رقم المذكرة : 03

المــــــادة : علوم فيزيائية .

المجـــال : التطورات الرتيبة .

الـــوحـدة : دراسة ظواهر كهربائية .

المستـــوى : سنة ثالثة علوم تجريبية .

الكفاءات المستهدفة :

- يعرف المكثفة و كيفية تمثيلها رمزيا .
- يستعمل العلاقة $q = C.U$.
- يكتب عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة .
- يعرف عبارة ثابت الزمن و يجد وحدته بالتحليل البعدي .
- يوظف وثيقة لدراسة تأثير كل من R و C على شحن و تفريغ مكثفة و تحديد ثابت الزمن .
- يؤسس المعادلة التفاضلية لتطور بعض المقادير الكهربائية في ثنائي قطب (R,C) و (R,L) .
- يعرف الوشيعة و يوظف وثيقة لدراسة تأثير كل من R و L عند ظهور أو إختفاء التيار الكهربائي في وشيعة
- تحديد ثابت الزمن .
- يعرف عبارة الطاقة الكهرومغناطيسية المخزنة بوشيعة .
- يقيس الثوابت : L, τ, C .

المحتوى المفاهيمي :

- تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة :
  - تعريف المكثفة .
  - سعة و شحنة مكثفة : العلاقة $q = C.U$.
  - التفسير المجهري للشحن و التفريغ .
  - المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي U_c :
    - ✓ خلال الشحن .
    - ✓ خلال التفريغ في ناقل أومي .
  - ثابت الزمن τ .
  - تطبيق قياس سعة مكثفة .
  - الطاقة المخزنة في مكثفة .
- تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة تحريضية :
  - تعريف ذاتية الوشيعة .
  - التوتر $U_b = r.i + L.\frac{di}{dt}$
  - المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار في ثنائي القطب خلال ظهور التيار ثم إنقطاعه .
  - التحليل البعدي .
  - تطبيق قياس الذاتية L .
  - الطاقة في الوشيعة .

المراجع :

- ✓ الكتاب المدرسي .
- ✓ الوثيقة المرافقة .
- ✓ المنهاج .
- ✓ دليل الأستاذ .
- ✓ الإنترنت .
- ✓ كتب خارجية .

الوسائل المستعملة :

- ✓ وشيعة ، مجموعة من المقاومات و المكثفات .
- ✓ قاطعة ، أمبير متر ، فولط متر .
- ✓ راسم الإهتزاز المهبطي ، غالفانو متر .
- ✓ مولد توتر مستمر ، مولد تيار مستمر .
- ✓ صمام ثنائي ، جهاز الكمبيوتر .
- ✓ أفلام لبعض التجارب المستعملة .
- ✓ جهاز العرض .

التقويم :

- ✓ تمرين 21 صفحة 164 ، تمرين 17 صفحة 167 .
- ✓ واجب منزلي .

المفتش : بن شويطر

السنة الدراسية : 2013-2014

المجال : التطورات الرتيبة

الوحدة :دراسة ظواهر كهربائية .

I- مقدمة :

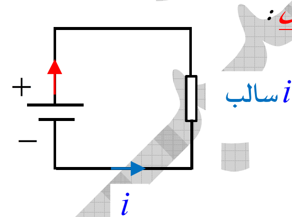
1- الترميز :

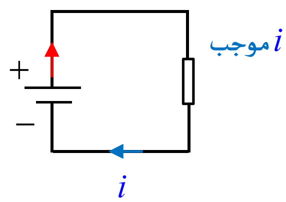
إصطلاحا نستخدم الرموز الصغيرة للمقادير التي تتغير بتغير الزمن $u(t)$ ، $i(t)$ و نستخدم الحروف الكبيرة للمقادير الثابتة U ، I .

2- توجيه الدارة :

نختار إتجاها موجبا على الدارة نبينه بسهم على الناقل (من القطب الموجب + إلى القطب السالب −) ، إذا مر التيار بجهة السهم يكون i موجبا و إذا مر التيار عكس السهم يكون i سالبا .

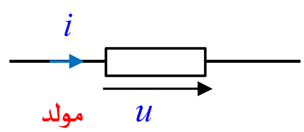
مثال :



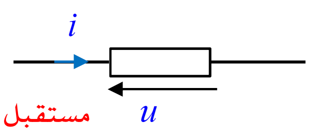


3- العناصر الكهربائية :

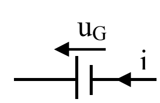
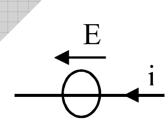
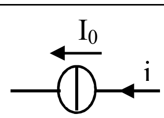
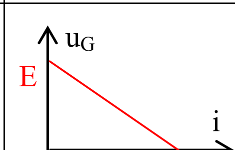
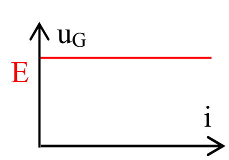
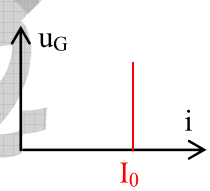
إذا كان $\vec{i}$ و $\vec{u}$ في نفس الجهة يكون لدينا مولد .



إذا كان $\vec{i}$ و $\vec{u}$ متعاكسان في الجهة يكون لدينا مستقبل .



أ- المولدات الكهربائية : هي ثنائي قطب مستقطب .

ثنائي قطب	المولد الحقيقي	مولد توتر ثابت (مستمر)	مولد تيار ثابت (مستمر)
رمزه			
قانون أوم بين طرفيه	$u_G = E - r\,i$ التوتر بين طرفيه يتعلق بشدة التيار الذي يسري فيه .	$u_G = E$ التوتر بين طرفيه ثابت مهما كانت شدة التيار .	$I = I_0$ يسري تيار ثابت مهما كان التوتر بين طرفيه .
بيان التوتر			

E : هو القوة المحركة الكهربائية للمولد وحدتها الفولط (V) .

r : هي المقاومة الداخلية للمولد وحدتها الأوم (Ω) .

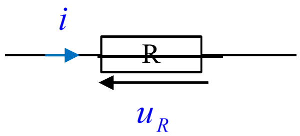
u_G : التوتر بين طرفي المولد وحدته الفولط (V) .

i : شدة التيار وحدته الأمبير (A) .

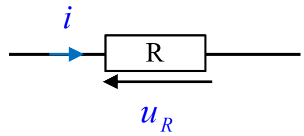
ب- **المستقبلات :**

✓ **الناقل الأومي** : ثنائي قطب غير مستقطب يقاوم مرور التيار الكهربائي في الدارة و يحول كل الطاقة التي يستقبلها إلى حرارة بفعل جول .

رمزه :

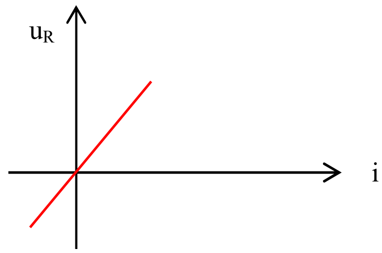


أو



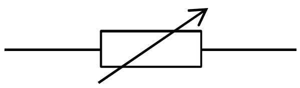
قانون أوم بين طرفيه : $u_R = R \, . \, i$ أي التوتر بين طرفيه يتعلق بشدة التيار المار فيه .

بيان التوتر :

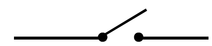


R مقاومة الناقل الأومي وحدتها الأوم (Ω) .

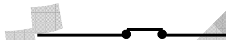
✓ **المعدلة** : هي ثنائي قطب يمكن تغيير مقاومته ، دورها تغيير شدة التيار في الدارة .



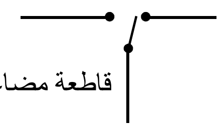
✓ **القاطعة** : هو ثنائي قطب مقاومته معدومة .



قاطعة بسيطة مفتوحة

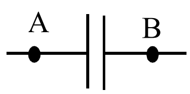


قاطعة بسيطة مغلقة

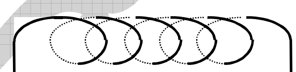


قاطعة مضاعفة مفتوحة

✓ **المكثفة** : هي ثنائي قطب يتألف من صفيحتين (لبوسين) يفصل بينهما عازل .



✓ **الوشيعة** : هي ثنائي قطب يتألف من حلقات من سلك نحاسي ، غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية بعازل .



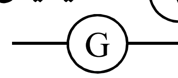
4. **أجهزة القياس :**

✓ **أمبير متر** 

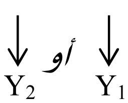
: يقيس شدة التيار في ثنائي القطب و يوصل على التسلسل .

✓ **الفولط متر** 

: يقيس التوتر بين طرفي ثنائي القطب و يوصل على التفرع .

✓ **الغلفانو متر** 

.

✓ **راسم الإهتزاز المهبطي** : يقيس التوتر بين طرفي ثنائي القطب ،  يوصل بسالب المولد و مدخله 

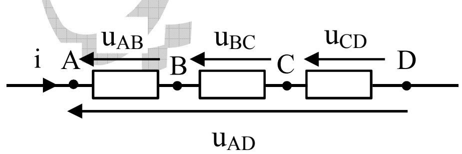
يوصل بموجب المولد .

✓ **مولد التوترات النخفظة** 

.

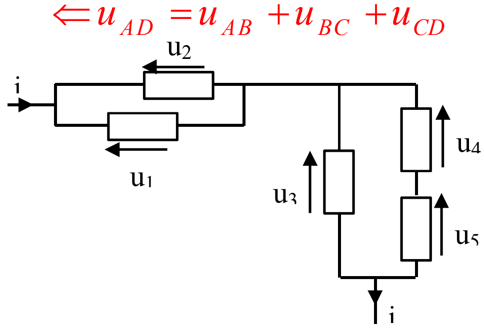
5. **القوانين :**

أ- **قانون التوترات** : التوتر بين طرفي نقطتين من دارة كهربائية يساوي إلى مجموع التوترات بين طرفي العناصر الموصولة على التسلسل بين النقطتين .



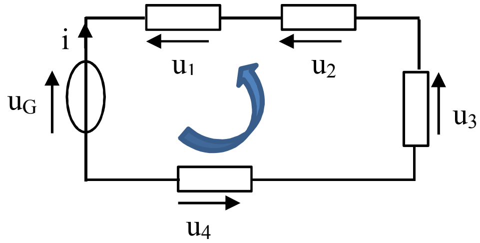
✓ **على التسلسل :** $\Leftarrow u_{AD} = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD}$

✓ **على التفرع :**



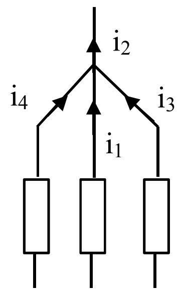
$$\begin{cases} u_1 = u_2 \\ u_3 = u_4 + u_5 \end{cases} \Rightarrow$$

بـ قانون العروة : في عروة (حلقة) مجموع التوترات يكون معدوما أي :

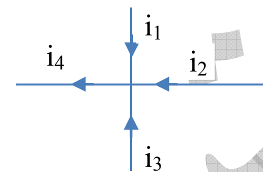


$$u_4 + u_3 + u_2 + u_1 - u_G = 0$$

جـ قانون العقد : مجموع التيارات الداخلة إلى العقدة يساوي مجموع التيارات الخارجة منها .



$i_1 + i_3 + i_4 = i_2$ ، $i_1 + i_2 + i_4 = i_3$

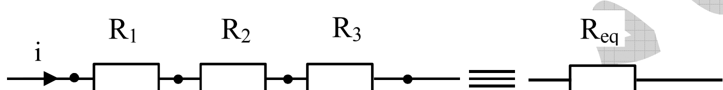


د- الإستطاعة الكهربائية : هي الطاقة المحولة خلال وحدة الزمن (w) $\boxed{P = u.\, i}$.

هـ الطاقة الكهربائية : (J) $\boxed{E = P.\,\Delta t}$.

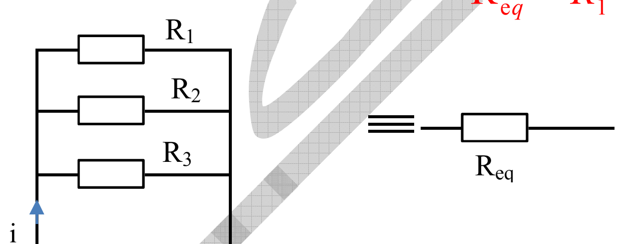
و- تجميع المقاومات :

✓ الربط على التسلسل :



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

✓ الربط على التفرع :

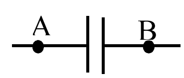


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

II- تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة :

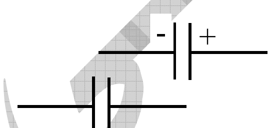
1- المكثفة : تتكون المكثفة من صفيحتين ناقلتين متقابلتين يفصل بينهما عازل مثل الورق ، الهواء ، خزف...

رمزها :



وهي نوعان : 1- مكثفة مستقطبة

2 - مكثفة غير مستقطبة



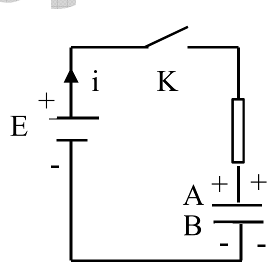
2- شحنة المكثفة :

q_A : شحنة اللبوس A ، $q_A > 0$

q_B : شحنة اللبوس B ، $q_B < 0$

$$\begin{cases} q_A = -q_B \\ q = q_A = |q_B| \end{cases}$$

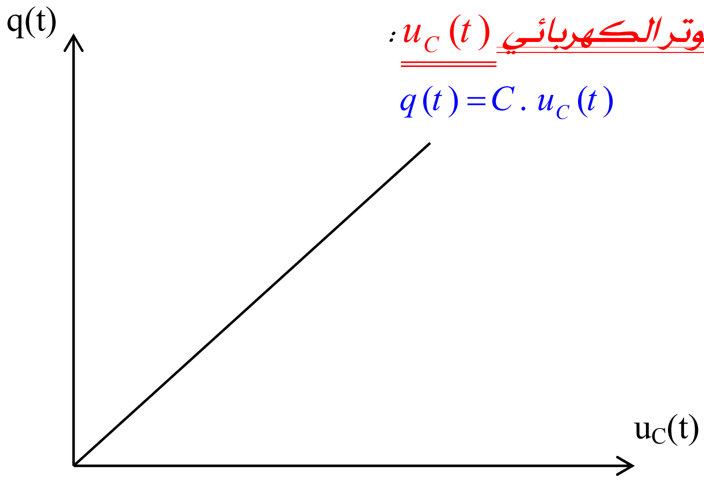
وحدة الشحنة هي الكولوم (c).



3. العلاقة بين الشحنة $q(t)$ و التيار $i(t)$:

تعطى العلاقة بين شحنة المكثفة و شدة التيار بالعلاقة التالية : $i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt}$

4. العلاقة بين شحنة المكثفة $q(t)$ و التوتر الكهربائي $u_C(t)$:



حيث C سعة المكثفة وحدتها الفاراد F . $q(t)=C\,.\,u_C(t)$

حيث : $1\ F=\dfrac{1\ C}{1\ V}$

$1mF=10^{-3}F$

$1\mu F=10^{-6}F$

$1nF=10^{-9}F$

$1pF=10^{-12}F$

حيث C تمثل ميل المنحنى (معامل التوجيه)

5. العلاقة بين $i(t)$ و $u_C(t)$:

لدينا : $q(t)=C\,.\,u_C(t)$ و $i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt}$

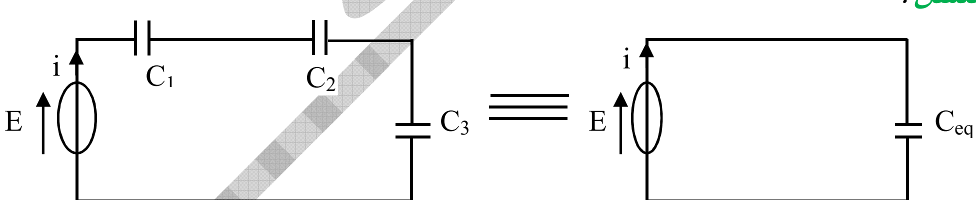
ومنه : $i(t)=\dfrac{d\left(C\,.\,u_C(t)\right)}{dt}=C\dfrac{du_C(t)}{dx}$

ومنه :

$$\boxed{i(t)=C\,.\,\frac{du_C}{dt}}$$

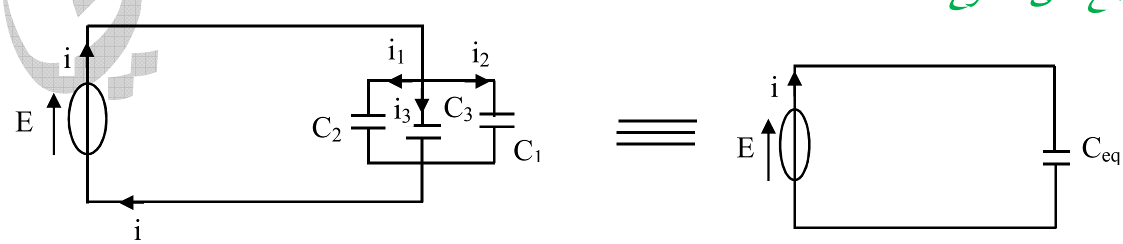
6. جمع المكثفات :

✓ الجمع على التسلسل :



$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

✓ الجمع على التفرع :

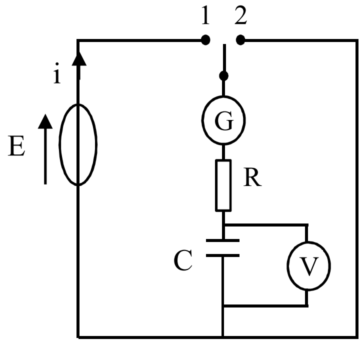


$$C_{eq}=C_1+C_2+C_3$$

$$i=i_1+i_2+i_3$$

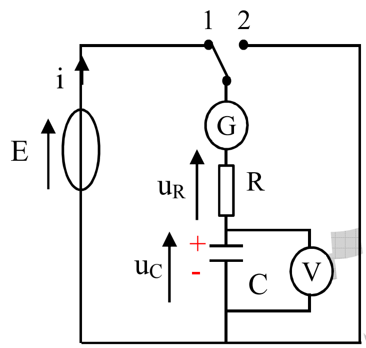
7- التفسير المجهري للشحن و التفريغ :

نحقق التركيب التجريبي الموضح في الشكل (1) :



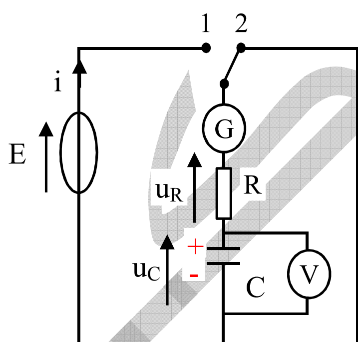
- القاطعة في الوضع (1) (عملية الشحن) :

تغادر الإلكترونات اللبوس A $(q_A > 0)$ باتجاه اللبوس B $(q_B < 0)$.



- القاطعة في الوضع (2) (عملية التفريغ) :

تغادر الإلكترونات اللبوس B باتجاه اللبوس A .

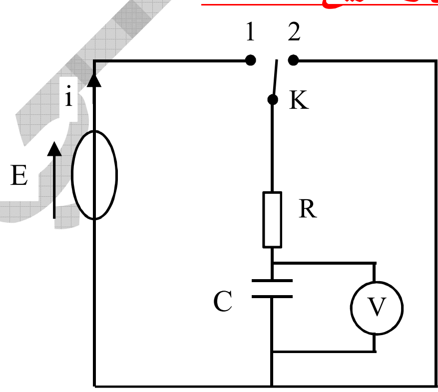


III- الدراسة التجريبية للدارة RC :

الدراسة التجريبية لشحن و تفريغ المكثفة

الأدوات المستعملة :

- مولد توتر مستمر ذو توتر ثابت $(E = 6\ V)$.
- ناقل أومي مقاومته $(R = 10\ K\Omega)$.
- جهاز فولط متر .
- نحقق التركيب التجريبي التالي :



❖ القاطعة في الوضع (1) : شحن المكثفة :

t (s)	0	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
U_{c1}(v)	0	1.22	2.20	2.86	3.60	4.46	5.03	5.40	5.60	5.75	5.84	5.90	5.93	5.96

المطلوب :

1- رسم المنحنى البياني $u_{C_1}=f(t)$.

2- أرسم مماس المنحنى عند النقطة $(t=0)$، ثم حدد نقطة تقاطع المماس مع المستقيم الذي معادلته $u_C=E$ ، حدد فاصلة هذه النقطة.

3- أحسب قيمة المقدار RC ،ثم أثبت أن وحدة RC هي من نفس وحدة الزمن.

4- أحسب المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثفة.

❖ القاطعة في الوضع (2) : تفريغ المكثفة :

المطلوب :

1- رسم المنحنى البياني $u_{C_2}=f(t)$.

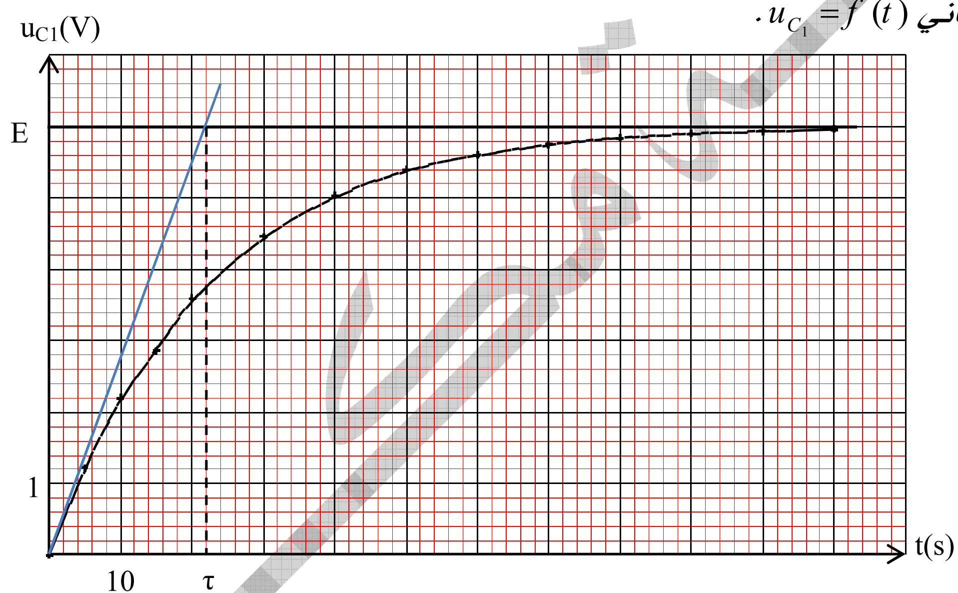
2- رسم المماس للمنحنى عند اللحظة $(t=0)$، ثم حدد نقطة تقاطع المماس مع محور الأزمنة.

3- أحسب المدة الزمنية اللازمة لتفريغ المكثفة.

الحل :

❖ للقاطعة في الوضع (1) : شحن المكثفة.

1- رسم المنحنى البياني $u_{C_1}=f(t)$.



2- فاصلة تقاطع المماس مع المستقيم الذي معادلته $u_C=E$ هي $\tau=22\ s$ ، حيث τ ثابت الزمن.

3- حساب قيمة المقدار RC :

$$C=2200\ \mu F=2,2.10^{-3}F \quad ، \quad R=10^4\ \Omega$$

ومنه : $RC=2,2.10^{-3}.10^{4}=22\ (\Omega F)$

وحدة المقدار RC :

باستعمال التحليل البعدي :

$$[u]=[R].[I]\Rightarrow[R]=\frac{[u]}{[I]}......(1)$$

$$[q]=[C].[u]\Rightarrow[C]=\frac{[q]}{[u]}......(2)$$

بضرب (1) في (2) نجد :

$$[R].[C]=\frac{\cancel{[u]}}{[I]}.\frac{[q]}{\cancel{[u]}}=\frac{[q]}{[I]}......(3)$$

ولدينا : $[I]=\frac{[\Delta q]}{[\Delta t]} \Rightarrow [\Delta q]=[I].[\Delta t]$

$$[q]=[I].[T]$$

بتعويض $[q]$ في (3) نجد : $[R].[C]=\frac{[\cancel{I}].[T]}{[\cancel{I}]}=[T]$

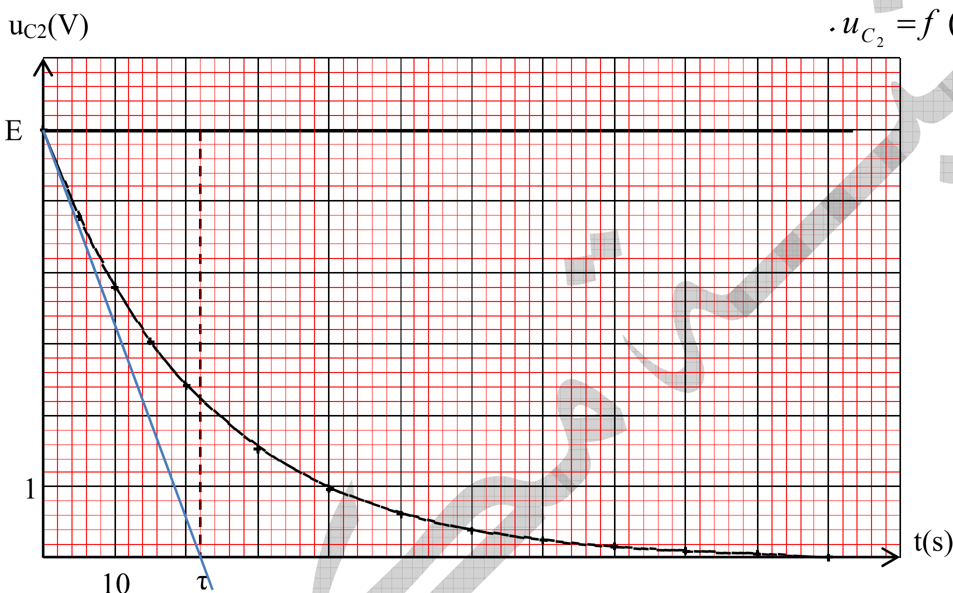
ومنه : $[R].[C]=[T]$

ومنه وحدة المقدار RC من نفس وحدة الزمن إذا : $\tau = R.C$.

4- المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثفة هي : $\Delta t = 5.\ \tau = 5\times 22110\ s$ ، حيث : $u_C = E$.

❖ القاطعة في الوضع (2) : تفريغ المكثفة :

1- رسم المنحنى $u_{C_2} = f(t)$.

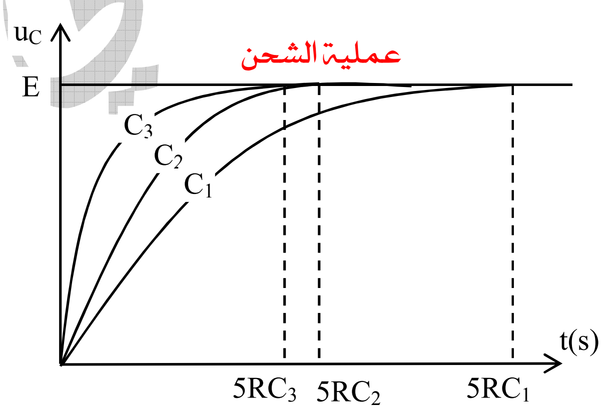


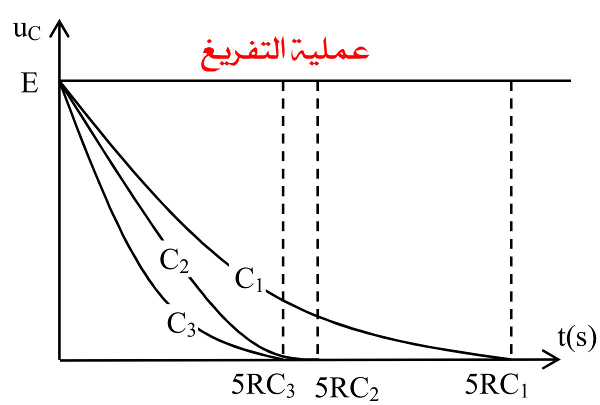
2- نقطة تقاطع المماس مع محور الأزمنة هي : $\tau = 22\ s$.

3- المدة الزمنية اللازمة لتفريغ المكثفة : $\Delta t = 5.\ \tau = 5\times 22110\ s$.

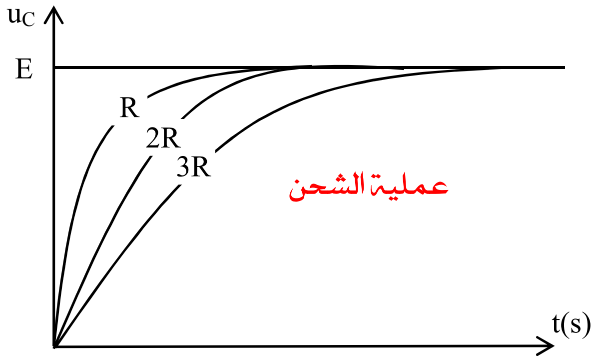
IV- العوامل المؤثرة على شحن و تفريغ المكثفة :

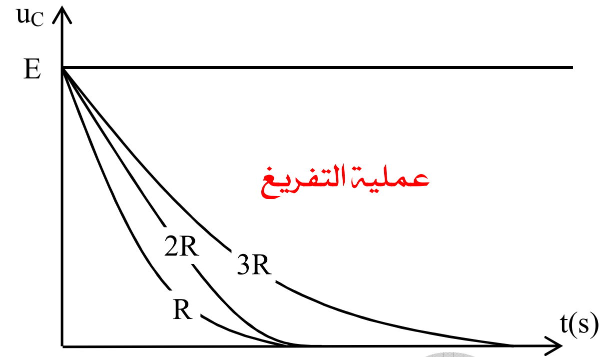
1- نستعمل ناقل أومي مقاومته R و مكثفات بسعات مختلفة بحيث : $(C_1 \rangle C_2 \rangle C_3)$





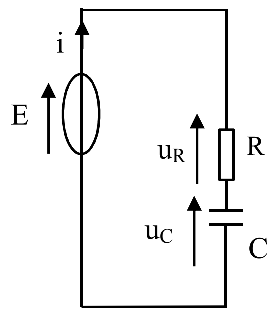
2- نثبت هذه المرة C ونستعمل مقاومات R ، $2R$ ، $3R$ ، فنحصل على البيانات التالية :





V- الدراسة النظرية للدارة RC :

أ- حالة شحن المكثفة :



1- المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$:

حسب قانون جمع التوترات : $u_R + u_C = E \,......(1)$

و حسب قانون أوم : $u_R(t) = R\,.\,i(t)$

ولدينا : $i(t) = C\,\dfrac{du_C(t)}{dt}$

ومنه : $u_R(t) = RC\,.\,\dfrac{du_C(t)}{dt}$

و بالتعويض في (1) نجد : $RC\,\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$

و بالقسمة على RC نجد : $\boxed{\dfrac{du_C(t)}{t} + \dfrac{1}{RC}u_C = \dfrac{E}{RC}}\,......(I)$

المعادلة (I) هي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل :

$\boxed{u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})}$ ، حيث : $\tau = RC$

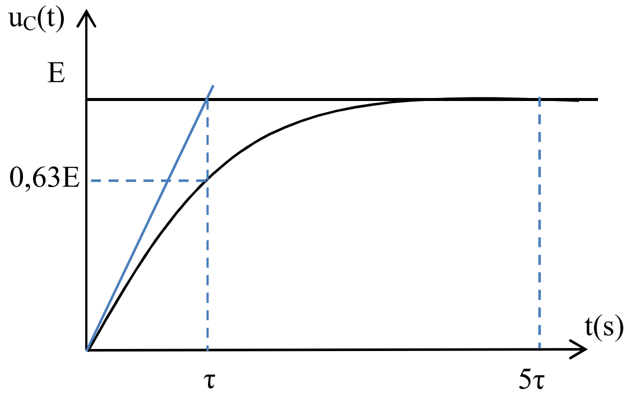
التحقق من أن $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$ حل للمعادلة (I) :

لدينا :
$$\begin{cases} \dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_C = \dfrac{E}{RC} \\ \dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

ومنه : $\cancel{\dfrac{E}{RC}}\cancel{e}^{-\frac{t}{\tau}} + \dfrac{E}{RC} - \cancel{\dfrac{E}{RC}}\cancel{e}^{-\frac{t}{\tau}} = \dfrac{E}{RC}$

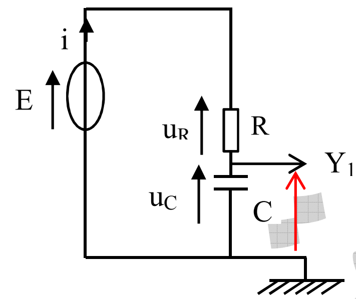
ومنه المعادلة (I) تقبل $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$ حلا لها .

يمكن تعيين الثابت τ للدارة RC بيانيا :



لـــما :

$$u_C(0)=0 \quad \leftarrow t=0$$
$$u_C(\tau)=0,63E \quad \leftarrow t=\tau$$
$$u_C(+\infty)\to E \quad \leftarrow t\to+\infty$$



2 المعادلة التفاضلية للشحنة $q(t)$:

لدينا حسب قانون جمع التوترات :

$$E=u_R+u_C$$

$$E=Ri+\frac{1}{C}q(t)$$

ومنه :

$$E=R\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{C}q(t)$$

بالقسمة على R نجد :

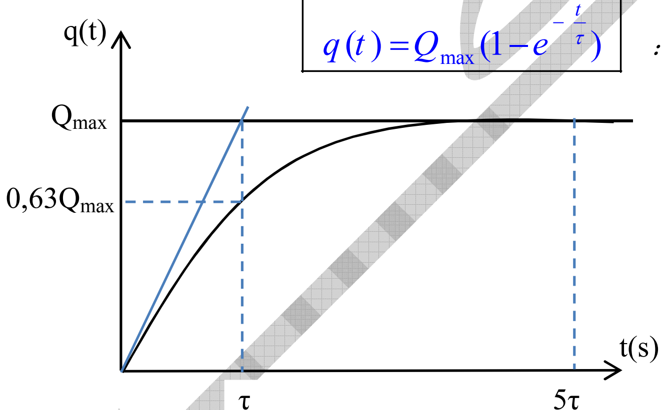
$$\boxed{\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{RC}q(t)=\frac{E}{R}}......(II)$$

المعادلة (II) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل :

$$q(t)=C.u_c(t)=EC(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

ومنه : $\boxed{q(t)=Q_{max}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$

حيث : $Q_{max}=EC$ ، $\tau=RC$



لـما :

$$q(0)=0 \quad \leftarrow t=0$$
$$q(\tau)=0,63Q_{max} \quad \leftarrow t=\tau$$
$$q(+\infty)\to Q_{max} \quad \leftarrow t\to+\infty$$

3 المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_R+u_C=E......(1)$$

ولدينا :

$$u_R(t)=Ri(t) \quad ، \quad u_C(t)=\frac{1}{C}q(t)$$

ومنه :

$$Ri(t)+\frac{1}{C}q(t)=E$$

و بإشتقاق المعادلة نجد :

$$R\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt}=0$$

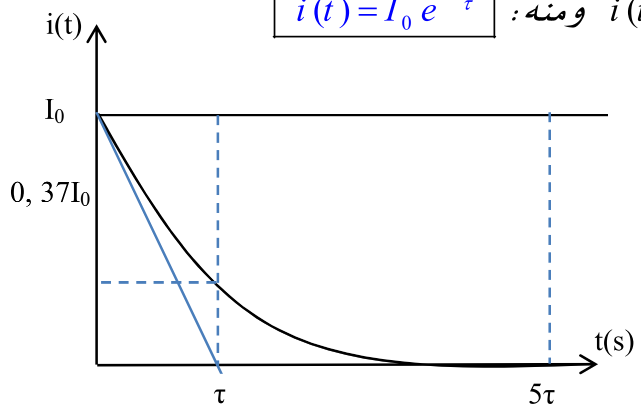
ومنه :
$$R\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{C}i(t)=0$$

بالقسمة على R نجد :
$$\boxed{\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{RC}i(t)=0}......(III)$$

(III) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل :

$$\boxed{i(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}}$$ ومنه : $$i(t)=C\frac{du_C}{dt}=\cancel{C}\frac{E}{R\cancel{C}}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

حيث : $I_0=\frac{E}{R}$ ، $\tau=RC$



لما :

$t=0\leftarrow$ $i(0)=I_0$

$t=\tau\leftarrow$ $i(\tau)=0,37I_0$

$t\to+\infty\leftarrow$ $i(+\infty)\to 0$

4. المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_R(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :
$$u_R+u_C=E......(1)$$

بإشتقاق المعادلة (1) نجد :
$$\frac{du_R(t)}{dt}+\frac{du_C(t)}{dt}=0......(2)$$

ولدينا :
$$u_R(t)=Ri(t)=RC\frac{du_C(t)}{dt} \quad ، \quad \frac{du_C(t)}{dt}=\frac{1}{RC}u_R(t)$$

ومنه :
$$\boxed{\frac{du_R(t)}{dt}+\frac{1}{RC}u_R(t)=0}......(V)$$

المعادلة (V) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل :

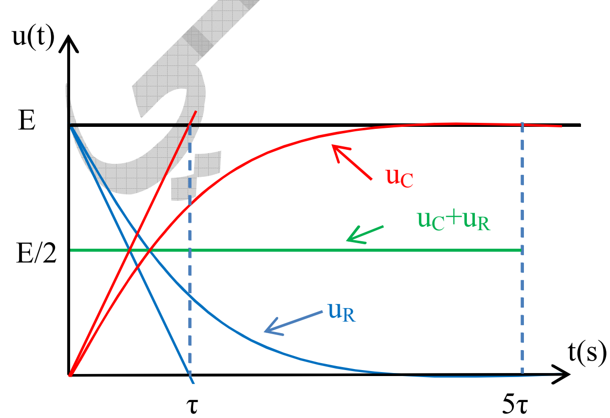
$$\boxed{u_R(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}}$$ ، حيث : $\tau=RC$

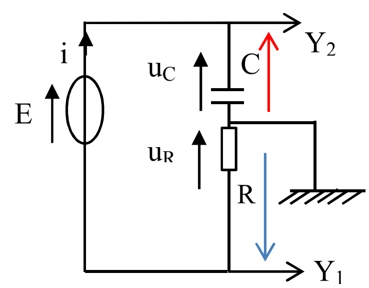
لما :

$t=0\leftarrow$ $u_R(0)=E$

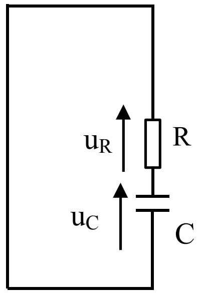
$t=\tau\leftarrow$ $u_R(\tau)=0,37E$

$t\to+\infty\leftarrow$ $u_R(+\infty)\to 0$





من أجل الحصول على المنحنى u_C و u_R في نفس الجهة نضغط على الزر (INV) لنحصل على البيان أعلاه .



ب- حالة تفريغ المكثفة:

1- المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$:

حسب قانون جمع التوترات: $u_R + u_C = 0 ......(2)$

و حسب قانون أوم: $u_R(t) = Ri(t) = RC\dfrac{du_C}{dt}$

بالتعويض في (2) نجد: $RC\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$

و بالقسمة على RC نجد: $\boxed{\dfrac{du_C(t)}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_C(t) = 0} ......(I)$

المعادلة (I) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل: $\boxed{u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$

حيث: $RC = \tau$

التحقق من أن $u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ حل للمعادلة (I):

لدينا:

$$u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

و بالتعويض في (I) نجد:

$$\cancel{-\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}} + \cancel{\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}} = 0$$

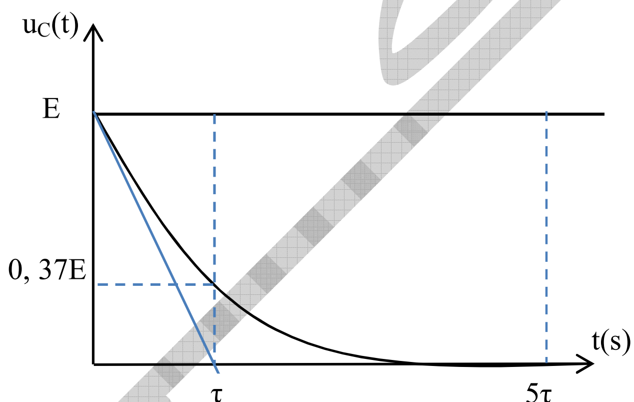
و منه $u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ حل للمعادلة (I).

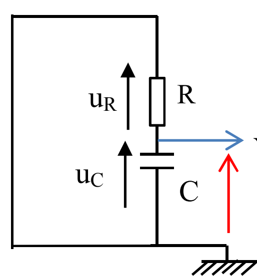
لما:

$t = 0 \leftarrow u_C(0) = E$

$t = \tau \leftarrow u_C(\tau) = 0,37E$

$t \to +\infty \leftarrow u_C(+\infty) \to 0$





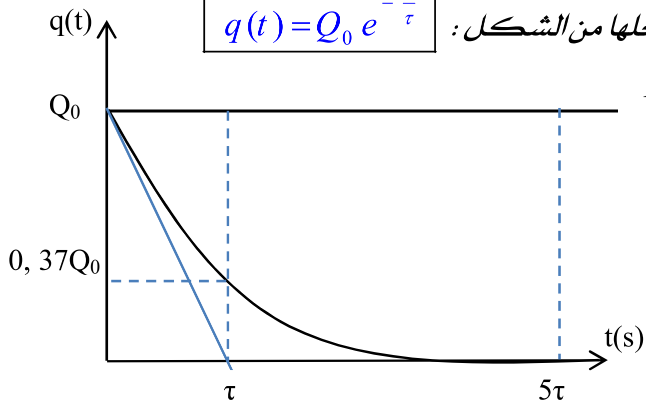
2- المعادلة التفاضلية للشحنة $q(t)$:

حسب قانون جمع التوترات: $u_R + u_C = 0 ......(2)$

$$Ri + \frac{1}{C}q = 0$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = 0$$

بالقسمة على R نجد: $\boxed{\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = 0} ......(II)$



المعادلة (II) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل: $\boxed{q(t)=Q_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$

حيث: $Q_{max}=Q_0=CE$ ، $RC=\tau$

لما:

$$q(0)=Q_0 \quad \leftarrow t=0$$
$$q(\tau)=0{,}37Q_0 \leftarrow t=\tau$$
$$q(+\infty)\rightarrow 0 \quad \leftarrow t\rightarrow +\infty$$

3- المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$:

لدينا حسب قانون جمع التوترات: $u_R+u_C=0......(2)$

بإشتقاق المعادلة (2) بالنسبة للزمن نجد:

$$\frac{du_R}{dt}+\frac{du_C}{dt}=0$$

$$R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=0$$

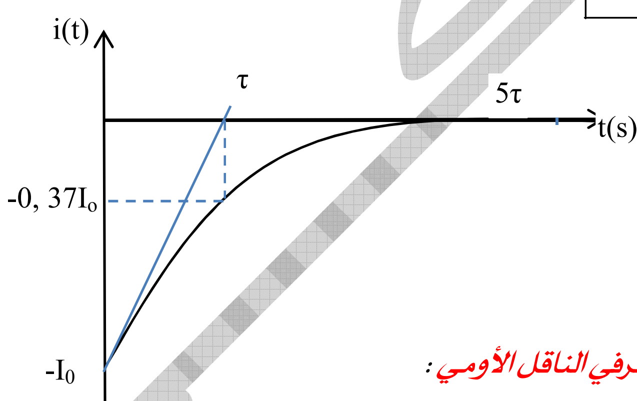
بالقسمة على R نجد:

$$\boxed{\frac{di}{dt}+\frac{1}{RC}i=0}......(III)$$

المعادلة (III) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل:

$$i(t)=C\frac{du_c}{dt}=-\frac{\cancel{C}E}{R\cancel{C}}e^{-\frac{t}{\tau}}=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\boxed{i(t)=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}}$$



حيث: $I_0=\frac{E}{R}$ ، $\tau=RC$

لما:

$$i(0)=-I_0 \quad \leftarrow t=0$$
$$i(\tau)=-0{,}37I_0 \leftarrow t=\tau$$
$$i(+\infty)\rightarrow 0 \quad \leftarrow t\rightarrow +\infty$$

4- المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي:

حسب قانون جمع التوترات: $u_R+u_C=0......(2)$

لدينا: $u_R=Ri=RC\frac{du_C}{dt}$

ومنه: $\frac{du_C}{dt}=\frac{1}{RC}u_R$

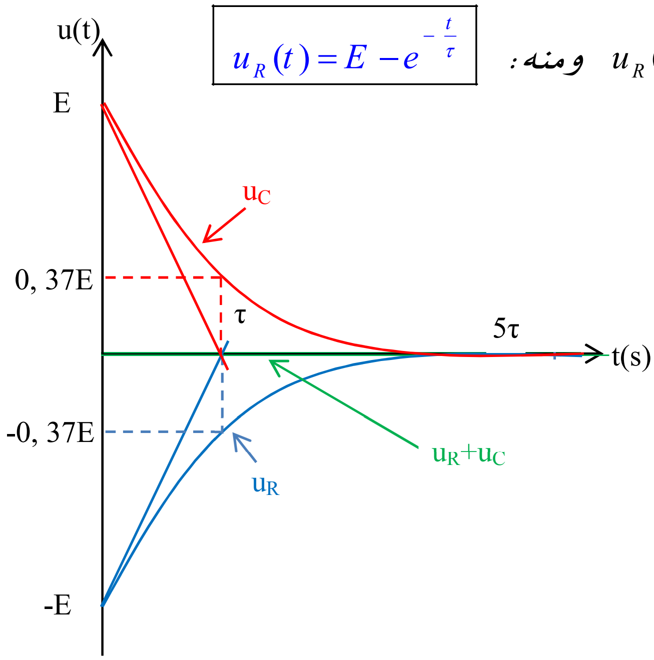
بإشتقاق المعادلة (2) نجد:

$$\frac{du_R}{dt}+\frac{du_C}{dt}=0$$

$$\boxed{\frac{du_R}{dt}+\frac{1}{RC}u_R=0}.....(V)$$

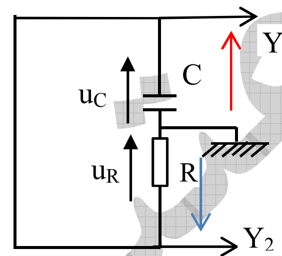
v ومنه المعادلة (V) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل :

$u_R(t) = RC\dfrac{du_C}{dt} = \cancel{RC}E\left(-\dfrac{1}{\cancel{RC}}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه : $\boxed{u_R(t) = E - e^{-\frac{t}{\tau}}}$



لما :

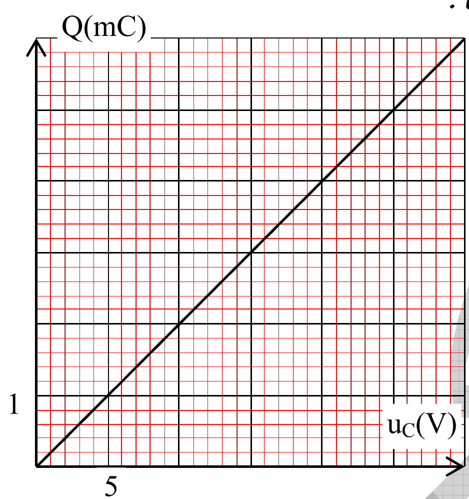
$$u_R(0) = -E \qquad \leftarrow t = 0$$
$$u_R(\tau) = -0{,}37E \qquad \leftarrow t = \tau$$
$$u_R(+\infty) \to 0 \qquad \leftarrow t \to +\infty$$



تطبيق : قياس سعة المكثفة .

يمثل المنحنى التالي تغيرات شحنة المكثفة بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفيها .

- إستنتج سعة المكثفة C .



الحل :

المنحنى البياني عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

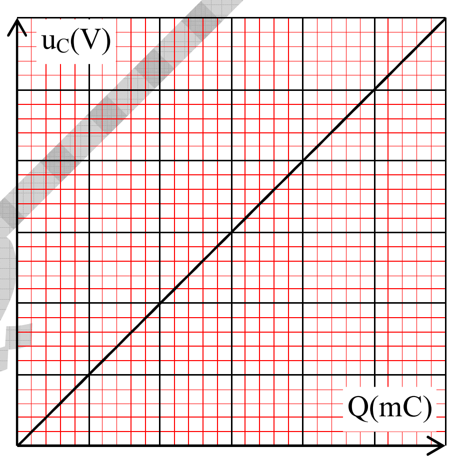
$q = K\,u_C$ ......(1) ، حيث K يمثل معامل توجيه المنحنى و عليه :

$$K = \frac{\Delta q}{\Delta u_C} = \frac{1.10^{-3}}{5} = 2.10^{-5}F$$

و من العلاقة النظرية لدينا : $q(t) = C\,u_C$ ......(2)

بالمطابقة بين العلاقة (1) و (2) نجد : $K = C$

إذا : $C = 2.10^{-5}F$



- أما إذا كان لدينا :

$$\begin{cases} u_C = K\,q \\ u_C = \dfrac{1}{C}q \end{cases} \Rightarrow K = \frac{1}{C}$$

VI- الطاقة المخزنة في المكثفة :

تعطى عبارة الطاقة المخزنة في مكثفة سعتها C و التوتر الكهربائي بين طرفيها u_C بالعلاقة التالية :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}q(t)\,u_C(t)}$$

حيث E_C : بالجول (J) ، $u_C(t)$: بالفولط (V) ، $q(t)$: بالكولوم (C)

لدينا : $q(t)=C.u_C(t)$

ومنه :
$$\begin{cases} E_C=\frac{1}{2}C.u_C^2(t) \\ E_C=\frac{1}{2}\frac{1}{C}q^2(t) \end{cases}$$

حيث : C بالفاراد F.

زمن تناقص طاقة المكثفة إلى النصف $t_{1/2}$:

$t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لتناقص الطاقة المخزنة في المكثفة إلى النصف $E_C(t_{1/2})=\frac{E_C(\max)}{2}=\frac{E_C(0)}{2}$

لدينا : $E_C=\frac{1}{2}C.u_C^2(t)......(1)$ الطاقة المخزنة في المكثفة.

$u_C(t)=E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ عبارة التوتر أثناء التفريغ.

بالتعويض في (1) نجد : $E_C=\frac{1}{2}C.E^2e^{-2\frac{t}{\tau}}$

من أجل : $t=0$ فإن : $E_C(0)=\frac{1}{2}C.E^2$

من أجل : $t=t_{1/2}$ فإن : $E_C(t_{1/2})=\frac{1}{2}CE^2e^{-2\frac{t_{1/2}}{\tau}}=\frac{E_C(0)}{2}$

ومنه :
$$\cancel{\frac{1}{2}CE^2}e^{-2\frac{t_{1/2}}{\tau}}=\frac{1}{2}(\cancel{\frac{1}{2}CE^2})$$

$$e^{-2\frac{t_{1/2}}{\tau}}=\frac{1}{2}$$

$$\ln e^{-2\frac{t_{1/2}}{\tau}}=\ln\frac{1}{2}$$

$$\boxed{t_{1/2}=\tau\frac{\ln 2}{2}}$$

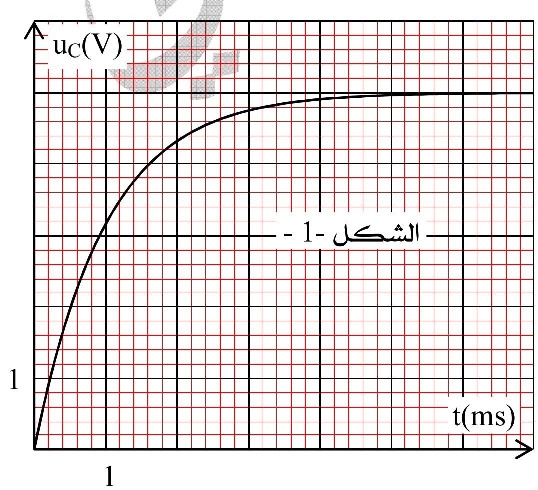
حيث : $\tau=RC$

واجب منزلي رقم (3) :

✓ بغرض شحن مكثفة سعتها C نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E=5\,V$.
- ناقل أومي مقاومته $R=100\ \Omega$.
- قاطعة K.

يمثل البيان الموضح في الشكل ـ 1 ـ تغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن.



1ـ أعط مخططا للدارة الكهربائية موضحا إتجاه التيار، مثل بسهم كل من التوترين u_C ، u_R.

2ـ عين قيمة ثابت الزمن τ ، ما هو مدلوله الفيزيائي، إستنتج قيمة سعة المكثفة C.

3- لو إستبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة أخرى سعتها $C' = \frac{C}{2}$.
مثل كيفيا في نفس المعلم السابق شكل المنحنى: $u_{C'} = g(t)$

4- أ- بين أن المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعلاقة التالية: $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$

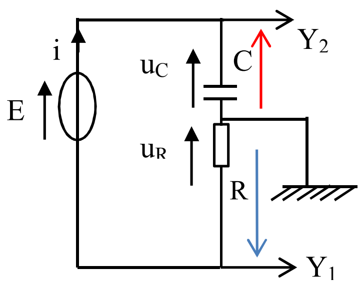
ب- يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة التالية: $q(t) = A\,e^{\alpha t} + \beta$
حيث: A و α و β ثوابت يطلب تعيينها علما أن: $q(0) = 0$.

5- أحسب شحنة المكثفة في النظام الدائم.

6- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة.

تصحيح الواجب المنزلي رقم (3):

1- مخطط الدارة الكهربائية:



2- قيمة ثابت الزمن: $\tau = 5.10^{-3}(ms)$،
مدلوله الفيزيائي هو $\tau = RC$ أي المدة الزمنية لشحن المكثفة بـ 63%.

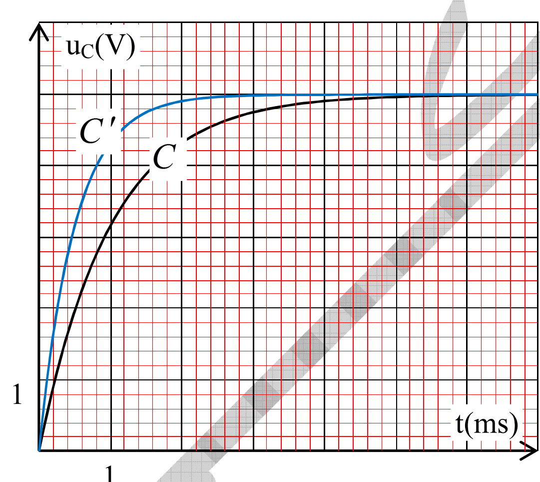
حساب سعة المكثفة C:

لدينا من البيان: $u_C(\tau) = 0,63E = 3,15(V)$
ومنه بالإسقاط على محور الأزمنة نجد: $\tau = 10^{-3}s$

وعليه: $C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-3}}{100} = 10^{-5}F$

3- لدينا: $\tau = RC$ وعند إستبدال المكثفة بمكثفة سعتها
$C' = \frac{C}{2}$ نجد: $\tau' = RC'$

وعليه: $\tau' = \frac{\tau}{2}$ ومنه يصبح البيان كالتالي:



4- أ- إثبات أن المعادلة التفاضلية لـ $q(t)$ تعطى بالعبارة التالية: $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$

لدينا حسب قانون جمع التوترات: $u_R + u_C = E \,......(1)$

ولدينا:
$$\begin{cases} u_R(t) = Ri(t) = R\frac{dq(t)}{dt} \\ u_C(t) = \frac{1}{C}q(t) \end{cases}$$

وعليه يصبح لدينا: $R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C}q(t) = E$

بالقسمة على R نجد: $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$ وهو المطلوب

ب- حل المعادلة التفاضلية من الشكل $q(t) = A\,e^{\alpha t} + \beta$ حيث: A و α و β ثوابت،

علما أن: $q(0) = 0$ و عليه: $\frac{dq(t)}{dt} = \alpha A\,e^{\alpha t}$

ومنه بالتعويض في المعادلة (1) نجد:

$$\alpha A\,e^{\alpha t} + \frac{1}{RC} A\,e^{\alpha t} + \frac{\beta}{RC} = \frac{E}{R}$$

$$A\,e^{\alpha t}(\alpha + \frac{1}{RC}) + (\frac{\beta}{RC} - \frac{E}{R}) = 0$$

و منه:

$$\begin{cases} \alpha + \dfrac{1}{RC} = 0 \\ \dfrac{\beta}{RC} - \dfrac{E}{R} = 0 \end{cases}$$

ولدينا: $t = 0$ وعليه: $q(0) = A + \beta = 0$

وعليه: $A = -CE$ ، $\beta = CE$ ، $\alpha = -\frac{1}{RC}$

و منه: $q(t) = CE\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

5- حساب شحنة المكثفة في النظام الدائم أي $t \in [5\tau, +\infty[$

وعليه: $q(+\infty) = \cancel{-CE\,e^{-\infty}} + CE$

وعليه شحنة المكثفة هي: $Q_{\max} = CE$ ومنه: $\boxed{Q_{\max} = CE = 10^{-5}.5 = 5.10^{-5}(C)}$

6- حساب الطاقة المخزنة في المكثفة: $E_C(\max) = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}.10^{-5}.25 = 12{,}5.10^{-5}(J)$

VII- دراسة الدارة RL :

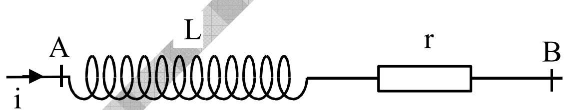
الدارة RL هي دارة كهربائية تتألف من وشيعة و مقاومة.

1- وصف الوشيعة: الوشيعة عبارة عن سلك طويل من النحاس حلزوني حول أسطوانة عازلة.

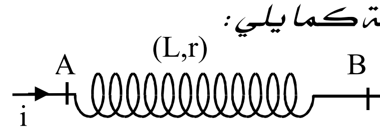
تتميز الوشيعة: بمقاومة داخلية (r) و تقدر بالأوم (Ω).

و ذاتية (L) و تقدر بالهينري (H).

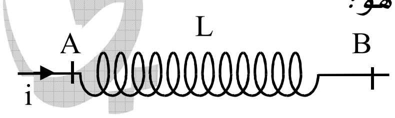
يرمز للوشيعة كما يلي:



أو

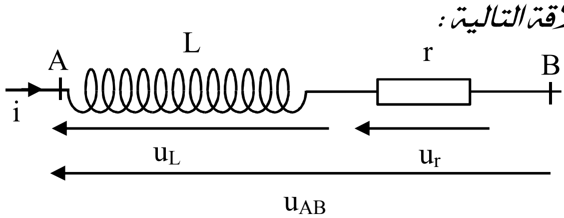


أما إذا كانت الوشيعة صرفة (مثالية، صافية) أي $r \to 0$ ، فرمزها هو:



2- عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة:

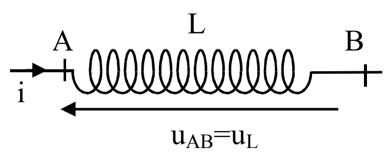
تعطى عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة بالعلاقة التالية:



$$u_{AB} = u_L + u_r$$

$$\boxed{u_{AB} = L\frac{di}{dt} + r\,i}$$

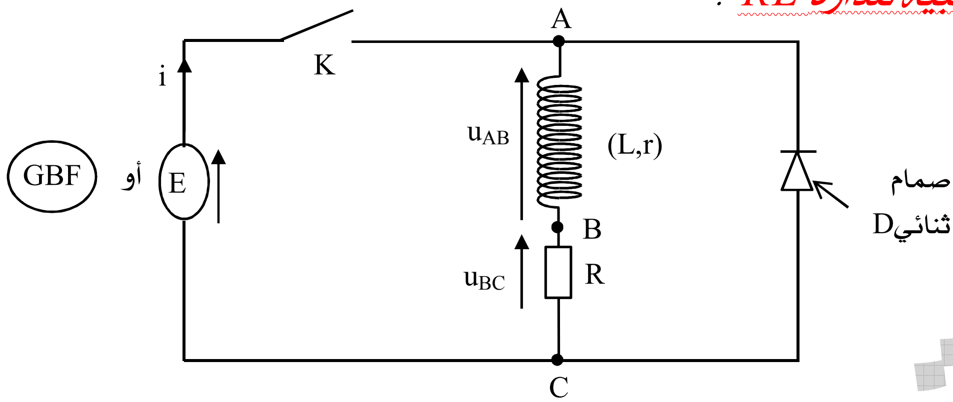
أما في حالة الوشيعة المثالية $(r \to 0)$:



$$\boxed{u_{AB} = u_r = L\frac{di}{dt}}$$

أما إذا كان التيار ثابت الشدة أي $(\frac{di}{dt}=0)$ و منه الوشيعة تتصرف كناقل أومي.

VIII- الدراسة التجريبية للدارة RL :



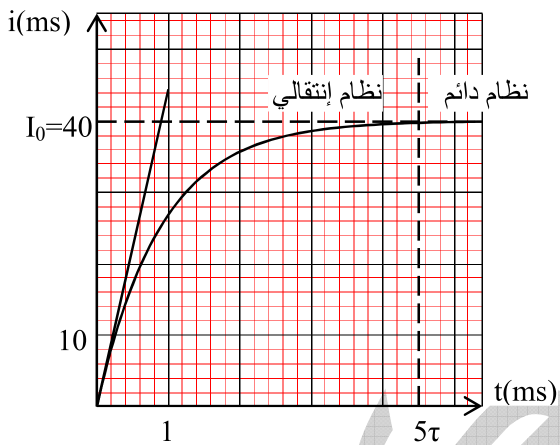
$r = 20\ \Omega$

$R = 200\ \Omega$

$L = 200\ mH$

$E = 9\ V$

عند غلق القاطعة بواسطة برمجية خاصة تحصلنا على البيان التالي :



المطلوب :

1- حدد بيانيا:

أ- قيمة شدة التيار الأعظمية I_0 .

ب- ثابت الزمن τ .

2- نضع $R' = R + r$:

أ- أحسب قيمة المقدارين $\frac{L}{R'}$ ، $\frac{E}{R'}$.

ب- ما هي وحدة المقدار $\frac{L}{R'}$ و ماذا تستنتج ؟

الحل :

1- من البيان :

أ- قيمة شدة التيار الأعظمية I_0.
$$I_0 = 40(mA) = 0,04(A)$$

ب- ثابت الزمن τ :

نرسم مماس للمنحنى عند اللحظة $(t=0)$، ثم نحدد فاصلة نقطة تقاطع المماس مع المستقيم ذي المعادلة $i = I_0$، فنحصل على $\tau = 0,9(ms) = 9.10^{-4}(s)$.

2- نضع $R' = R + r$:

أ- حساب $\frac{L}{R'}$ و $\frac{E}{R'}$:

$$\frac{L}{R'} = \frac{200.10^{-3}}{220} = 9.10^{-4}(H/\Omega)$$

$$\frac{E}{R'} = \frac{9}{220} = 0,04(A)$$

ب- وحدة المقدار $\frac{L}{R'}$:

لدينا : $\begin{cases} u_{R'} = R'i \\ u_L = L\frac{di}{dt} \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} R' = \frac{u_{R'}}{i} \\ L = \frac{u_L dt}{di} \end{cases}$ و باستعمال التحليل البعدي نجد :

$$\frac{[L]}{[R']}=\frac{[\cancel{U}].[T]}{[\cancel{I}]}\frac{[\cancel{I}]}{[\cancel{U}]}=[T]$$ وعليه وحدة المقدار $\frac{L}{R'}$ هي من نفس وحدة الزمن.

نتيجة:

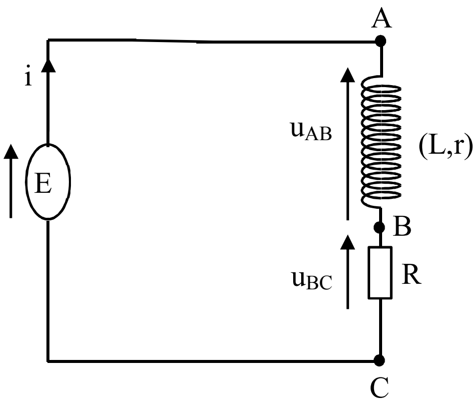
$$\tau=\frac{L}{R'}=\frac{L}{R+r}$$

$$I_0=\frac{E}{R'}=\frac{E}{R+r}$$

IX- الدراسة النظرية للدارة RL :

أ- حالة القاطعة مغلقة :

1- المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$:



حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_{AB}+u_{BC}=E$ ......(1)

حيث :
$$\begin{cases} u_{AB}=u_L+u_r=L\dfrac{di}{dt}+ri \\ u_{BC}=u_R=Ri \end{cases}$$

بالتعويض في (1) نجد :
$$L\frac{di}{dt}+ri+Ri=E$$

$$L\frac{di}{dt}+(R+r)i=E$$

بقسمة طرف المعادلة على $(R+r)$ نجد :
$$\frac{L}{(R+r)}\frac{di}{dt}+i=\frac{E}{(R+r)}$$

حيث : $\tau=\dfrac{L}{(R+r)}$ ، $I_0=\dfrac{E}{(R+r)}$

ومنه :
$$\tau\frac{di}{dt}+i=I_0$$

وبالقسمة على τ نجد :
$$\boxed{\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=\frac{I_0}{\tau}} ......(I)$$

المعادلة (I) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا من الشكل :
$$\boxed{i(t)=I_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

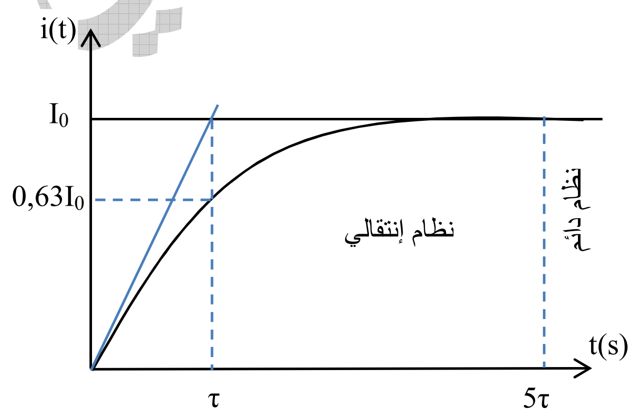
حيث : $I_0=\dfrac{E}{(R+r)}$ و $\tau=\dfrac{L}{(R+r)}$

لما :

$t=0 \leftarrow$ $i(0)=0$

$t=\tau \leftarrow$ $i(\tau)=0,63I_0$

$t\to+\infty \leftarrow$ $i(+\infty)\to I_0$



2. التوتر الكهربائي بين الطرفي الوشعية $u_b(t)$:

$$u_b(t)=L\frac{di}{dt}+r\,i(t)$$

ولدينا :

$$\bullet\; i(t)=I_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\bullet\; \frac{di(t)}{dt}=\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{\cancel{R+r}}\frac{\cancel{R+r}}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ومنه :

$$u_b(t)=\cancel{L}\frac{E}{\cancel{L}}e^{-\frac{t}{\tau}}+r\,I_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$u_b(t)=E\,e^{-\frac{t}{\tau}}+r\,I_0-r\,I_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

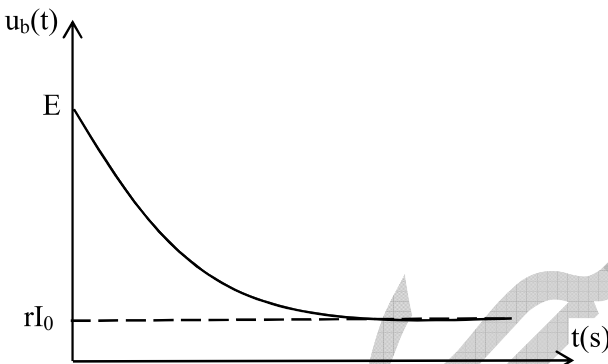
ومنه :

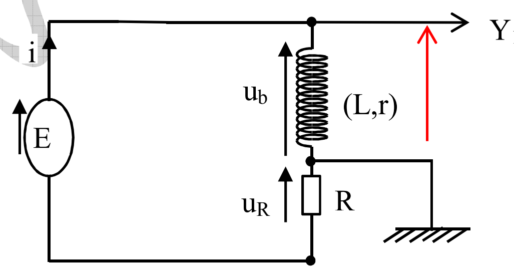
$$\boxed{u_b(t)=e^{-\frac{t}{\tau}}(E-r\,I_0)+r\,I_0}$$

لما :

$$u_b(0)=E \quad\leftarrow\quad t=0$$

$$u_b(+\infty)\to rI_0 \quad\leftarrow\quad t\to+\infty$$





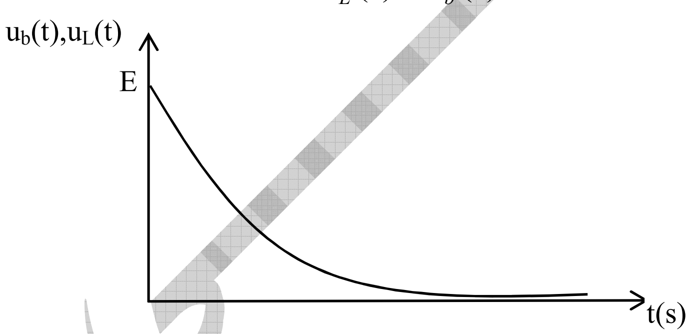
حالة وشيعة صافية (مثالية $r\to 0$) :

لما :

$$u_L(t)=u_b(t)=E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_b(0)=E \quad\leftarrow\quad t=0$$

$$u_b(+\infty)\to 0 \quad\leftarrow\quad t\to+\infty$$



3. التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_R(t)$:

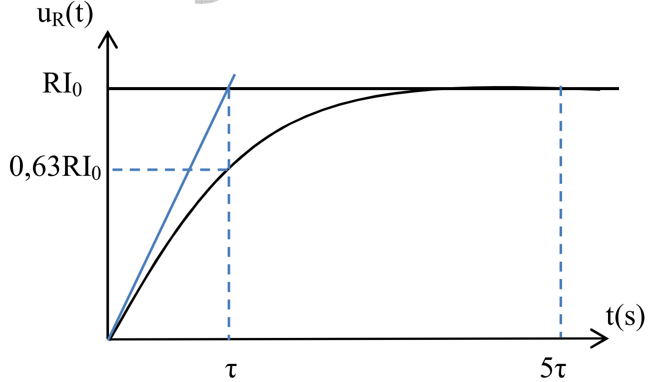
$$u_R(t)=Ri(t)=RI_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

لما :

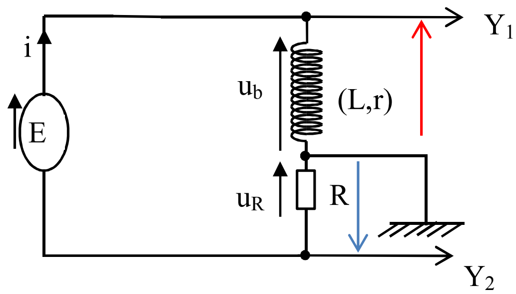
$$u_R(0)=0 \quad\leftarrow\quad t=0$$

$$u_R(\tau)=0{,}63RI_0 \quad\leftarrow\quad t=\tau$$

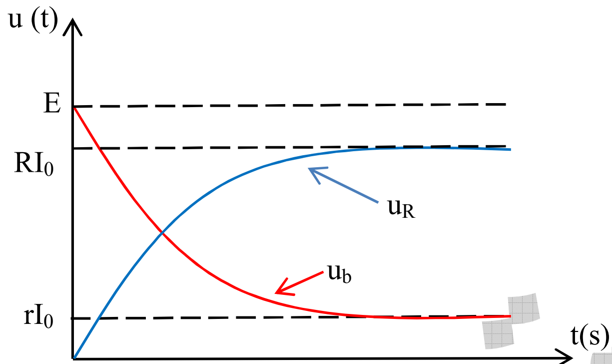
$$u_R(+\infty)\to RI_0 \quad\leftarrow\quad t\to+\infty$$



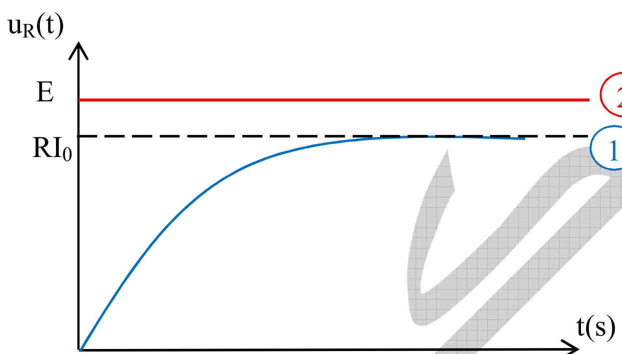
كيفية ربط راسم الإهتزاز المهبطي لمشاهدة التوترين $u_R(t)$ ، $u_b(t)$:

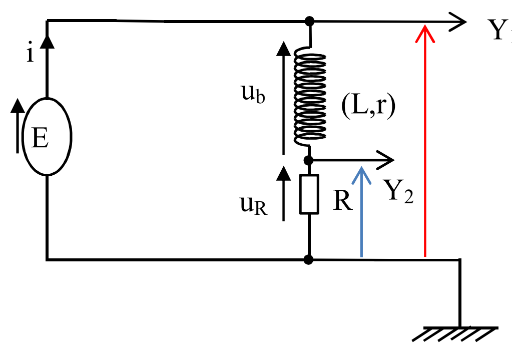


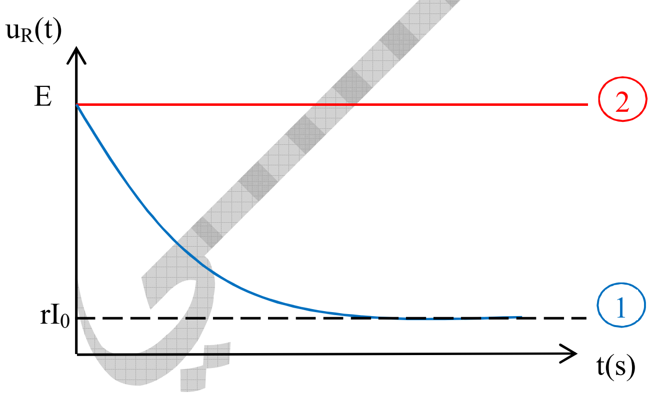
بالضغط على الزر (INV) لمشاهدة إشارة موجبة نحصل على البيان التالي .

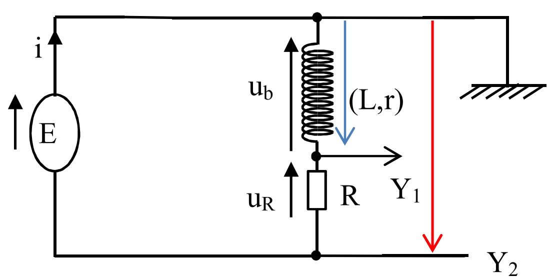


أمثلة :









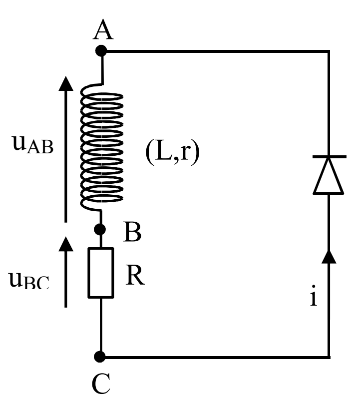
ب- حالة القاطعة مفتوحة :

1- المعادلة التفاظلية لتطور شدة التيار :

حسب قانون جمع التوترات : $u_{AB}(t)+u_{BC}(t)=0......(2)$

حيث :

- $u_{AB}(t)=u_b(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}+ri(t)$
- $u_{BC}(t)=u_R(t)=Ri(t)$



بالتعويض في (2) نجد:

$$L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)+Ri(t)=0$$

$$L\frac{di(t)}{dt}+(R+r)i(t)=0$$

بالقسمة على $(R+r)$ نجد:

$$\frac{L}{R+r}\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0$$

حيث: $\frac{L}{R+r}=\tau$ ومنه:

$$\tau\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0$$

بالقسمة على τ نجد:

$$\boxed{\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=0}\;......(I)$$

المعادلة (I) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل:

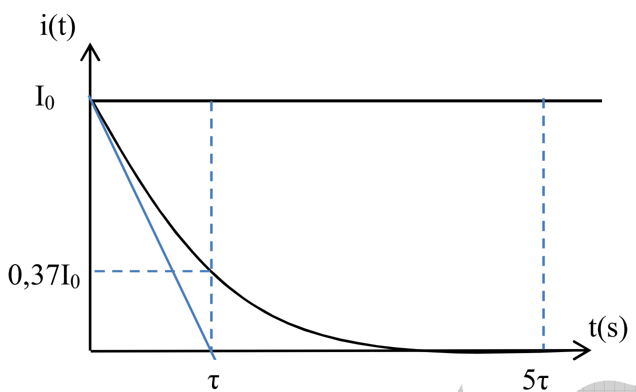
$$\boxed{i(t)=I_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

لما:

$$i(0)=I_0 \leftarrow t=0$$

$$i(\tau)=0{,}37I_0 \leftarrow t=\tau$$

$$i(+\infty)\rightarrow 0 \leftarrow t\rightarrow+\infty$$



2 التوتر الكهربائي $u_R(t)$:

$$u_R(t)=Ri(t)=RI_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

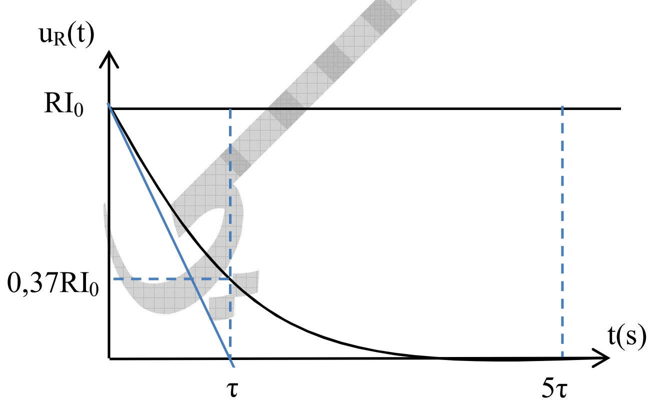
$$\boxed{u_R(t)=RI_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

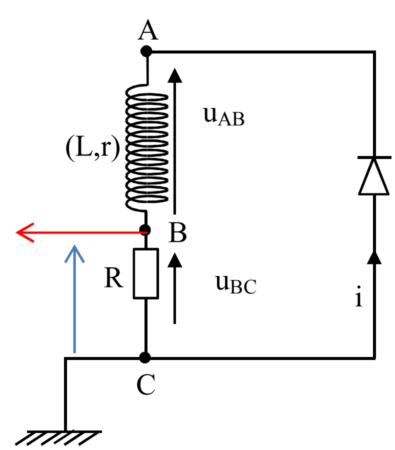
لما:

$$u_R(0)=RI_0 \leftarrow t=0$$

$$u_R(\tau)=0{,}37RI_0 \leftarrow t=\tau$$

$$u_R(+\infty)\rightarrow 0 \leftarrow t\rightarrow+\infty$$





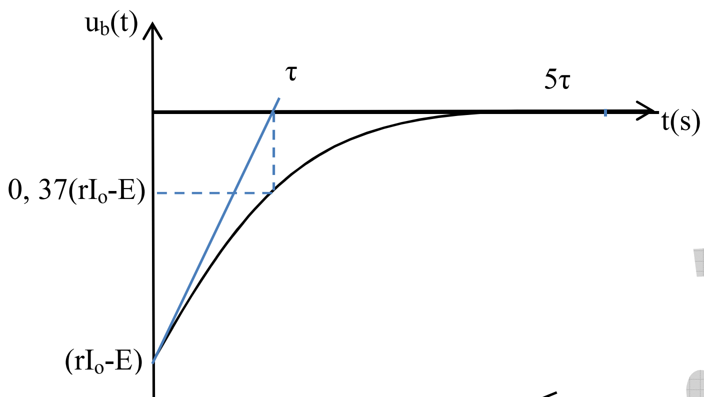
3- التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$:

$$u_b(t) = L\frac{di(t)}{dt} + ri(t)$$

$$= L\left(-\frac{I_0}{\tau}\, e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + r\, I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= \left(-\cancel{L}\,\frac{E}{\cancel{R+r}}\,\frac{\cancel{R+r}}{\cancel{L}}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + rI_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\boxed{u_b(t) = (rI_0 - E)\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$



لما:

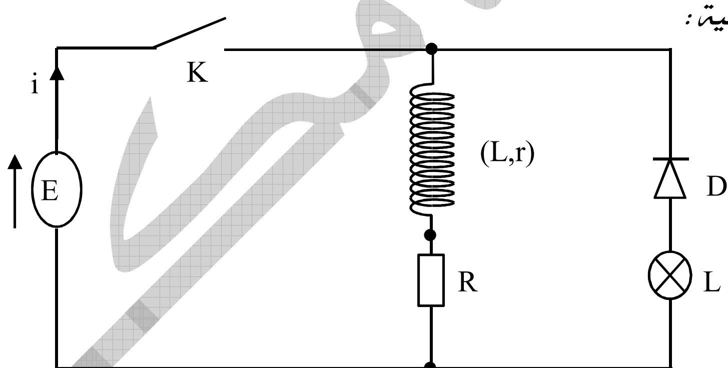
$u_b(0) = rI_0 - E \leftarrow t = 0$

$u_b(\tau) = 0{,}37(rI_0 - E) \leftarrow t = \tau$

$u_b(+\infty) \to 0 \leftarrow t \to +\infty$

X- الطاقة المخزنة في الوشيعة:

نشاط: نحقق الدارة التالية:



- ✓ عند غلق القاطعة نلاحظ عدم توهج المصباح.
- ✓ عند فتح القاطعة نلاحظ توهج المصباح، نسمي الطاقة المخزنة في الوشيعة والتي تعطي عبارتها على الشكل:

$\boxed{E_L(t) = \frac{1}{2}L\, i^2(t)}$، حيث: E_L: بالجول (J)، L: بالهينري (H)، i: بالأمبير (A).

الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة: $\boxed{E_L(0) = E_L(\max) = \frac{1}{2}L\, I_0^2}$

الطاقة المخزنة في اللحظة هي: $E_L(t_{1/2}) = \frac{1}{2}L\, I_0^2\, e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}$

حيث: $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$ ومنه: $\boxed{E_L(t_{1/2}) = \frac{1}{\sqrt{2}}L\, I_0^2}$

تــــقـــويـــــم:

التمرين 21 صفحة 164:

الوشيعة مثالية $(r=0)$:

1ـ نقول عن التيار المــار في الوشيعة أنه تيار مثالي.

2ـ عبارة تغير شدة التيار الكهربائي في اللحظتين:

أـ $[0,10ms]$: المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $i(t)=a\,t$ ، حيث: a

معامل التوجيه و عليه: $a=\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{0,4-0}{(10-0)10^{-3}}=40(A/s)$ و منه: $\boxed{a=40.\,t}$

بـ $[10ms,20ms]$: المنحنى البياني عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل:

$i(t)=b\,t+c$ ، حيث b معامل التوجيه و عليه: $b=\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{0-0,4}{(20-10)10^{-3}}=-40(A/s)$

ولدينا في اللحظة $t=20ms$: $i(20ms)=(-40.20.10^{-3})+c$

و منه: $c=0,8(A)$ و منه: $\boxed{i(t)=-40\,t+0,8}$

3ـ حساب ذاتية الوشيعة L:

حيث عند اللحظة $t=10ms$: $u_L=0,4(V)$

و بما أن الوشيعة مثالية أي $(r\to 0)$ فإن: $u_L(t)=L\frac{di(t)}{dt}$

و منه: $L=\frac{u_L(t)}{\frac{di(t)}{dt}}$ ، حيث: $\frac{di}{dt}=40 \leftarrow i(t)=40\,t$

و منه في اللحظة $t=10ms$ نجد: $L=\frac{0,4}{40}=0,01H=10(mH)$

التمرين 29 صفحة 167:

1ـ لدينا شدة التيار $i(t)=1,2(1-e^{-2t})$ ، حيث: i بـ A و t بـ s.

عند $t=0$ يكون $i(0)=1,2(1-1)=0$ شدة التيار معدومة ومنه الطاقة معدومة لأنه: $E_L=\frac{1}{2}L\,i^2(t)$

2ـ نكتب عبارة شدة التيار كما يلي: $i(t)=1,2(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

عندما $t=\tau$ فإن: $i(\tau)=1,2(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}})=1,2(1-e^{-1})=1,2.0,63=0,756(A)$

الطاقة المخزنة:

$$E_L(\tau)=\frac{1}{2}L\,i^2(\tau)$$
$$=\frac{1}{2}(1)(0,756)^2$$
$$=2,8.10^{-1}(J)$$

عندما $t \to +\infty$ فإن : $i(+\infty) \simeq 1,2(1-e^{-\infty}) \simeq 1,2(A)$

الطاقة المخزنة :

$$E_L(+\infty) = \frac{1}{2}L\ i^2(+\infty)$$
$$= \frac{1}{2}(1)(1,2)^2$$
$$= 7,2.10^{-1}(J)$$

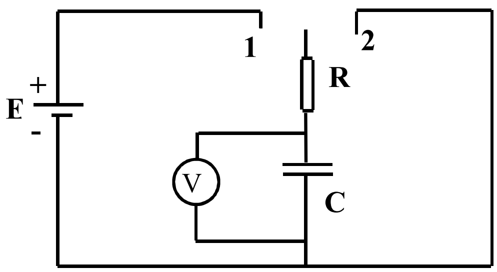
من عبارة شدة التيار لدينا : $\frac{1}{\tau} = 2$

ومنه : $\frac{1}{2} = \tau$

ولدينا مقاومة الوشيعة هي: $r = \frac{L}{\tau} = \frac{1}{0,5} = 2(\Omega)$

الدراسة التجريبية لشحن و تفريغ مكثفة

الادوات المستعملة :



- مولد توتر مستمر ذو توتر ثابت $(E = 6\ v)$.
- ناقل أومي مقاومته $(R = 10\ k\ \Omega)$.
- مكثفة سعتها $(\ C = 2200\ \mu F\ )$.
- جهاز الفولط متر
- نحقق التركيب التجريبي التالي :

❖ **القاطعة في الوضع (1) شحن المكثفة :**

t (s)	0	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
U_{c1}(v)	0	1.22	2.20	2.86	3.60	4.46	5.03	5.40	5.60	5.75	5.84	5.90	5.93	5.96

المطلوب :

1 cm ⟶ 10 s
1 cm ⟶ 1 v

1- رسم المنحنى البياني $U_{c1} = f(t)$.
2- أرسم مماس المنحنى عند النقطة $t = 0$ ثم حدد نقطة تقاطع المماس مع المستقيم الذي معادلته $U_c = E$ حدد فاصلة هذه النقطة.
3- أحسب قيمة المقدار RC ثم أثبت أن وحدة RC هي من نفس وحدة الزمن .
4- أحسب المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثفة .

❖ **القاطعة في الوضع (2) تفريغ المكثفة :**

t (s)	0	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
U_{c2}(v)	6.00	4.78	3.80	3.03	2.41	1.53	0.97	0.62	0.39	0.25	0.16	0.10	0.06	0.01

المطلوب :

1- رسم المنحنى البياني $U_{c2} = f(t)$.
2- أرسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ ثم حدد نقطة تقاطع المماس مع محور الأزمنة .
3- أحسب المدة الزمنية اللازمة لتفريغ المكثفة .

واجب منزلي رقم (3) :

✓ بغرض شحن مكثفة سعتها C نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 5\ V$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$.
- قاطعة K .

يمثل البيان الموضح في الشكل ـ 1 ـ تغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .

1- أعط مخططا للدارة الكهربائية موضحا إتجاه التيار، مثل بسهم كل من التوترين u_C، u_R

2- عين قيمة ثابت الزمن τ ، ما هو مدلوله الفيزيائي ، إستنتج قيمة سعة المكثفة C .

3- لو إستبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة أخرى سعتها $C' = \frac{C}{2}$.

مثل كيفيا في نفس المعلم السابق شكل المنحنى : $u_{C'} = g(t)$

4- أ ـ بين أن المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعلاقة التالية :

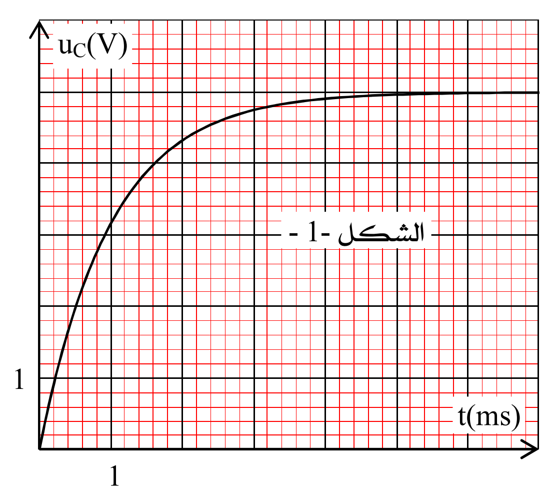
$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$$

ب ـ يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة التالية : $q(t) = A\, e^{\alpha t} + \beta$

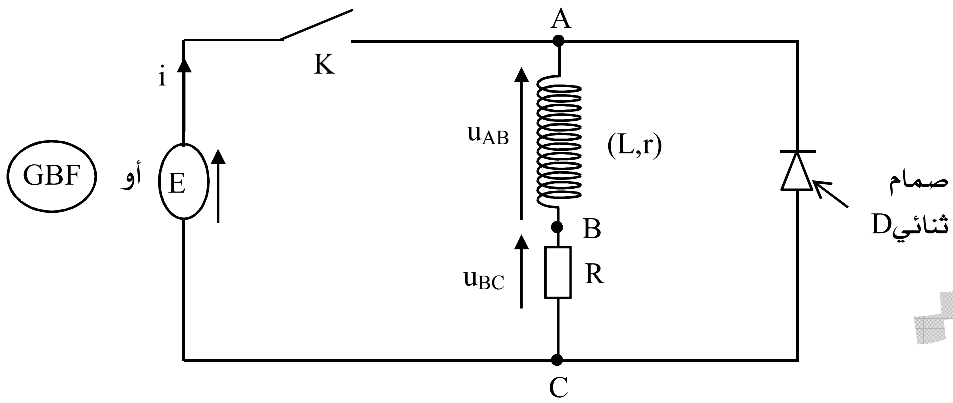
حيث : A و α و β ثوابت يطلب تعيينها علما أن : $q(0) = 0$.

5- أحسب شحنة المكثفة في النظام الدائم .

6- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة .



الدراسة التجريبية للدارة RL :



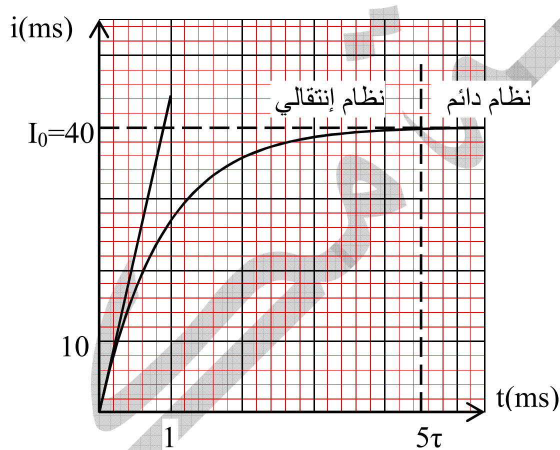
$r = 20\ \Omega$

$R = 200\ \Omega$

$L = 200\ mH$

$E = 9\ V$

عند غلق القاطعة بواسطة برمجية خاصة تحصلنا على البيان التالي :



المطلوب :

1- حدد بيانيا:

أ- قيمة شدة التيار الأعظمية I_0 .

ب- ثابت الزمن τ .

2- نضع $R' = R + r$:

أ- أحسب قيمة المقدارين $\frac{L}{R'}$ ، $\frac{E}{R'}$.

ب- ما هي وحدة المقدار $\frac{L}{R'}$ و ماذا تستنتج ؟