

تمرين رقم 84 صفحة 34 الكتاب المدرسي الجزء الأول

باستعمال المرافق احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x + 1} - 6}{x - 3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x}$$

الحل بشكل مختصر

سوف نعطي حلول مختصرة ويجب على الطالب إتباع الطرق السابقة لتأكد من النتائج

أولاً $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$

حالة عدم التعيين من الشكل $\frac{0}{0}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x} \times \frac{\sqrt{x + 1} + 1}{\sqrt{x + 1} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x + 1})^2 - 1}{x (\sqrt{x + 1} + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - 1}{x (\sqrt{x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x (\sqrt{x + 1} + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x + 1} + 1)} = \frac{1}{(\sqrt{0 + 1} + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} \quad \text{ثانياً}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} \quad \text{حالة عدم التعيين من الشكل } \frac{0}{0}$$

إزالة حالة عدم التعيين

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 + 1})^2 - (\sqrt{2})^2}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1 - 2}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)}{(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2})} = \frac{1 + 1}{\sqrt{2} + \sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} \quad \text{ثالثا}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} \text{ حالة عدم التعيين من الشكل } \frac{0}{0}$$

إزالة حالة عدم التعيين

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} \times \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{\sqrt{x^2 + 2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x})^2}{(x)(\sqrt{x^2 + 2x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{(x)(\sqrt{x^2 + 2x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x + 2)}{(x)(\sqrt{x^2 + 2x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 2)}{(\sqrt{x^2 + 2x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} \quad \text{رابعاً}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} \quad \text{حالة عدم التعيين من الشكل } \frac{0}{0}$$

إزالة حالة عدم التعيين

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} \times \frac{x \sqrt{x+1} + 6}{x \sqrt{x+1} + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x \sqrt{x+1})^2 - (6)^2}{(x-3)(x \sqrt{x+1} + 6)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2(x+1) - 36}{(x-3)(x \sqrt{x+1} + 6)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + x^2 - 36}{(x-3)(x \sqrt{x+1} + 6)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 + 4x + 12)}{(x-3)(x \sqrt{x+1} + 6)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 + 4x + 12)}{(x \sqrt{x+1} + 6)} = \frac{9 + 12 + 12}{3\sqrt{4} + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \sqrt{x+1} - 6}{x-3} = \frac{33}{12}$$

إنتهى بحمد الله وفضله

نسأل الله أن يستفيد منه كل طالب و أستاذ