BAC2014

الوحدة03

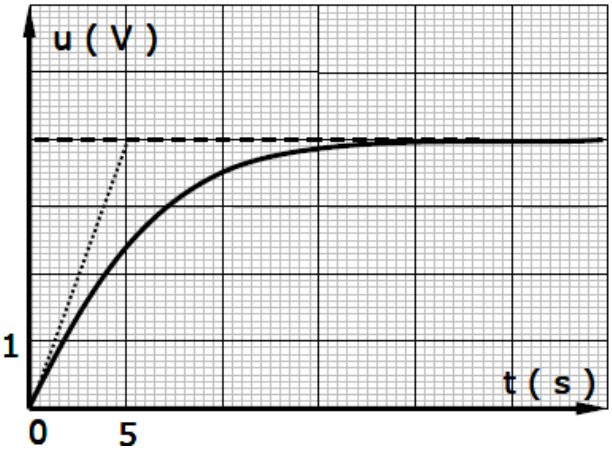
دراسة ظواهر كهربائية RC

الأستاذ: جزار

رقم 05

التمرين الأول

نشحن بواسطة مولد مثالي (E , $r = 0$) مكثفة مربوطة على التسلسل مع مقاومة $R = 20\ k\Omega$. يمثل البيان التالي تغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة خلال الزمن .



1) ـ عبر عن شدة التيار في كل لحظة بدلالة (u , R , E) .

2) ـ أكمل الجدول التالي :

$t\ (s)$	0	5	10	15	20	25
$i(A)$						

3) ـ عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC ؟

4) ـ أوجد قيمة C ؟

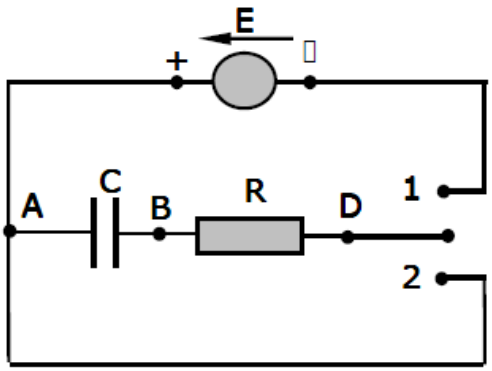
5) ـ أرسم البيان $i = f(t)$ ؟

6) ـ كيف تتطور شدة التيار ؟

التمرين الثانى

لدينا مولد لتوتر ثابت $E = 100\ V$ مقاومته الداخلية مهملة ، ناقل أومي مقاومته $R = 10\ k\Omega$ ، و مكثفة سعتها $C = 0.5\ \mu F$ ، بادلة أسلاك توصيل .

نحقق الدارة التالية :



1) ـ نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية شحن المكثفة .

أ ـ أوجد المعادلة التفاضلية للدارة $u_{AB} = f(t)$ ؟

ب ـ تحقق أن حلها هو $u_{AB} = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ ؟

جـ ـ مثل كيفيا تغيرات u_{AB} بدلالة الزمن ؟

د ـ ما هي دلالة فاصلة نقطة تقاطع المماس للبيان عند المبدأ مع المستقيم $u_{AB} = E$ ؟

هـ ـ أحسب ثابت الزمن لثنائي القطب RC ؟

و ـ أحسب u_{AB} عند اللحظات $t_1 = \tau$ و $t_2 = 5\tau$ ؟

2) ـ نضع البادلة في الموضع (2) عند اللحظة $t = 0$.

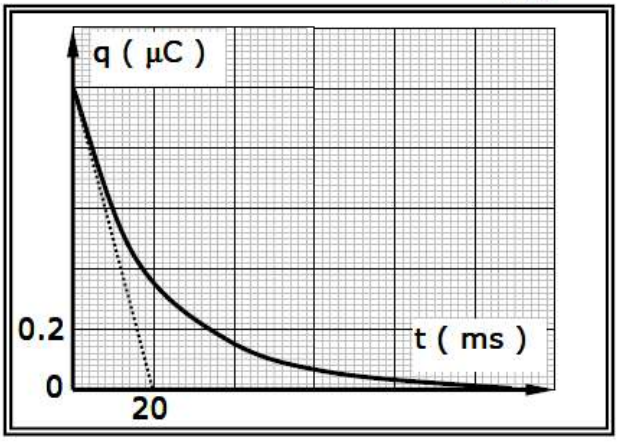
أ ـ أوجد المعادلة التفاضلية للدارة ؟

ب ـ أحسب u_{AB} من أجل $t_1 = 0$ ، $t_2 = \tau$ ، $t_3 = 5\tau$ ، $t \to \infty$ ؟

جـ ـ مثل تغيرات u_{AB} بدلالة الزمن ؟

التمرين الثالث

مكثفة سعتها C تم شحنها تحت توتر ثابت $(E = 5.0\ V)$. ثم أعيد تفريغها في ناقل أومي مقاومته $R = 10^5\ \Omega$ و ذلك عند اللحظة $t = 0$. يمثل البيان التالي تطورات شحنة المكثفة أثناء تفريغها .



1) ـ أكتب المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q\ (t)$ خلال التفريغ ؟

2) ـ بين أن حلها هو $q(t) = Q_0\, e^{-t/\tau}$ ؟

3) ـ برهن أن المماس للبيان عند المبدأ يقطع محور الأزمنة عند نقطة توافق $(t = \tau)$ ؟

4) ـ عين بيانيا ثابت الزمن ؟

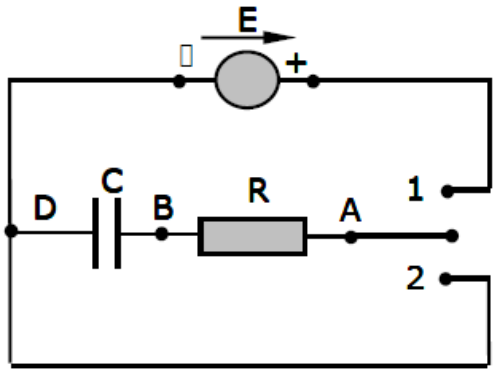
5) ـ أحسب سعة المكثفة C ؟

6) ـ أحسب شحنة المكثفة عند اللحظة $t = 0$ و $t = 5\tau$ ؟

7) ـ أحسب شدة التيار عند نفس اللحظتين السابقتين ؟

التمرين الرابع

تتألف دارة كهربائية من مولد للتوتر الثابت $E = 6\ V$ و مكثفة فارغة سعتها $C = 0.1\ \mu F$ و مقاومتها $R = 100\ k\Omega$ ، كما في الشكل :



1) ـ عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع (1) فتبدأ عملية شحن المكثفة

أ ـ استعمل قانون أوم و قانون التوترات لكتابة المعادلة التفاضلية للدالة بدلالة $u_{BD} = u\ (t)$ ؟

ب ـ تحقق أن حل هذه المعادلة من الشكل : $U\ (t) = E + ae^{-bt}$ بإختيار صحيح لـ b ؟

جـ ـ بين أن $a = -E$ ؟ ثم أوجد قيمة τ ؟

2) ـ أكمل الجدول التالي :

3) ـ أرسم البيان $u_{BD} = f\ (t)$ ؟

4) ـ نضع البادلة في الوضع 2 لتفريغ المكثفة ؟

أ ـ إلى أين تذهب الطاقة المخزنة في المكثفة ؟

ب ـ ما هي القيمة العددية لهذه الطاقة ؟

$t\ (s)$	0	τ	5τ
$u_{BD}\ (V)$			

التمرين الخامس

بكالوريا 2008 ت ر+رياضيات

في حصة للأعمال المخبرية ، اقترح الأستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثلة في الشكل لدراسة ثنائي القطب . تتكون الدارة من العناصر الكهربائية التالية :

* مولد توتره الكهربائي ثابت $E = 12\ V$ * مكثفة (غير مشحونة) سعتها $C = 1{,}0\mu\ F$

* ناقل أومي مقاومته $R = 5 \times 10^3\ \Omega$ * بادلة

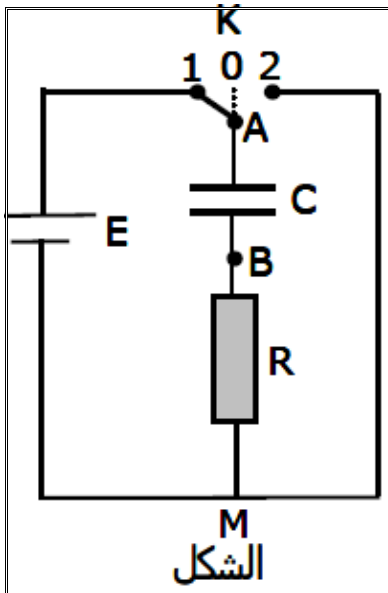
1 ـ نجعل البادلة في اللحظة $(t = 0)$ على الوضع (1).

أ ـ ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب ـ كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي U_{AB} ؟

جـ ـ بين أن المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها :

$$RC\frac{dU_{AB}}{dt} + U_{AB} = E$$



الشكل

د ـ اعط عبارة (τ) الثابت المميز للدارة ، و بين باستعمال التحليل البعدي انه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات (SI) .

ه ـ بين أن المعادلة التفاضلية السابقة (1 ـ جـ) تقبل العبارة $U_{AB} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا لها .

و ـ أرسم شكل المنحنى البياني الممثل للتوتر الكهربائي $U_{AB} = f(t)$ و بين كيفية تحديد τ من البيان .

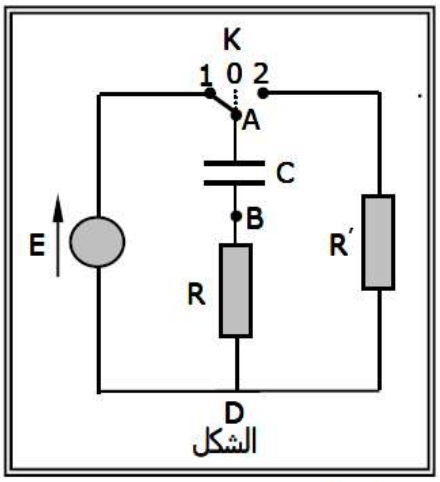
ي ـ قارن بين التوتر U_{AB} في اللحظة $t = 5\tau$ و E . ماذا تستنتج ؟

2 ـ بعد الانتهاء من الدراسة السابقة ، نجعل البادلة في الوضع (2) .

أ ـ ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب ـ أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية .

التمرين السادس — بكالوريا 2009 ت ر+رياضيات



الشكل

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز :

* مكثفة سعتها (C) غير مشحونة . * ناقلين أوميين مقاومتيهما $(R = R' = 470\,\Omega)$

* مولد ذي توتر ثابت (E) . * بادلة (K) ، أسلاك التوصيل .

1 ـ نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة $(t = 0)$:

أ ـ بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم مثل بالأسهم التوترين U_C ، U_R .

ب ـ عبر عن U_C و U_R بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$

ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q .

جـ ـ تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل $q(t) = A\left(1 - e^{-\alpha t}\right)$.

عبر عن A و α بدلالة E ، R ، C .

د ـ اذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة $(5V)$ ، استنتج قيمة (E) .

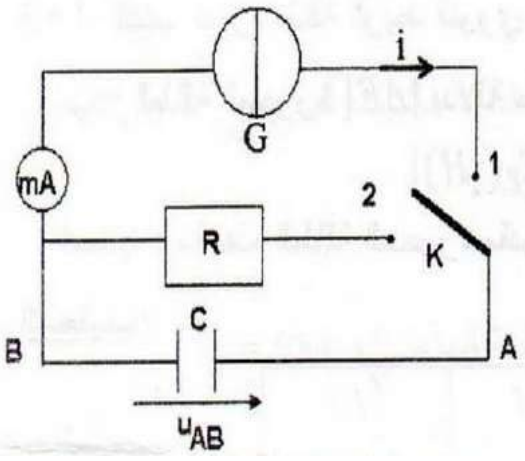
ه ـ عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة $(E_C = 5mj)$.استنتج سعة المكثفة (C) .

2 ـ نجعل البادلة الآن عند الوضع (2) :

أ ـ ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب ـ قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة (K) .

التمرين السابع — بكالوريا 2012 ت ر+رياضيات



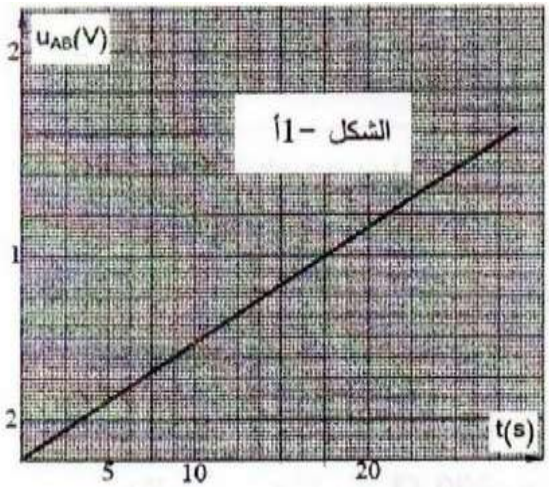
اقترح أستاذ على تلامذته تعيين سعة مكثفة C بطريقتين مختلفتين

الطريقة الأولى: شحن المكثفة بتيار مستمر ثابت الشدة.

الطريقة الثانية : تفريغ المكثفة في ناقل أومي.

لهذا الغرض تمّ تحقيق التركيب المقابل.

أولاً: المكثفة في البداية فارغة. نضع في اللحظة $t = 0$ البادلة K الوضع(1)، فتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا شدته $i = 0,31\ mA$. بواسطة جهاز $ExAO$ تمكنّا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t (الشكل–1أ).



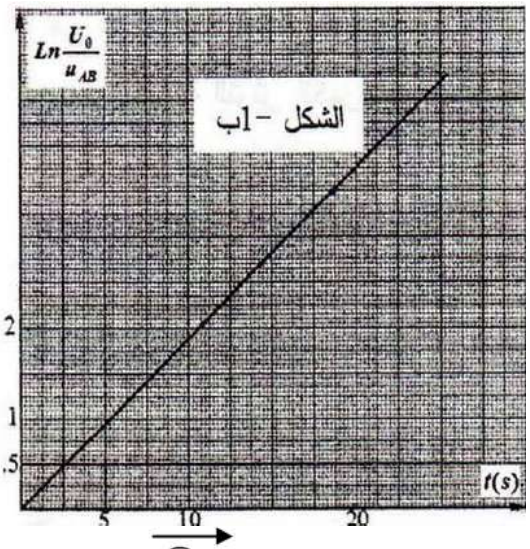
أ- أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة ، وسعة المكثفة C و الزمن t.

ب- جد قيمة C سعة المكثفة .

ثانياً: عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساويا إلى القيمة $U_0 = 1,6V$، نضع البادلة K في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد $t = 0$ ، فيتم تفريغ المكثفة في ناقل أومي مقاومته $R = 1\,K\Omega$.

أ- جد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB} .

علماً أن حلها : $u_{AB} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.

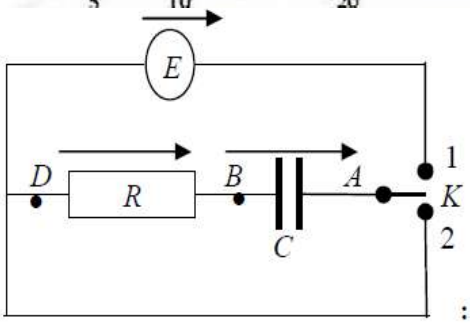


ب- أثناء تفريغ المكثفة، سمح جهاز $ExAO$ من متابعة تطور التوتر الكهربائي u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t. بواسطة برمجية مناسبة تمكنّا من الحصول على المنحنى البياني (الشكل-1ب).

جد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ للدارة ، ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C.

التمرين الثامن

لدينا الدارة الكهربائية التالية :



يعطى : $R = 20\,K\Omega$ ونعتبر أن المكثفة مشحونة بداية ، نريد تفريغها لذلك نضع البادلة K في أحد الوضعين 1 أو 2 عند $t = 0$.

1/- أين يجب وضع البادلة ؟

2/- نريد مشاهدة البيان $U_{AB} = f(t)$ على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي .

2-1/- ماذا يمثل البيان $U_{AB} = f(t)$ ؟

2-2/- صل الدارة براسم الاهتزاز المهبطي حتى يمكن مشاهدة البيان السابق .

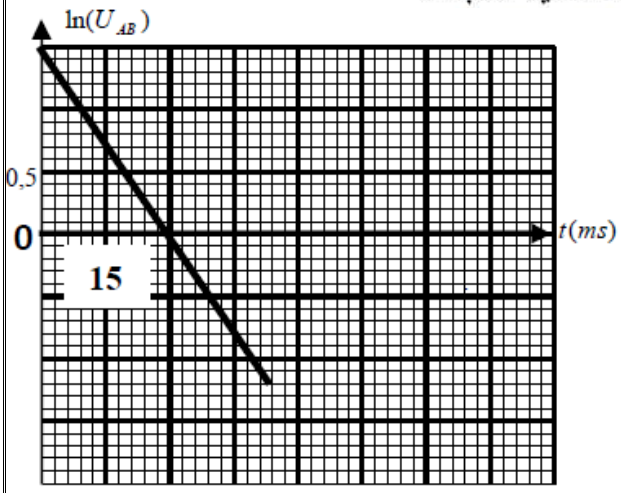
2-3/- مثل كيفيا البيان المتحصل عليه على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي .

3/- باستخدام قانون جمع التوترات أثناء التفريغ بين أن المعادلة التفاضلية لها الشكل :

$$\alpha \frac{du_{AB}}{dt} + U_{AB} = 0 \quad .$$

ماذا يمثل α وما هي وحدة قياسه ؟

ثم بين أن : $U_{AB}(t) = Ee^{-t/RC}$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة .



4/- البيان المرفق يمثل تغيرات $\ln(u_C) = f(t)$

4-1/- أكتب المعادلة الرياضية لهذا البيان .

4-2/- أوجد ثابت الزمن τ .

4-3/- أحسب سعة المكثفة C .

المكثفات و ثنائي القطب RC

الرمز الاصطلاحي: u_{AB} ، i

مثال الشحن: - +

كمية الشحنة: $\Delta q = I\,\Delta t$

سعة المكثفة: $C = \frac{Q}{U_{AB}}$

المكثفة المستوية: $C = \varepsilon \frac{S}{d}$ $\quad \varepsilon = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$

الجمع على التفرع: $C = C_1 + C_2 \ldots$ و $Q = Q_1 + Q_2 \ldots$

الجمع على التسلسل: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \ldots$ و $Q = Q_1 = Q_2 \ldots$

العلاقة بين i و q : $i = \frac{dq_A}{dt}$ ، $I = \frac{Q}{t}$

العلاقة بين i و C و u_{AB} :

$$i(t) = \frac{dq_A}{dt} = \frac{d(Cu_{AB})}{dt} = C\frac{du_{AB}}{dt}$$

ثابت الزمن:

* $\tau = RC$ * طريقة المماس $t=0$ * $0.63E$ * $0.37I_0$

شحن مكثفة:

- يتطور التوتر بدلالة الزمن وفق المعادلة التفاضلية

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u(t) = \frac{E}{RC}$$

- حل هذه المعادلة: $u(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$
- نعبر عن شدة التيار كما يلي:

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad ; \quad i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

تفريغ مكثفة:

- يتطور التوتر بدلالة الزمن وفق المعادلة التفاضلية

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u(t) = 0$$

- حل هذه المعادلة: $u(t) = Ee^{-t/\tau}$
- نعبر عن شدة التيار كمايلي :

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad , \quad i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

الطاقة المخزنة في مكثفة:

$$E(c) = \frac{1}{2}cu^2 \quad , \quad E(c) = \frac{1}{2}qu$$

زمن تناقص طاقة مكثفة الى النصف:

$$t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$$

الوشائع و ثنائي القطب RL

الوشيعة: تتميز بـ

* مقاومة داخلية $r(\Omega)$ و ذاتية $L(H)$

يرمز لها:

عبارة التوتر بين طرفي وشيعة: $u_{AB} = L\frac{di}{dt} + ri$

شيعة صافية: $r = 0$ $\quad u_{AB} = L\frac{di}{dt}$

تطور التيار بين طرفي وشيعة تحريضية:

$E = u_{AM} = RI_0$

يتميز المنحنى بـ: نظام انتقالي و نظام دائم

دارة تحتوي على وشيعة (L,r) و مقاومة R

1- حالة قاطعة مغلقة:

- $E = L\frac{di}{dt} + ri + Ri$
- المعادلة التفاضلية:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{I_0}{\tau}$$ حيث $\tau = \frac{L}{R}$ ∴ $I_0 = \frac{E}{R}$

- حل المعادلة: $i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

2- حالة قاطعة مفتوحة:

- $L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0$
- المعادلة التفاضلية:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0$$

- حل المعادلة: $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

❖ الطاقة المخزنة في وشيعة:

$$E(L) = \frac{1}{2}LI^2$$

❖ ثابت الزمن:

$\tau = \frac{L}{R}$ ، طريقة المماس $t=0$ ، $0.37I_0$