

تمرين رقم 93 صفحة 34 الكتاب المدرسي الجزء الأول

نعتبر الدالة f المعرفة من أجل كل عدد حقيقي $x > 1$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}}$

(1) بين أنه إذا كان $x > 1$ فإن: $\frac{1}{\sqrt{x+1}} > \frac{1}{\sqrt{2x}}$

(2) استنتج بين أنه إذا كان $x > 1$ فإن: $f(x) > \sqrt{2x}$

(2) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{\sqrt{x+1}} > \frac{1}{\sqrt{2x}}$

يجب تغيير شكل $\frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$ ثم نعين حصرًا للشكل الجديد .

لدينا $x > 1$ بإضافة x لطرفي المتباينة نجد $x + x > 1 + x$ أي $2x > 1 + x$

ومنه $\sqrt{2x} > \sqrt{1+x}$ وبالتالي $\frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{\sqrt{1+x}}$

ومنه أنه إذا كان $x > 1$ فإن: $\frac{1}{\sqrt{x+1}} > \frac{1}{\sqrt{2x}}$

استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تمامًا x : $f(x) < \sqrt{2x}$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

نعلم أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $\frac{1}{\sqrt{x+1}} > \frac{1}{\sqrt{2x}}$ ومنه $\frac{2x}{\sqrt{x+1}} > \frac{2x}{\sqrt{2x}}$

وبتالي $\frac{2x}{\sqrt{x+1}} > \frac{2x}{\sqrt{2x}} \times \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}}$ أي $\frac{2x}{\sqrt{x+1}} > \frac{2x\sqrt{2x}}{2x}$ أي $\frac{2x}{\sqrt{x+1}} > \sqrt{2x}$ و

بتالي ومنه استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تمامًا x : $f(x) < \sqrt{2x}$

احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

لدينا من أجل كل عدد حقيقي موجب تمامًا x : $f(x) < \sqrt{2x}$

بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x}) = +\infty$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

انتهى بحمد الله و نعمته