3=0.$$

التمرين الثلاثون

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$



I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ: $g(x)=x\ln x+x$

1) أدرس تغيرات الدالة g

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$

ثم تحقق أن $1,45<\alpha<1,46$

ب) استنتج إشارة $g(x)-2$

II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرفة على

المجال $]0;3]$ بـ: $f(x)=|x-2|\ln x$

1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

2) أثبت صحة تخمينك.

3) أدرس تغيرات الدالة f

III) h الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي: $h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$

1) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h)؛ حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

2) أدرس اتجاه تغير الدالة h، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)