

بكالوريات شعبة علوم تجريبية

دورة 2013 (الموضوع 1)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقاط $A(-1; 1; 3)$ ، $B(1; 0; -1)$ ، $C(2; -1; 1)$ و $D(2; 0; -1)$ والمستوي (P) ذا المعادلة: $2y + z + 1 = 0$. ليكن (Δ) المستقيم

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + \beta \\ z = 1 - 2\beta \end{cases} \text{ الذي تمثيل وسيطي له } \beta \text{ وسيط حقيقي}$$

(1) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC) ، ثم تحقق أن المستقيم (BC) محتوي في المستوي (P) .

(2) بين أن المستقيمين (Δ) و (BC) ليسا من نفس المستوي.

(3) أ) أحسب المسافة بين النقطة A و المستوي (P) .

ب) بين أن D نقطة من (P) وأن المثلث BCD قائم.

(4) بين أن $ABCD$ رباعي وجوه، ثم أحسب حجمه.

دورة 2013 (الموضوع 2)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقاط

$$A(2; 1; -1)$$
، $B(1; -1; 3)$ ، $C\left(-\frac{3}{2}; -2; 1\right)$ و $D\left(\frac{7}{2}; -3; 0\right)$

والتكن I منتصف القطعة $[AB]$.

(1-أ) احسب إحداثيات النقطة I .

ب) بين أن : $2x + 4y - 8z + 5 = 0$ معادلة ديكارتية

لـ (P) ، المستوي المحوري لـ $[AB]$.

(2) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C

و $\vec{u}(1; 2; -4)$ شعاع توجهه له.

(3-أ) جد إحداثيات E نقطة تقاطع المستوي (P) والمستقيم (Δ)

ب) بين أن (Δ) و (AB) من نفس المستوي، ثم استنتج أن

المثلث IEC قائم.

(4-أ) بين أن (ID) عمودي على كل من (AB) و (IE) .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $DIEC$

دورة 2012 (الموضوع 1)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر

المستوي (P) ذا المعادلتة : $14x + 16y + 13z - 47 = 0$

و النقاط $A(1; -2; 5)$ ، $B(2; 2; -1)$ ، $C(-1; 3; 1)$

(1) أ- تحقق أن النقاط A ، B ، C ليست في استقامية.

ب- بين أن المستوي (ABC) هو (P) .

(2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

(3) أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$

ب- تحقق أن النقطة $D(-1; -2; \frac{1}{4})$ تنتمي إلى المستوي (Q)

ج- احسب المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB) .

دورة 2012 (الموضوع 2)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقاط $A(-1; 0; 1)$ ، $B(2; 1; 0)$ ، $C(1; -1; 0)$

(1) بين أن النقاط A ، B ، C تعين مستويا.

(2) بين أن $2x - y + 5z - 3 = 0$ هي معادلة ديكارتية لـ (ABC)

(3) $D(2; -1; 3)$ ، $H\left(\frac{13}{15}; -\frac{13}{30}; \frac{1}{6}\right)$ نقطتان من الفضاء

أ) تحقق أن النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (ABC) .

ب) بين أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة D على (ABC)

ج) استنتج أن المستويين (ADH) و (ABC) متعامدان، ثم جد

تمثيلا وسيطيا لتقاطعهما.

دورة 2011 (الموضوع 1)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

المستوي (P) الذي يشمل النقطة $A(1; -2; 1)$ و $\vec{u}(-2; 1; 5)$

شعاع ناظمي له واليكن (Q) المستوي ذا المعادلة $x + 2y - 7 = 0$

(1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

(2) أ- تحقق أن النقطة $B(-1; 4; -1)$ مشتركة بين (P) و (Q) .

ب- بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (Δ)

يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3- لتكن النقطة $C(5; -2; -1)$.

أ- أحسب المسافة بين C و (P) ، ثم المسافة بين C و (Q) .

ب- أثبت أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

ج- استنتج المسافة بين النقطة C والمستقيم (Δ) .

دورة 2011 (الموضوع 2)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

النقط $A(0; 1; 5)$ ، $B(2; 1; 7)$ ، $C(3; -3; 6)$

1- أ- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(1; -4; -1)$ شعاع توجيه له.
 ب- تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) .
 ج- بين أن الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{BC}$ متعامدان.
 د- استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .
 2- نعتبر النقطة $M(2+t; 1-4t; 7-t)$ حيث t عدد حقيقي والتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(t) = AM$
 أ- اكتب عبارة h(t) بدلالة t.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t ، $h'(t) = \frac{18t}{\sqrt{18t^2 + 8}}$
 ج- استنتج قيمة t التي من أجلها المسافة AM أصغر ما يمكن.
 د- قارن بين القيمة الصغرى لـ h والمسافة بين A و (Δ) .

دورة 2010 (الموضوع 1)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ لنقط $A(1; 1; 0)$ ، $B(2; 1; 1)$ ، $C(-1; 2; -1)$
 1- أ- بين أن النقط A ، B ، C ليست في استقامية.
 ب- بين أن المعادلة للمستوي (ABC) هي $x + y - z - 2 = 0$
 2- نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب $x + 2y - 3z + 1 = 0$ و $2x + y - z - 1 = 0$ والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F(0; 4; 3)$ و $\vec{u}(-1; 5; 3)$ شعاع توجيه له.
 أ- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (D).
 ب- تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).
 3- عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC) ، (P) و (Q).

دورة 2010 (الموضوع 2)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ المستوي (P) الذي معادلته : $x - 2y + z + 3 = 0$

1- نذكر أن حامل محور الفواصل $(O; \vec{i})$ يعرف بالجملة : $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$
 عين إحداثيات A نقطة تقاطع محور الفواصل $(O; \vec{i})$ مع (P)
 2- B و C النقطتان من الفضاء حيث $B(0; 0; -3)$ ، $C(-1; -4; 2)$
 أ- تحقق أن النقط B تنتمي لـ (P). ب- أحسب الطول AB
 ج- أحسب المسافة بين النقطة C والمستوي (P).
 3- أ- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي (P).
 ب- تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ) .
 ج- أحسب مساحة المثلث ABC

دورة 2009 (الموضوع 1)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1; 0; 2)$ ، $B(0; 2; 1)$ ، $C(2; 1; 3)$
 1- (P) مستو معادله له من الشكل $x - z + 1 = 0$.

أ- بين أن المستوي (P) هو المستوي (ABC)
 ب- ما طبيعة المثلث ABC.
 2- أ- تحقق من أن النقطة $D(2; 3; 4)$ لا تنتمي إلى (ABC)
 ب- ما طبيعة ABCD.
 3- أ- أحسب المسافة بين D والمستوي (ABC).
 ب- أحسب حجم ABCD.

دورة 2009 (الموضوع 2)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(2; 3; -1)$ ، $B(1; -2; 4)$ ، $C(3; 0; -2)$ و $D(1; -1; -2)$ واليكن (π) المستوي المعرف بمعادلته : $2x - y + 2z + 1 = 0$ المطلوب أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية.

1- A ، B و C في استقامية.
 2- (ABD) مستوي معادلة ديكرتية له $25x - 6y - z - 33 = 0$
 3- المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π) .
 4- المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1; 1; -1)$

دورة 2008 (الموضوع 1)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللاً اختبارك. نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقط $A(1; 3; -1)$ ، $B(4; 1; 0)$ ، $C(-2; 0; -2)$ و $D(3; 2; 1)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $x - 3z - 4 = 0$.
 1- المستوي (P) هو:

ج1 (BCD) ، ج2 (ABC) ، ج3 (ABD)

2- شعاع ناظمي للمستوي (P) هو:

ج1 $(1; 2; 1)$ ، ج2 $(-2; 0; 6)$ ، ج3 $(2; 0; -1)$

3- المسافة بين النقطة D والمستوي (P) هي:

ج1 $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

دورة 2008 (الموضوع 2)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته : $x + 2y - z + 7 = 0$

و النقط $A(2; 0; 1)$ ، $B(3; 2; 0)$ ، $C(-1; -2; 2)$

1- تحقق أن النقط A ، B ، C ليست على استقامية ، ثم بين أن المعادلة الديكرتية للمستوي (ABC) هي : $y + 2z - 2 = 0$
 2- أ- تحقق أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان ، ثم عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC).
 ب- أحسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .

3- لتكن G مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; \alpha), (C; \beta)\}$

حيث α و β عدنان حقيقيان يحققان $1 + \alpha + \beta \neq 0$ عين α حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ) .

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر
النقط $A(3; -2; -1)$ ، $B(5; -3; 2)$ ، $C(2; 3; 2)$ و $D(1; -5; -2)$
(1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا، نرسم له بالرمز (P)
(2) بين أن الشعاع $\vec{n}(2; 1; -1)$ ناظمي للمستوي (P) ، ثم جد
معادلة ديكراتية للمستوي (P) .

(3) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D ويعامد (P)
(ب) عين احداثيات النقطة E المسقط العمودي لـ D على (P) .
(4) H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB) .

و λ العدد الحقيقي حيث: $\vec{AH} = \lambda \vec{AB}$.

(أ) بين أن: $\lambda = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AB}}{\|\vec{AB}\|^2}$ (ب) استنتج العدد الحقيقي λ

واحداثيات H ، ثم المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB) .

دورة 2013 (الموضوع 2)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
نعتبر النقطتين $A(2; -5; 4)$ ، $B(3; -4; 6)$ والمستقيم (Δ)

المعرف بالتمثيل الوسيط التالي: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + t \end{cases}$

(1) أكتب تمثيل وسيطيا للمستقيم (D) المار من النقطتين A و B
(ب) أدرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) .
(2) (P) المستوي الذي يشمل (D) ويوازي (Δ) .

- برهن أن الشعاع $\vec{n}(3; 1; -2)$ ناظمي للمستوي (P) ، ثم
عين معادلة ديكراتية للمستوي (P) .

(3) M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (D) .

(أ) عين إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (NM)
عموديا على كل من (Δ) و (D) .

(ب) احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) و المستوي (P) .

دورة 2012 (الموضوع 1)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ و (P)
المستوي الذي يشمل النقطة $A(2; -5; 2)$ و $\vec{u}(-2; 1; 5)$ شعاع
ناظمي له. (Q) المستوي الذي $x + 2y - 2 = 0$ معادلة له.
1- عين معادلة ديكراتية للمستوي (P) .

2- بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

3- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) ، تقاطع (P) و (Q) .

4- (أ) احسب d_1 المسافة بين النقطة $k(3; 3; 3)$ والمستوي (P)
و d_2 المسافة بين النقطة k والمستوي (Q) .

(ب) استنتج d المسافة بين النقطة k والمستقيم (Δ) .

5- احسب المسافة d بطريقة ثانية.

دورة 2012 (الموضوع 2)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
و (P) المستوي الذي: $-4x - 3y + 1 = 0$ معادلة ديكراتية له.

و (D) المستقيم الذي: $\begin{cases} x = k \\ y = \frac{1}{3} - \frac{4}{3}k \\ z = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}k \end{cases}$; $k \in \mathbb{R}$ تمثيل وسيطي له

1- تحقق أن المستقيم (D) محتوي في المستوي (P) .

2- (أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة
 $A(1; 1; 0)$ و $\vec{u}(4; 1; 3)$ شعاع توجيه له.

(ب) عين احداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) .

3- بين أن: $3x - 4z - 3 = 0$ هي معادلة ديكراتية للمستوي
 (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ) .

4- $M(x; y; z)$ نقطة من الفضاء.

(أ) احسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q) .

(ب) أثبت أن مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية البعد
عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين متعامدان.

(1) (P_2) يطلب تعيين معادلة ديكراتية لكل منهما.

5- عين احداثيات مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء

$\begin{cases} 4x + 3y - 1 = 0 \\ 3x - 4z - 3 = 0 \\ x + 3y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$
التي إحداثياتها حلول للجملة الآتية:

دورة 2011 (الموضوع 2)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث: $\vec{AD}(1; 5; 2)$

$\vec{BD}(0; 7; 3)$ ، $\vec{CD}(1; -3; 7)$ و $\vec{C}(2; 8; -4)$

دورة 2009 (الموضوع 1)

1- نعتبر في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقط $A(1;1;2)$ ، $B(-1;0;-2)$ و $C(-1;0;-6)$.
بيّن أن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق $MA^2 - MB^2 = 1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB) نرسم له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له.

2. لتكن S مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق :

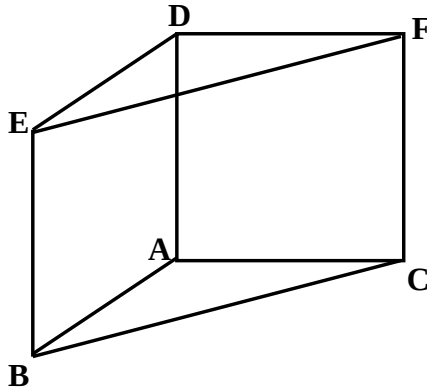
$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$ برهن أن S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R

3. نقطة من الفضاء معرفة بالعلاقة: $\vec{GA} - \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
(أ) عيّن إحداثيات G ثم تأكد أنها تنتمي إلى S .

(ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في G .

دورة 2008 (الموضوع 1)

ABCDEF موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A والمستوي الساقين وجهاه ABED و ACFD مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $(r \in \mathbb{R}_+^*)$ أنظر الشكل أدناه



(1) يرمز I لمنتصف $[AD]$ و J لمركز ثقل الرباعي BCFE

بيّن أن G مرجح الجملة $\{(A;2), (B;1), (C;1), (D;2), (E;1), (F;1)\}$ هو منتصف $[IJ]$.

(2) الفضاء مزود معلم متعامد ومتجانس $(A; \vec{AB}; \vec{AC}; \vec{AD})$

- عين إحداثيات النقط A, B, C, D, E, F

- عين مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق:

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 + 2MD^2 + ME^2 + MF^2 = 10r^2$$

دورة 2009 (الموضوع 2)

(1) بين أن النقط A, B, D تعين مستويا.

(2) بين أن المستقيم (CD) يعامد المستوي (ABD) .

(3) لتكن I المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

(أ) بين أن المستقيم (AB) يعامد المستوي (CID)

(ب) عيّن معادلة للمستوي (CID) واكتب تمثيلا وسيطيا لـ (AB)

(ج) استنتج إحداثيات النقطة I .

(4) جد DI, CD و AB واستنتج حجم رباعي الوجوه ABCD

دورة 2010 (الموضوع 1)

الفضاء مزود بالمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(3;-1;2)$ ، $B(1;2;1)$ والمستوي (P) الذي معادلته: $x - 2y + 3z - 7 = 0$.

1- عيّن إحداثيات النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب.

2- عيّن طبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ) لمجموعة

النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|3\vec{MA} + \vec{MB}\| = 4$.

3- أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل G ويعامد (P)

ب- عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و (Δ) .

ج- احسب المسافة بين النقطة G والمستوي (P) .

4- نعرّف المستوي (P') بتمثيله الوسيط $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t + 2\lambda \\ z = 2 - t + 2\lambda \end{cases}$

حيث t و λ عدنان حقيقيان. أثبت أن (P) و (P') متقاطعان

واكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما.

دورة 2010 (الموضوع 2)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(3;-2;2)$ و $B(0;4;-1)$.

1- اكتب معادلة للمستوي (P_1) الذي يشمل النقطة A

و $\vec{u}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي له.

2- (P_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويعامد (P_1) .

أ- بيّن أن $\vec{v}(1;1;1)$ شعاع ناظمي لـ (P_1) .

ب- اكتب معادلة لـ (P_2) .

3- C و D نقطتان حيث $C(6;1;5)$ و D معرفة بـ $\vec{CD}(0;-3;-6)$

أ- بيّن أن المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته.

ب- بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD)

ج- احسب حجم رباعي الوجوه ACDB

1	A_1 : النقطة $A(1;1;2)$ تنتمي إلى (Δ)	B_1 : النقطة $B(-1;0;2)$ تنتمي إلى (Δ)	C_1 : النقطة $C(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2})$ تنتمي إلى (Δ)
2	A_2 : شعاع $\vec{u}(-1;\frac{1}{2};\frac{-1}{2})$ توجيه (Δ)	B_2 : شعاع $\vec{u}'(1;3;1)$ توجيه (Δ)	C_2 : شعاع $\vec{u}(3;1;0)$ توجيه (Δ)
3	A_3 : (Δ) محتوي في P	B_3 : (Δ) يقطع P	C_3 : (Δ) يوازي P
4	A_4 : المستوي Q_1 ذو المعادلة $x + 3y + z - 3 = 0$ يعامد P	B_4 : المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x - y + \frac{1}{2}z = 0$ يعامد P	C_4 : المستوي Q_3 ذو المعادلة $x - y + 2z + 5 = 0$ يعامد P
5	A_5 : المسافة بين النقطة $D(1;1;1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	B_5 : المسافة بين النقطة $O(0;0;0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	C_5 : المسافة بين النقطة $E(1;3;0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$

دورة 2008 (الموضوع 2)

نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

$A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ ، $C(1;3;3)$ نقط من الفضاء

(1) برهن أن النقط A ، B ، C تعين مستوي يطلب تعيين معادلة له

(2) نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرفين بمعادلتيهما التاليتين:

$$(P_1): x - 2y + 2z - 1 = 0 \text{ و } (P_2): x - 3y + 2z + 2 = 0$$

بيّن أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) .

(3) بيّن أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

(4) بيّن أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو أحد أشعة توجيه (Δ)

(5) استنتج أن التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) هو الجملة:

$$\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = 3 \\ z = 3 - k \end{cases}; (k \in \mathbb{R})$$

(6) لتكن M نقطة من المستقيم (Δ) .

أ- أجد قيمة العدد k حتى يكون الشعاعان $\vec{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدان

ب- استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ)

بكالوريا ت شعبة الرياضيات

دورة 2013 (الموضوع 1)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر

النقط $A(0;0;1)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$

$$\begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 4 + \alpha + \beta \end{cases}$$

حيث α و β عدنان حقيقيان.

1-أ- بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.

ب- تحقق أن الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC)

ثم أكتب معادلة ديكارتية له.

2-أ- أكتب معادلة للمستوي (P) ، ثم بيّن أن $(P) \perp (ABC)$

ب- بيّن أن تقاطع (ABC) و (P) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = -7 + 5t \end{cases}$$

ج- أحسب المسافة بين النقطة D المستوي (ABC) والمسافة

بين النقطة D المستوي (P) ثم استنتج المسافة بين D و (Δ) .

3- (Q) المستوي الذي يشمل D والعمودي على كل من

(ABC) و (P) .

أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

ب- بيّن أن المستويات الثلاثة (ABC) ، (P) و (Q) تتقاطع في

نقطة واحدة H ، ثم عيّن إحداثيات H .

ج- احسب بطريقة ثانية، المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

النقطتين $A(-1; 0; 2)$ ، $B(1; 1; 1)$ والمستقيم (Δ) المعروف

$$\begin{cases} x = 2 + \alpha \\ y = -2 \\ z = -1 - \alpha \end{cases} \quad \text{حيث } (\alpha \in \mathbb{R})$$

1- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

ب- بين أن المستقيمين (AB) و (Δ) ليسا من نفس المستوى.

2. (P) المستوى الذي يشمل (AB) ويوازي (Δ) .

أ- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) .

ب- أثبت أن: $x - y + z - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية لـ (P)

3. لتكن N نقطة من المستقيم (Δ) و M نقطة من الفضاء

إحداثياتها $(1 - \beta; 1 + \beta; 1 + 2\beta)$ مع $(\beta \in \mathbb{R})$.

أ- بين أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) .

ب- جد إحداثيات النقطتين N و M حتى تكون M المسقط العمودي للنقطة N على المستوى (P) .

ج- تحقق أن المسافة بين النقطة N و (P) هي $\frac{2}{\sqrt{3}}$

ثم احسب مساحة المثلث ABN

دورة 2012 (الموضوع 1)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

النقط $A(3; 0; 0)$ ، $B(0; 4; 0)$ ، $C(2; 2; 2)$.

1) بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية وأن الشعاع

$\vec{n}(4; 3; -1)$ عمودي على كل من الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$.

2) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل A ، B و C

3) أ- بين أن: $6x - 8y + 7 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P')

مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث: $AM = BM$.

ب- بين أن: $2x - 4y - 4z + 3 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P'')

مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث: $AM = CM$.

ج- بين أن (P') و (P'') يتقاطعان في وفق مستقيم (Δ) يطلب

تعيين تمثيل وسيطي له.

4) جد إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

دورة 2012 (الموضوع 2)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

النقط $A(1; 1; 1)$ ، $B(1; -1; 0)$ ، $C(2; 0; 1)$.

1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا (P_1) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

2) (P_2) المستوى الذي: $x - 2y - 2z + 6 = 0$ معادلة له.

- بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3) بين أن النقطة O مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; 1), (C; -1)\}$

4) أ- عين (S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي

$$\text{تحقق : } \|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}\| = 2\sqrt{3}.$$

ب- احسب إحداثيات D و E نقطتي تقاطع (S) و (Δ) .

ج- ماهي طبيعة المثلث ODE ؟ استنتج المسافة بين O و (Δ)

دورة 2011 (الموضوع 1)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

1) نعتبر النقط $A(1; 0; 2)$ ، $B(1; 1; 4)$ ، $C(-1; 1; 1)$

أ) أثبت أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(3; 4; -2)$ عمودي على كل من

الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ ثم استنتج معادلة للمستوي (ABC)

2) نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث:

$$(P_1): 3x + 4y - 2z + 1 = 0 \quad \text{و} \quad (P_2): 2x - 2y - z - 1 = 0$$

أ) بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع (P_1) و (P_2)

ج) تحقق أن النقطة $O(0; 0; 0)$ لا تنتمي إلى (Δ) .

د) احسب المسافتين $d(O; (P_1))$ و $d(O; (P_2))$

واستنتج المسافة $d(O; (\Delta))$

دورة 2011 (الموضوع 2)

I) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $A(1; 0; 0)$ ، $B(0; 2; 0)$ ، $C(0; 0; 3)$ و $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1\right)$

(D) المستقيم الذي يشمل A وشعاع توجيهه $\vec{u}(-1; 1; \frac{3}{2})$

و (Δ) المستقيم الذي يشمل C وشعاع توجيهه $\vec{v}(\frac{1}{2}; 1; -3)$

1) اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D) و (Δ)

ثم ادرس الوضع النسبي لهما.

2) بين أن: $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة لـ G ؟

3) عين شعاعا ناظما $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة له

4) احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

5) H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (D) .

أ) جد إحداثيات النقطة H .

ب) استنتج المسافة بين النقطة B والمستقيم (D) .

دورة 2010 (الموضوع 1)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $C(0;0;2)$ ، $B(0;1;0)$ ، $A(2;0;0)$

(1) بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامة.

(2) جد معادلة للمستوي (ABC)

(3) جد تمثيلا وسبطينا للمستقيم (BC) .

(4) (P) هو المستوي الذي معادلته: $2x + 2y + z - 2 = 0$

(أ) بين أن: (P) و (ABC) متقاطعان.

(ب) بين أن: (P) يشمل B و C ، ماذا تستنتج؟

(5) عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق:

$$\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}\|$$

دورة 2010 (الموضوع 2)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $C(0;-1;2)$ ، $B(2;1;3)$ ، $A(-1;2;1)$ والنكن

(P) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $AM = BM$

1- بين أن (P) هو المستوي الذي معادلته $3x - y + 2z - 4 = 0$

2- عيّن معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A ويوازي (P)

3- أ- اكتب تمثيلا وسبطينا للمستقيم (D) الذي يشمل C ويعامد (P)

ب- عيّن إحداثيات E نقطة تقاطع (Q) و (D) .

ج- احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (D) .

4- عيّن تمثيلا وسبطينا للمستوي (π) الذي يحوي المستقيم

ويعامد المستوي (P) ثم استنتج معادلة له.

دورة 2009 (الموضوع 1)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

المستويين (P_1) و (P_2) حيث $x + 2y - z - 2 = 0$ معادلة لـ (P_1)

$$(P_2) \text{ تمثيله الوسيطى } \begin{cases} x = 1 + 2\alpha + \beta \\ y = 1 + \alpha \\ z = 5 + \alpha + \beta \end{cases} \text{ و } (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$$

(1) اكتب معادلة للمستوي (P_2) .

(2) عيّن شعاعا ناظميا $\vec{n}_1 \perp (P_1)$ وشعاع ناظميا $\vec{n}_2 \perp (P_2)$

(3) بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

(4-أ) $A(3;1;1)$ نقطة من الفضاء ، عيّن المسافة d_1 بين

النقطة A و (P_1) والمسافة d_2 بين النقطة A و (P_2) .

(ب) استنتج المسافة d_3 بين النقطة A والمستقيم (Δ) تقاطع

المستويين (P_1) و (P_2) .

5-أ) عيّن تمثيلا وسبطينا للمستقيم (Δ) بدلالة λ حيث $\lambda \in \mathbb{R}$

(ب) M نقطة كيفية من (Δ) ، احسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا

ثانية المسافة بين A و (Δ) .

دورة 2009 (الموضوع 2)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(2;1;2)$ ، $B(0;2;-1)$ والمستقيم (D)

$$\text{ذو التمثيل الوسيطى } \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \text{ حيث } t \text{ عدد حقيقي.}$$

(1) أكتب تمثيلا وسبطينا للمستقيم (AB)

اثبت أن (D) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي .

(2) نعتبر المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي (D)

أ- بين أن الشعاع $\vec{n}(1;5;1)$ عمودي على المستوي (P) .

ب- اكتب معادلة للمستوي (P) .

ج- بين أن المسافة بين نقطة M من (D) والمستوي (P)

مستقلة عن موضع M .

د- عيّن تمثيلا وسبطينا لمستقيم تقاطع المستويين (P) و (yOz)

دورة 2008 (الموضوع 1)

$(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء .

نعتبر النقط $A(0, 2, 1)$ ، $B(-1, 1, -3)$ ، $C(1, 0, -1)$.

(1) أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C

وتشمل النقطة A .

(2) ليكن المستقيم (D) المعروف بالتمثيل الوسيطى:

$$\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \text{ حيث } t \text{ عدد حقيقي.}$$

(أ) اكتب معادلة للمستوي الذي يشمل C ويعامد (D) .

(ب) احسب المسافة بين النقطة C والمستقيم (D) .

(ج-ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من (D) و S ؟

دورة 2008 (الموضوع 2)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفين بالتمثيلين الوسيطيين

$$\begin{cases} x = 6 + \alpha \\ y = 1 - 2\alpha; \alpha \in \mathbb{R} \end{cases} \text{ على التوالي } \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2 + \frac{1}{2}\lambda; \lambda \in \mathbb{R} \\ z = -2 - 2\lambda \end{cases}$$

1- بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي

2- M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (Δ')

(أ) عين إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم

(MN) عموديا على كل من (Δ) و (Δ') .

(ب) احسب الطول MN .

3- عين معادلة للمستوي (P) الذي يشمل (Δ) ويوازي (Δ') .

4- احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') و (P) ما تلاحظ؟

بكالوريا ت أجنبية

بكالوريا تونس دورة 2009

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
نعتبر المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(-3; -1; -3)$
وشعاع توجيهه $\vec{u}(2; -2; -1)$ والمستقيم (D) ذو التمثيل

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{الوسيطي حيث } t \text{ عدد حقيقي.}$$

1- أ) بين أن (Δ) و (D) متعامدان وليسا من نفس المستوي.

ب) أكتب معادلة ديكراتية للمستوي الذي يحوي (Δ) ويوازي (D)

2- لتكن S مجموعة النقاط $M(x; y; z)$ نت الفضاء التي تحقق:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2z - 34 = 0$$

والمستوي (P) الذي معادلته $2x + y + 2z + 13 = 0$.

أ) برهن أن (S) سطح كرة عين مركزها C ونصف قطرها R

ب) بين أن (S) و (P) هودائرة مركزها A وعين نصف قطرها

ج) بين أن (D) مماس لـ (S) في نقطة B يطلب تعيينها.

3- أ) أحسب AB واستنتج أن النقطة C تنتمي للقطعة $[AB]$

ب) عين مستقيما عموديا على كل من المستقيمين (Δ) و (D)

بكالوريا المغرب دورة 2006

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقطة $A(1; -1; 3)$ والمستوي $(P): x - y + 3z = 0$

$$\begin{cases} x = t \\ y = -t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3t \end{cases} \quad \text{أ) تحقق أن تمثيل وسيطي للمستقيم (OA)}$$

ب) حدد معادلة للمستوي (Q) الذي يعامد المستقيم (OA) في A

ج) تحقق من أن (P) يوازي المستوي (Q) .

2. نعتبر سطح الكرة (S) المماس لـ (Q) في A والتي يقطعها

(P) وفق دائرة (Γ) التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{33}$

أ- بين أن $\Omega(a; b; c)$ مركز سطح الكرة (S) ينتمي إلى (OA)

ثم استنتج أن: $b = -a$ و $c = -3a$.

ب- بين أن: $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ واستنتج أن: $a - b + 3c = -11$

ج- استنتج احداثيات Ω مركز سطح الكرة (S) ونصف قطرها

بكالوريا فرنسا دورة 2006

في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ من الفضاء تعطى النقاط

$E(3; 2; -1)$ و $D(1; 0; -2)$ ، $C(3; 1; -3)$ ، $B(0; 4; -3)$ ، $A(2; 4; 1)$

بين - مع التعليل - صحة أو خطأ الجمل التالية :

1) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان.

2) معادلة ديكراتية للمستوي (ABC) هي: $2x + 2y - z - 11 = 0$

3) النقطة E المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

$$x = -1 + 2t$$

4) المستقيم (CD) ممثل وسيطيا بالجملة: $(t \in \mathbb{R})$: $y = -1 + t$

$$z = 1 - t$$

بكالوريا لبنان دورة 2006

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتي النقاط $A(2, 1, 3)$ ، $B(-3, -1, 7)$ ، $C(3, 2, 4)$.

1) بين أن النقاط A ، B و C ليست على استقامية.

$$x = -7 + 2t$$

2) ليكن المستقيم D تمثيله الوسيط: $t \in \mathbb{R}$: $y = -3t$

$$z = 4 + t$$

أ) بين أن المستقيم D عمودي على المستوي (ABC) .

ب) أعط معادلة ديكراتية للمستوي (ABC)

3) لتكن H النقطة المشتركة بين المستقيم D والمستوي (ABC)

أ) برهن أن H هو مرجح الجملة $\{(A, -2); (B, -1); (C, 2)\}$.

ب) عين طبيعة Γ_1 : مجموعة النقاط M من الفضاء حيث:

$$(\vec{MB} - \vec{MC}) \cdot (-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}) = 0 \text{ وإعطاء عناصرها المميزة}$$

ج) عين طبيعة Γ_2 : مجموعة النقاط M من الفضاء حيث:

$$\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$$

د) حدد الطبيعة والعناصر المميزة لـ $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$.

هـ) هل النقطة $S(-8, 1, 3)$ تنتمي إلى $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$ ؟

بكالوريا أمريكا الجنوبية دورة 2006

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتي النقاط

$D(2; 3; 4)$ و $C(-1, 2, -5)$ ، $B(0, 4, -5)$ ، $A(3, 1, -5)$

أجب بصحيح أو خاطئ دون تعليل

1) النقاط A ، B و C في استقامية.

2) المستقيم (AB) محتوي في المستوي الذي معادلته $x + y = 4$

3) معادلة ديكراتية للمستوي (DCB) هي: $8x - 9y - 5z + 11 = 0$

4) النقاط A ، B ، C و D تقع في مستو واحد.

5) سطح الكرة التي مركزها A ونصف قطرها 9 تمس

المستوي (DCB) .

$$x = 1 - 2k$$

6) تمثيل وسيطي للمستقيم (DB) هو: $k \in \mathbb{R}$: $y = \frac{7}{2} + k$

$$z = -\frac{1}{2} - 9k$$

الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي larbibelabidi@gmail.com