BAC 2014

الدول الأسيية

بكالوريات الشعب العلمية المشتركة

2013-2008

من إحداد: قليل محمد

التمرين رقم 1: بكالوريا 2008 علوم تجريبية (7.5 نقاط)

I - نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي :

$$f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$$

حيث a و b عدنان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.
عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1, 1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II - نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

(أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و فسر هذه النتيجة بياضيا. (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)

(ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثيتها.

(د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

(هـ) ارسم (C_g) .

(و) الدالة العددية المعرفة على $[-2, +\infty[$ كما يأتي: $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ حيث α و β عدنان حقيقيان

عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة $x \mapsto g(x) - 1$:

استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تتعدم عند القيمة 0 .

(III) لنكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي:

$$k(x) = g(x^2)$$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين رقم 2: بكالوريا 2008 رياضيات (7 نقاط)

(I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 - ادرس تغيرات الدالة f .

2 - بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω .

- اثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى C_f .

3- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x-1)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+3)]$.

- استنتج أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما .

4- بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2,76; -2,77[$.

- احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم C_f ومستقيمه المقاربين .

(II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$. C_g منحنى الدالة g .

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x) = f(-x)$.

- استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول C_f إلى C_g .

2- أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g) .

التمرين رقم: 3 بكالوريا 2009 تقني رياضي (7 نقاط)

تعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

يكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

2. ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3. بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.

احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $-\infty$.

4. بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7 < \alpha < -1,6$

5. ارسم $(\mathcal{C}_f)$ من أجل $x \in \mathbb{R}$

6. بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$

7. احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيمت ذات المعادلات:

$$y = x + 2 \text{ و } x = 0 \text{ و } x = \alpha$$

بين أن $\mathcal{A}(\alpha) = 2 \ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$

التمرين رقم: 4 بكالوريا 2010 علوم تجريبية (7 نقاط)

تعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3 (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + 1$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5 (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1,4 < \beta < -1,3$

ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

ج) ارسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x} = m$.

التمرين رقم: 5 بكالوريا 2010 رياضيات (7 نقاط)

I- $g(x) = (3-x)e^x - 3$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

- (1) ادرس تغيرات الدالة g .
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $2,82 < \alpha < 2,83$
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

$$\text{II- } f \text{ الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } \begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 0$ ، اكتب معادلة (T) مماس (C_f) عند المبدأ O .
- (2) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل $x \neq 0$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2}{(e^x - 1)^2} g(x)$.

ج) تحقق أن $f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha)$ ثم عين حصره.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

- (3) احسب $f(x) + x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x \mapsto -x^3$ بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x^3] = 0$ وفسر النتيجة هندسياً.

(4) أنشئ في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f) .

التمرين رقم: 6 بكالوريا 2010 رياضيات مكفوفين (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.

لنرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسر هندسياً النتيجة.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها.

(3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب $y = x + 1$ و $y = x$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

(4) أثبت أن النقطة $w(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1,3 < \beta < -1,4$

ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي (Δ) ؟

(6) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $\frac{1}{e^x - 1} = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}}$.

ب) ناقش جبرياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$.

التمرين رقم: 7 بكالوريا 2010 تقني رياضي (7 نقاط)

$$f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)} \quad \text{بالعبارة: } \mathbb{R}^* \text{ المعرفة على}$$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها.

3. بين أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ - (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$.

بين أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9 < x_0 < 0,91$

$$\text{و } -1,65 < x_1 < -1,66$$

ج - احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معنوم $f(x) + f(-x)$.

فسّر النتيجة هندسيا.

د - ارسم (D) و (D') و (C_f) .

هـ - m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

5. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = [f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين رقم: 8 بكالوريا 2011 تسيير و اقتصاد (8 نقاط)

1) لتكن f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$

أ. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$. (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{2x}} = 0$)

ب. بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن دالتها المشتقة f' تحقق:

$$f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$$

ج. ادرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) (C) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $]-\infty; 1]$

أ. بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $2 - x = y$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d) .

ب. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-2,10 < \alpha < -2,11$

و $0,81 < \beta < 0,82$ وفسّر النتيجة هندسيا.

ج. ارسم المستقيم (d) والمنحنى (C) .

(3) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty; 1]$

التمرين رقم: 9 بكالوريا 2011 علوم تجريبية (7 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = e^x - ex - 1$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - ب- احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.
 - ج- شكّل جدول تغيرات الدالة f .
2. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.
 - ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
 - ج- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]1,75; 1,76[$ حلا وحيدا α .
 - د- ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 2[$.
3. أ- احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = 0$.
 - ب- أثبت أن: $A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha\right) ua$ (حيث ua هي وحدة المساحات).

التمرين رقم: 9 بكالوريا 2011 رياضيات (7 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (3x + 4)e^x$
- و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- 1/ أ) احسب f' ، f'' ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن: $f^{(n)}(x) = (3x + 3n + 4)e^x$ حيث: f'' ، f' ، f ، $f^{(n)}$ المشتقات المتتالية للدالة f
 - ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية: $y'' = (3x + 16)e^x$
 - 2/ أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسيا
 - ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
 - 3/ أ) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$.
 - ب) بين أن ω هي نقطة انعطاف المنحنى (C_f)
 - ج) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty; 0[$.
 - 4/ أ) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty; 0[$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^x te^t dt$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty; 0[$.
 - ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\frac{4}{3}$
 - احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = 0$ ، $x = -\frac{4}{3}$ و $x = \lambda$ ، ثم جد $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$

التمرين رقم: 10 بكالوريا 2011 تقني رياضي (7.5 نقطة)

(أ) f الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1- ادرس تغيرات الدالة f .
- 2- عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .
- 3- بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة مماس (C_f) عندها.
- 4- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = f(x) - x$.

- أ- ادرس تغيرات الدالة g .
- ب- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7 < \alpha < 2,8$.
- 5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = 0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ والمنحنى (C_f) .

(ب) (U_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

- 1- باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.
- 2- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 \leq U_n < \alpha$.
- 3- بيّن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما.
- 4- استنتج أن (U_n) متقاربة و بيّن أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$.

التمرين رقم: 11 بكالوريا 2012 تسيير و اقتصاد (6 نقاط)

التمرين الثاني: (06 نقاط)

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		e	

جدول التغيرات المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال

$$f(x) = (x+1)e^{1-x} \quad \text{بالعبارة: } [-1; +\infty[$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أن معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي: $y = -x + 3$.

(2) g هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بالعبارة: $g(x) = -x e^{1-x} + 1$.

أ- ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب- أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[1; +\infty[$.

(3) h هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بالعبارة: $h(x) = (x+1)e^{1-x} + x - 3$.

أ- لاحظ أنه من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ، $h(x) = f(x) + x - 3$ ، ثم استنتج أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$.

ب- بيّن أنه من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ، $h'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة h .

ج- تحقق أن المعادلة: $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[-1; +\infty[$ يطلب تعيينه.

د- حدّد إشارة $h(x)$ ، ثم استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

هـ- أنشئ كلا من المماس (Δ) والمنحنى (C_f) .

التمرين رقم: 12 بكالوريا 2012 علوم تجريبية (7 نقاط)

(I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 - x e^x$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $[-1; +\infty[$.

ب- تحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي: $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن: $f'(x) = -g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بيّن أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

(4) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1,6 < x_1 < -1,5$ و $1,5 < x_2 < 1,6$.

ب- أنشئ (Δ) و (C_f) .

(6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = (ax + b)e^x$.

أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \mapsto x e^x$ على $\mathbb{R}$.

ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

التمرين رقم: 13 بكالوريا 2012 رياضيات (8 نقاط)

(I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 - xe^x$.

- (1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) بيّن أن المعادلة $g(x) - 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0,8 < \alpha < 0,9$.
- (3) عيّن، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

(II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; i, j)$ ، (وحدة الطول $2cm$).

(1) بيّن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(2) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- بيّن أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f).

(3) ادرس وضعيّة (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ) ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

(4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- بيّن أن: $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

6- ناقش، بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

(III) (U_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - f(U_n)$.

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n < \alpha$.

(2) باستعمال (Δ) و (C_f) مثل على محور الفواصل الحدود: U_0 ، U_1 و U_2 ، ثم خمن اتجاه تغير (U_n) .

(3) برهن أن المتتالية (U_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.

التمرين رقم: 14 بكالوريا 2012 تقني رياضي (7 نقاط)

I - g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = -1 + (1 - 2x)e^x$.

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59 < \alpha < 1,60$.

3 استنتج إشارة $g(x)$.

II - f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x^2}{e^x - 2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$).

1 بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$.

2 أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج) احسب $f(1)$ ، ثم استنتج، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

3- أ) بيّن أن: $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء 1.

ب) استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

ج) ارسم (C_f) .

4- ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة طول المعادلة: $2x^2 = (e^x - 2x)(m + 1)$.

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = [f(x)]^2$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين رقم: 15 تسيير و اقتصاد 2013 (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$. فسّر النتيجة هندسياً.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2- أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) تحقق أنه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإن: $f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ ، ثم استنتج أن

المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = 2x - 2$ ، مقارب للمنحنى (C_f) .

3- بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإن: $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$.

استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

4- مثل بيانياً كلاً من (Δ) و (Δ') و (C_f) .

5- احسب العدد: $\int_1^2 f(x) dx$ ، ثم فسره هندسياً.

التمرين رقم: 16 بكالوريا 2013 علوم تجريبية (6.5 نقاط)

x	f(x)
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

التمرين الرابع: (06.5 نقاط)

$$f (I \text{ الدالة المعرفة على }]-\infty;1[\text{ يـ: } f (x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).
- (2) احسب $f'(x)$. بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرًا للعدد α .
- (4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C)، ثم ارسم المنحنى (C) الممثل للدالة $|f|$.
- (5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

$$II \text{ الدالة المعرفة على }]-\infty;1[\text{ يـ: } g(x) = f(2x-1) \text{ . (عبارة } g(x) \text{ غير مطلوبة)}$$

- (1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) أ) تحقّق من أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بيّن أن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$.
- ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.
- ج) تحقّق من أن: $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T).

التمرين رقم: 17 بكالوريا 2013 رياضيات

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I - 1. الدالة u معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $u(x) = c^x - 3x + 4 - c$
 أ - ادرس اتجاه تغير الدالة u .

ب - بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $e^x - e > 3x - 4$.

2. الدالة v معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $v(x) = -3x^3 + 4x^2 - 1 + \ln x$
 أ - بين أن: $v'(1) = 0$. (يرمز v' إلى الدالة المشتقة للدالة v)

ب - أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $v(x) \leq 0$.

ج - استنتج، أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$.

3. أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$.

II - الدالة f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

2. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3. احسب $f(1)$ ، ثم مثل المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]0; \frac{5}{2}]$.

(تأخذ: $f(2) \approx 2,3$ ، $f(1,64) \approx 1$ و $f(\frac{5}{2}) \approx 5,75$)

4. احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما

$x = 2$ و $x = \frac{1}{2}$.

التمرين رقم: 18 بكالوريا 2013 رياضيات

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I- الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$.

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(1-\sqrt{2}) = -0,25$ و $g(1+\sqrt{2}) = 1,43$)

2. أ- بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقّق أنّ أحدهما معدوم والآخر α ، حيث:
 $-0,8 < \alpha < -0,7$.

ب- استنتج إشارة $g(x)$ ؛ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$.

($\mathcal{C}_f$) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2 cm)

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- بين أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ ، مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.

ج- ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2. أ- بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$. (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f)

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. (نأخذ: $f(\alpha) \approx -0,9$)

3. أ- بين أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب- مثل (Δ) والمماسين والمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

التمرين رقم: 19 تقني رياضي 2013

التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

I - الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (x-1)e^x$.

(1) ادرس تغيرات g .

(2) بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + (x-1)e^x \geq 0$.

II - الدالة f معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

(أ - 1) بيّن أنّ f مستمرة على $[0; +\infty[$.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(أ - 2) تحقّق أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$.

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

III - n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$; f_n الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$.

و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f_n على $]0; +\infty[$.

2- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x)$.

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

4- بيّن أنّ جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثياتها.

(أ - 5) بيّن أنّه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0,3; 0,4[$ بحيث $f_1(\alpha_1) = 0$.

(ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإنّ: $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثمّ برهن أنّه يوجد عدد حقيقي

وحيد α_n من $]\alpha_1; 1[$ بحيث $f_n(\alpha_n) = 0$.

(أ - 6) بالاعتماد على الجزء II؛ بيّن أنّه، من أجل كل x من $]0; 1[$: $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$.

(ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$ ، ثمّ $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

(ج) جد نهاية المتتالية (α_n) .