BAC 2014

الهندسة في الفضاء

بكالوريات الشعب العلمية المشتركة

2013-2008

من إعداد: قليل محمد

التمرين رقم: 01 علوم تجريبية 2008

التمرين الثاني (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر المستوى (P) الذي معادلته :

$$x+2y-z+7=0$$

و النقط $A(2,0,1)$ وَ $B(3,2,0)$ وَ $C(-1,-2,2)$.

1 – تحقق أن النقط A ، B وَ C ليست على استقامية ، ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوى (ABC) هي : $y+2z-2=0$

2 – أ – تحقق أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان ، ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)مستقيم تقاطع (P)و (ABC) .

ب – احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

3 – لتكن G مرجح الجملة $\{(A,1),(B,\alpha),(C,\beta)\}$ حيث β,α عددان حقيقيان يحققان $1+\alpha+\beta\neq 0$ عين α حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ).

التمرين رقم: 02 علوم تجريبية 2008

التمرين الأول (03 نقط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك.

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط:

$A(1,3,-1)$ ، $B(4,1,0)$ ، $C(-2,0,-2)$ ، $D(3,2,1)$.

و المستوى (P) الذي معادلته: $x-3z-4=0$.

1) المستوى (P) هو: ج1) (BCD) ، ج2) (ABC) ، ج3) (ABD).

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو :

ج1) $\vec{n_1}(1,2,1)$ ، ج2) $\vec{n_2}(-2,0,6)$ ، ج3) $\vec{n_3}(2,0,-1)$

3) المسافة بين النقطة D و المستوى (P) هي :

ج1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

التمرين رقم: 03 رياضيات 2008

تمرين 2: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لتكن النقط $A(0,2,1)$ ، $B(-1,1,-3)$ ، $C(1,0,-1)$.

1. أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C وتشمل النقطة A.

2. ليكن المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي:

$$\begin{cases} x=-1-\lambda \\ y=1+2\lambda \\ z=-3+2\lambda \end{cases}$$ حيث λ عدد حقيقي.

أ) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة C ويعامد المستقيم (D)

ب) أحسب المسافة بين النقطة C والمستقيم (D).

ج) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) وسطح الكرة S؟

التمرين رقم: 04 رياضيات 2008

تمرين 3: (4 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفين بالتمثيلين الوسيطيين الآتيين:

$$\begin{cases} x=3+\lambda \\ y=2+\frac{1}{2}\lambda \\ z=-2-2\lambda \end{cases} ; \lambda\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x=6+\alpha \\ y=1-2\alpha \\ z=5+\alpha \end{cases} ; \alpha\in\mathbb{R}$$ على الترتيب .

1 – بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2 – M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (Δ') .

أ) عين إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (Δ') .

ب) احسب الطول MN .

3– عين معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ) و يوازي المستقيم (Δ') .

4– احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') و المستوي (P) . ماذا تلاحظ ؟

التمرين رقم: 05 تقني رياضي 2008

تمرين 2: (5 نقاط)

نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

$A(1,2,2)$ ، $B(3,2,1)$ ، $C(1,3,3)$ نقط من هذا الفضاء.

1/ برهن أن النقط A ، B ، C تعين مستو يطلب تعيين معادلته الديكارتية.

2/ نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرفين بمعادلتيهما الديكارتيتين :

$$(P_1): x-2y+2z-1=0$$

$$(P_2): x-3y+2z+2=0$$

بيّن أنّ (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ).

3/ بيّن أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ).

4/ بيّن أنّ الشعاع $\vec{u}(2,0,-1)$ هو أحد أشعة توجيه المستقيم (Δ).

5/ استنتج أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة:

$$\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases}$$

حيث $(k\in\mathbb{R})$

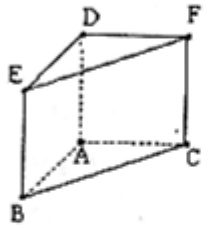
6/ لتكن M نقطة من المستقيم (Δ) ، أوجد قيمة الوسيط k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين، ثم استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

التمرين رقم: 06 تقني رياضي 2008

التمرين الثاني : (04 نقاط)

$ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A والمتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $r \in \mathbb{R}_+^*$.

(انظر الشكل)



1) يرمز I إلى منتصف $[AD]$ و J إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$. بيّن أنّ G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1),(C;1),(D;2),(E;1),(F;1)\}$ هو منتصف $[IJ]$

2) ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد المتجانس $(A;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD})$.

- عين إحداثيات النقط A ، B ، C ، D ، E ، F .
- عين مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 + 2MD^2 + ME^2 + MF^2 = 10r^2$$

التمرين رقم: 07 علوم تجريبية 2009

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط : $A(1;0;2)$ ، $B(0;2;1)$ ، $C(2;1;3)$

1) (P) مستو معادلة له من الشكل $x - z + 1 = 0$.

أ) بيّن أن المستوي (P) هو المستوي (ABC).

ب) ما طبيعة المثلث ABC.

2) أ) تحقّق من أن النقطة $D(2;3;4)$ لا تنتمي إلى (ABC).

ب) ما طبيعة $ABCD$.

3) أ) أحسب المسافة بين D و المستوي (ABC).

ب) أحسب حجم $ABCD$.

التمرين رقم: 08 علوم تجريبية 2009

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط:

$A(2;3;-1)$ ؛ $B(1;-2;4)$ ؛ $C(3;0;-2)$ ؛ $D(1;-1;-2)$.

و ليكن (π) المستوي المعرف بمعادلته الديكارتية : $2x-y+2z+1=0$.

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1. النقط A، B ، C في استقامية.
2. (ABD) مستوي معادلة ديكارتية له : $25x-6y-z-33=0$.
3. المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π).
4. المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1;1;-1)$.

التمرين رقم: 09 رياضيات 2009

تمرين 3: (5 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقطتين $A(2,1,2)$ و $B(0,2,-1)$ والمستقيم (D) ذو التمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x=2+3t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R} \text{ حيث}$$

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

أثبت أنّ (D) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي.

2) نعتبر المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي المستقيم (D) .

أ - بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(1,5,1)$ عمودي على المستوي (P).

ب - اكتب معادلة للمستوي (P).

ج - بيّن أنّ المسافة بين نقطة M من (D) والمستوي (P) مستقلة عن موضع M .

د - عيّن تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستوي (P) مع المستوي (yoz) .

التمرين رقم: 10 رياضيات 2009

تمرين 3: (4 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، المستويين (P_1)و (P_2)حيث

معادلة للمستوي (P_1) $x+2y-z-2=0$

و $\begin{cases} x=1+2\alpha+\beta \\ y=1+\alpha \\ z=5+\alpha+\beta \end{cases}$; $(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$ تمثيل وسيطي للمستوي (P_2).

1) اكتب معادلة للمستوي (P_2).

2) عيّن شعاعاً ناظميا $\vec{n}_1$ للمستوي (P_1) وشعاعاً ناظميا $\vec{n}_2$ للمستوي (P_2).

3) بيّن أنّ المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

4) أ- $A(3,1,1)$ نقطة من الفضاء، عين المسافة d_1 بين النقطة A والمستوي (P_1) ثمّ المسافة d_2 بين A و (P_2).

ب- استنتج المسافة d_3 بين النقطة A والمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2).

5) أ- عيّن تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ عدد حقيقي.

ب- M نقطة كيفية من (Δ) ، احسب MA^2 بدلالة λ مستنتجاً ثانية المسافة بين A و (Δ) .

التمرين رقم: 11 تقني رياضي 2009

التمرين الرّابع: (05 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

(Δ) مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي معطى بالجملة التالية: $\begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -t+2 \\ z = t+1 \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$

P مستو معرّف بالمعادلة $x+3y+z+1=0$

عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل

1	A_1: النقطة $A(1,1,2)$ تنتمي إلى (Δ)	B_1: النقطة $B(-1,0,2)$ تنتمي إلى (Δ)	C_1: النقطة $C\left(0,\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ)
2	A_2: $\vec{u}\left(-1,\frac{1}{2},\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ)	B_2: $\vec{u'}(1,3,1)$ شعاع توجيه (Δ)	C_2: $\vec{u''}(3,1,0)$ شعاع توجيه (Δ)
3	A_3: (Δ) محتوى في P	B_3: (Δ) يقطع P	C_3: (Δ) يوازي P
4	A_4: المستوي Q_1 ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يعامد P	B_4: المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يعامد P	C_4: المستوي Q_3 ذو المعادلة $x-y+2z+5=0$ يعامد
5	A_5: المسافة بين النقطة $D(1,1,1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	B_5: المسافة بين النقطة $O(0,0,0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	C_5: المسافة بين النقطة $(1,3,0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$

التمرين رقم: 12 تقني رياضي 2009

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,1,2)$ ، $B(-1,0,-2)$ $C(-1,0,-6)$

بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA^2-MB^2=1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB) نرمز له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له.

2. لتكن S مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$

برهن أنّ S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R

3. G نقطة من الفضاء معرّفة بالعلاقة: $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

أ) عيّن إحداثيات G ثمّ تأكد أنها تنتمي إلى S.

ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G.

التمرين رقم: 13 علوم تجريبية 2010

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(1\,;\,1\,;\,0)$، $B(2\,;\,1\,;\,1)$ و $C(-1\,;\,2\,;\,-1)$.

1) أ) بين أن النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$(P):\ x+2y-3z+1=0$ و $(Q):\ 2x+y-z-1=0$

والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F(0\,;\,4\,;\,3)$ و $\vec{u}(-1\,;\,5\,;\,3)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

التمرين رقم: 14 علوم تجريبية 2010

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته: $x-2y+z+3=0$.

1) نذكّر أنّ حامل محور الفواصل $(O;\vec{i})$ يعرف بالجملة $\begin{cases}y=0\\z=0\end{cases}$.

- عيّن إحداثيات A نقطة تقاطع حامل $(O;\vec{i})$ مع المستوي $(\mathcal{P})$.

2) B و C النقطتان من الفضاء حيث: $B(0\,;\,0\,;\,-3)$ و $C(-1\,;\,-4\,;\,2)$.

أ - تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - احسب الطول AB.

جـ - احسب المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathcal{P})$.

3) أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ).

جـ - احسب مساحة المثلث ABC.

التمرين رقم: 15 رياضيات 2010

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2,0,0)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,0,2)$.

1) بيّن أن النقط A و B و C ليست في استقامية.

2) جد معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC).

4) (P) المستوي الذي معادلته: $2x+2y+z-2=0$.

أ) بيّن أن: (P) و (ABC) متقاطعان.

ب) بيّن أن: (P) يشمل B و C، ماذا تستنتج ؟

5) عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$.

التمرين رقم: 16 رياضيات 2010

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-1;2;1)$ ، $B(2;1;3)$ ، $C(0;-1;2)$ ، ولتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $AM=BM$.

1- بيّن أنّ (P) هو المستوي الذي معادلته: $3x-y+2z-4=0$.

2 – عيّن معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A ويوازي (P).

3- أ – اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D)الذي يشمل C ويعامد (P).

ب – عيّن إحداثيات E نقطة تقاطع (Q) و (D).

ج – احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (D).

4- عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (Π) الذي يحوي المستقيم (AC) ويعامد المستوي (P)، ثم استنتج معادلة له.

التمرين رقم: 17 تقني رياضي 2010

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النّقطتين $A(3;-1;2)$ و $B(1;2;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته $x-2y+3z-7=0$.

1/ عيّن إحداثيات النقطة G مرجح النّقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب.

2/ عيّن طبيعة وعناصر (Γ)مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=4$.

3/ أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النّقطة G ويعامد المستوي (P) .

ب- عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و (Δ) .

ج – احسب المسافة بين G و المستوي (P).

4/ نعرّف المستوي (P') بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=t+2\lambda \\ z=2-t+2\lambda \end{cases}$ حيث t و λ عددان حقيقيان

أثبت أنّ (P) و (P') متقاطعان واكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما.

التمرين رقم: 18 تقني رياضي 2010

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين:

$A(3;-2;2)$ ، $B(0;4;-1)$.

1) اكتب معادلة للمستوي (p_1) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي له.

2) (p_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويعامد المستوي (p_1).

أ- بيّن أن $\vec{v}(1;1;1)$ شعاع ناظمي لـ (p_2).

ب- اكتب معادلة لـ (p_2).

3) نعتبر النقطتين C و D حيث $C(6;1;5)$ و D معرفة بـ: $\overrightarrow{CD}(0;-3;-6)$.

أ- بين أن المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته.

ب- بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD).

ج- احسب حجم رباعي الوجوه $ACDB$.

التمرين رقم: 19 علوم تجريبية 2011

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، المستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل النقطة $A(1;-2;1)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له ؛ وليكن $(\mathcal{Q})$ المستوي ذا المعادلة $x+2y-7=0$.

1. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$.
2. أ - تحقّق أنّ النقطة $B(-1;4;-1)$ مشتركة بين المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$.

ب - بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطيّ له.

3. لتكن النقطة $C(5;-2;-1)$

أ - احسب المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathcal{P})$ ثمّ المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathcal{Q})$.

ب - أثبت أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ متعامدان.

جـ - استنتج المسافة بين النقطة C والمستقيم (Δ).

التمرين رقم: 20 علوم تجريبية 2011

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(0;1;5)$ ، $B(2;1;7)$ و $C(3;-3;6)$.

1. أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;-4;-1)$ شعاع توجيه له.

ب - تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ).

جـ - بيّن أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ متعامدان.

د - استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

2. نعتبر النقطة $M(2+t;1-4t;7-t)$ حيث t عدد حقيقي ؛ ولتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(t)=AM$

أ - اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t.

ب - بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي t ؛ $h'(t)=\dfrac{18t}{\sqrt{18t^2+8}}$.

جـ - استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AM أصغر ما يمكن.

- قارن بين القيمة الصغرى للدالة h، و المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

التمرين رقم: 21 رياضيات 2011

التمرين الثاني: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1 / نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$

أ/ أثبت أنّ النقط A، B و C تعيّن مستويا.

ب/ بيّن أن الشعاع $\vec{n}(3;4;-2)$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2 / نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث: $(P_1): 3x+4y-2z+1=0$ و $(P_2): 2x-2y-z-1=0$.

أ/ بيّن أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

ب/ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2).

جـ/ تحقّق أن النقطة $O(0;0;0)$ لا تنتمي إلى (Δ).

د/ احسب المسافتين $d(O;(P_1))$ و $d(O;(P_2))$ واستنتج المسافة $d(O;(\Delta))$

التمرين رقم: 22 رياضيات 2011

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ ، $C(0;0;3)$ و $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)$

(D) المستقيم الذي يشمل النقطة A وشعاع توجيهه $\vec{u}\left(-1;1;\frac{3}{2}\right)$ و (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة C وشعاع توجيهه $\vec{v}\left(\frac{1}{2};1;-3\right)$

1- اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D) و (Δ) ثم ادرس الوضع النسبي لهما.

2- بين أن: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة G؟

3- عين شعاعا ناظميا $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة له.

4- احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC).

5- H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (D).

أ) جد إحداثيات النقطة H.

ب) استنتج المسافة بين النقطة B والمستقيم (D).

التمرين رقم: 23 تقني رياضي 2011

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث:

$\overrightarrow{AD}(1;5;2)$ ، $\overrightarrow{BD}(0;7;3)$ ، $\overrightarrow{CD}(1;-3;7)$ و $C(2;8;-4)$

1/ بيّن أن النقط A ، B ، D تعيّن مستويا.

2/ بيّن أن المستقيم (CD) يعامد المستوي (ABD)

3/ I المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

أ) بيّن أن المستقيم (AB) يعامد المستوي (CDI)

ب) عيّن معادلة للمستوي (CDI) واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ج) استنتج إحداثيات النقطة I

4/ احسب الأطوال DI ، CD ، AB واستنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(مساحة رباعي الوجوه = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع)

التمرين رقم: 24 علوم تجريبية 2012

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة: $14x+16y+13z-47=0$ ، و النقط $A(1;-2;5)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-1;3;1)$.

1) أ – تحقق أنّ النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب – بيّن أنّ المستوي (ABC) هو (P).

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

3) أ – اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

ب – تحقق أنّ النقطة $D\left(-1;-2;\frac{1}{4}\right)$ تنتمي إلى المستوي (Q).

جـ – احسب المسافة بين النقطة D و المستقيم (AB).

التمرين رقم: 25 علوم تجريبية 2012

التمرين الثاني: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A(-1;0;1)$ ، $B(2;1;0)$ و $C(1;-1;0)$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا.

2) بيّن أنّ $2x-y+5z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) D و H نقطتان من الفضاء حيث: $D(2;-1;3)$ و $H\left(\frac{13}{15};-\frac{13}{30};\frac{1}{6}\right)$.

أ تحقّق أنّ النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (ABC).

ب- بيّن أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

جـ- استنتج أنّ المستويين (ADH) و (ABC) متعامدان، ثم جد تمثيلا وسيطيا لتقاطعهما.

التمرين رقم: 26 رياضيات 2012

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(3;0;0)$، $B(0;4;0)$ و $C(2;2;2)$.

1) بيّن أن النقط A، B، C ليست في استقامية وأن الشعاع $\vec{n}(4;3;-1)$ عمودي على كل من الشعاعين: $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقط A، B، C.

3) أ- بيّن أنّ: $6x-8y+7=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $AM=BM$.

ب بيّن أنّ: $2x-4y-4z+3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P'') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $AM=CM$.

جـ- بيّن أن (P') و (P'') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

4) احسب إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

التمرين رقم: 27 رياضيات 2012

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(1;1;1)$، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$.

1) بيّن أن النقط A ، B و C تعين مستويا (P_1) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

2) (P_2) المستوي الذي: $x-2y-2z+6-0$ معادلة ديكارتية له.

- بيّن أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3) بيّن أن النقطة O هي مرجح الجملة: $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$.

4) أ- عيّن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{3}$.

ب- احسب إحداثيات D و E نقطتي تقاطع (S) و (Δ).

جـ- ما هي طبيعة المثلث ODE؟ ثم استنتج المسافة بين O و (Δ).

التمرين رقم: 28 تقني رياضي 2012

التمرين الرابع: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

(P) المستوي الذي يشمل النقطة $A(2;-5;2)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له.

(Q) المستوي الذي: $x+2y-2=0$ معادلة له.

1- عيِّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2- بيِّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.

3- عيِّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)، تقاطع المستويين (P) و (Q).

4- أ) احسب d_1 المسافة بين النقطة $K(3;3;3)$ والمستوي (P) و d_2 المسافة بين النقطة K والمستوي (Q).

ب) استنتج d المسافة بين النقطة K والمستقيم (Δ).

5- احسب المسافة d بطريقة ثانية.

التمرين رقم: 29 تقني رياضي 2012

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. (P) المستوي الذي: $-4x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية له و (D) المستقيم الذي: $k\in\mathbb{R}$ ، $\begin{cases}x=k\\ y=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}k\\ z=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}k\end{cases}$ تمثيل وسيطي له.

1- تحقق أنّ المستقيم (D) محتوى في المستوي (P).

2- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1;1;0)$ و $\vec{u}(4;1;3)$ شعاع توجيه له.

ب) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

3- بيّن أنّ : $3x-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ).

4- $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء.

أ) احسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q).

ب) أثبت أنّ مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين متعامدين (P_1) و (P_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما.

5- عين مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي إحداثياتها حلول للجملة الآتية: $\begin{cases}4x+3y-1=0\\ 3x-4z-3=0\\ x+3y+4z+2=0\end{cases}$.

التمرين رقم: 30 علوم تجريبية 2013 (04.5 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط:

$A(-1;1;3)$ ، $B(1;0;-1)$ ، $C(2;-1;1)$ و $D(2;0;-1)$ والمستوي (P) ذا المعادلة: $2y+z+1=0$.

ليكن (Δ) المستقيم الذي تمثيل وسيطي له: $\begin{cases}x=-1\\ y=2+\beta\\ z=1\quad 2\beta\end{cases}$ حيث β وسيط حقيقي.

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC)، ثمّ تحقّق أن المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).

2) بيّن أن المستقيمين (Δ) و (BC) ليسا من نفس المستوي.

3) أ) احسب المسافة بين النقطة A و المستوي (P).

ب) بيّن أن D نقطة من (P)، و أن المثلث BCD قائم.

4) بيّن أن $ABCD$ رباعي وجوه، ثمّ احسب حجمه.

التمرين رقم: 31 علوم تجريبية 2013

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(2;1;-1)$ ، $B(1;-1;3)$ ، $C\left(-\frac{3}{2};-2;1\right)$ و $D\left(\frac{7}{2};-3;0\right)$. ولتكن I منتصف القطعة $[AB]$.

1) أ) احسب إحداثيات النقطة I.

ب) بيّن أنّ: $2x+4y-8z+5=0$ معادلة ديكارتية لـ (P)؛ المستوي المحوري لـ $[AB]$.

2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C و $\vec{u}(1;2;-4)$ شعاع توجيه له.

3) أ) جد إحداثيات E نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ).

ب) بيّن أنّ (Δ) و (AB) من نفس المستوى، ثمّ استنتج أن المثلث IEC قائم.

4) أ) بيّن أنّ المستقيم (ID) عمودي على كل من المستقيم (AB) و المستقيم (IE).

ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $DIEC$.

التمرين رقم: 32 رياضيات 2013

التمرين الثالث: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0;0;1)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$

والمستوي $(\mathcal{P})$ المعرّف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=1+3\alpha+\beta \\ y=1-2\alpha \\ z=4+\alpha+\beta \end{cases}$ ؛ α و β وسيطان حقيقيان.

1. أ - بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا.

ب - تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$، ثمّ بيّن أنّ المستويين (ABC) و $(\mathcal{P})$ متعامدان.

ب - بيّن أنّ تقاطع (ABC) و $(\mathcal{P})$ هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-7+4t\ ;\ t\in\mathbb{R} \\ z=-7+5t \end{cases}$

جـ - احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC)، والمسافة بين النقطة D والمستوي $(\mathcal{P})$، ثمّ استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ).

3. $(\mathcal{Q})$ المستوي الذي يشمل النقطة D والعمودي على كل من المستويين (ABC) و $(\mathcal{P})$.

أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$.

ب - بيّن أنّ المستويات الثلاثة (ABC) ، $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ تتقاطع في نقطة واحدة H ، ثمّ عيّن إحداثيات H.

جـ - احسب بطريقة ثانية، المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ).

التمرين رقم: 33 رياضيات 2013 (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$؛ النقطتين $A(-1;0;2)$ و $B(1;1;1)$ والمستقيم (Δ) المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-2 \\ z=-1-\alpha \end{cases}$ حيث $(\alpha\in\mathbb{R})$.

1. أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

ب - بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

2. $(\mathcal{P})$ المستوي الذي يشمل (AB) ويوازي (Δ).

أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(\mathcal{P})$.

ب - أثبت أنّ $x-y+z-1=0$ ، هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$.

3. لتكن N نقطة من المستقيم (Δ) و M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(1+2\beta;1+\beta;1-\beta)$ مع $(\beta\in\mathbb{R})$.

أ - بيّن أنّ النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB).

ب - جد إحداثيات النقطتين M و N حتى تكون M المسقط العمودي للنقطة N على المستوي $(\mathcal{P})$.

جـ - تحقق أن المسافة بين N و $(\mathcal{P})$ هي $\frac{2}{\sqrt{3}}$، ثمّ احسب مساحة المثلث ABN .

التمرين رقم: 34 تقني رياضي 2013 (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3;-2;-1)$ ، $B(5;-3;2)$ ، $C(2;3;2)$ و $D(1;-5;-2)$.

1) بيّن أنّ النقط A و B و C تعين مستويا؛ نرمز له بالرمز (P).

2) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;-1)$ ناظمي للمستوي (P)، ثمّ جد معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و يعامد (P) .

ب) عين إحداثيات النقطة H ؛ المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (P) .

4) H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB)، و λ العدد الحقيقي حيث: $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$.

أ) بيّن أنّ : $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2}$.

ب) استنتج العدد الحقيقي λ و إحداثيات النقطة H ، ثمّ المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB).

التمرين رقم: 35 تقني رياضي 2013 (04.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(2;-5;4)$ و $B(3;-1;6)$ و المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=4+t \end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$.

1- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من النقطتين A و B .

ب) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) .

2- (P) المستوي الذي يشمل (D) و يوازي (Δ) .

- برهن أنّ $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثمّ عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3- M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (D) .

أ) عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (D).

ب) احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (P).