تمرين رقم 38 صفحة 29 الكتاب المدرسي الجزء الأول

f دالة معرفة على $]-\infty;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x-1}{3+2\cos x}$

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\dfrac{x-1}{5}\le f(x)\le x-1$

2) هل تقبل الدالة f نهاية عند $+\infty$ ؟

الحل

نعلم أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $-1\le\cos x\le 1$

و منه فإن من أجل كل عدد حقيقي $x>-\frac{1}{2}$: $-2\le 2\cos x\le 2$

و بالتالي من أجل كل عدد حقيقي $x>-\frac{1}{2}$ ، $1\le 3+2\cos x\le 5$

نعلم أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\dfrac{1}{5}\le\dfrac{1}{3+2\cos x}\le\dfrac{1}{1}$

و بالتالي من أجل كل عدد حقيقي x أي $\dfrac{x-1}{5}\le\dfrac{x-1}{3+2\cos x}\le\dfrac{x-1}{1}$

وبتالى من أجل كل عدد حقيقي x : $\dfrac{x-1}{5}\le f(x)\le x-1$

2. بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-1}{5}\right)=+\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

إذن تقبل الدالة f نهاية عند $+\infty$ تساوي $+\infty$