

بكالوريات شعبة علوم تجريبية

دورة 2013

(I) الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كمايلي:

$$g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$$

(1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج أنه، من أجل كل $x \in]-1; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كمايلي:

$$f(x) = x - \frac{1 - 2\ln(x+1)}{x+1}$$

(1-أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ فسر النتيجة هندسيا ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2-أ) بين أنه من أجل كل $x \in]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ب) أدرس اتجاه تغير f على $]-1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في

المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم تحقق أن $0 < \alpha < 0,5$.

(3-أ) بين أن المستقيم $(\Delta): y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ مماس

للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 . أ) احسب x_0 .

(ب) أرسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f)

(ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة

$$f(x) = x + m$$

دورة 2012

(I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$

$$f(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

(1-أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ فسر النتيجة هندسيا ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) بين أنه من أجل كل $x \in]-\infty; 0[$ ، $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أبين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x + 5$ هو

مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث:

$$-3,5 < \alpha < -3$$

$$-1,1 < \beta < -1$$

(5) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(6) أ- نعتبر النقطتين $A(-1; 3 + 6\ln\frac{3}{4})$ و $B(-5; \frac{5}{2} + 6\ln\frac{3}{4})$

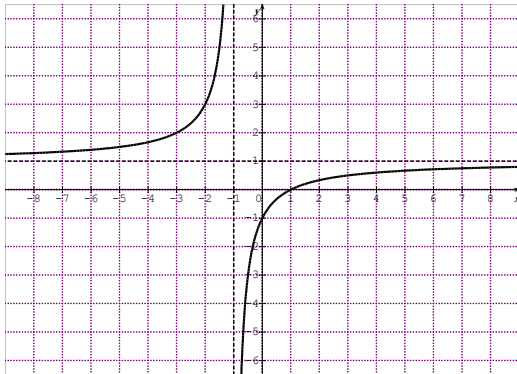
بين أن $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

ب- بين أن (AB) يمس (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيينها

دورة 2011

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

و (C_g) تمثيلها البياني (الشكل المقابل) بقراءة بيانية:



أ- شكل جدول تغيرات الدالة g

ب- حل بيانيا المتراجحة: $g(x) > 0$

ج- عين بيانيا قيم x التي من أجلها $0 < g(x) < 1$

(II) لتكن الدالة f والمعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(2) أ- بين أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$

ب- احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات f

ج-بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $x_0 \in]3,62; 3,63[$

د- أرسم المنحى (C_f) .

3-أ-باستعمال الجزء (I) السؤال ج ، عين إشارة العبارة

$$\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \text{ على المجال }]1; +\infty[.$$

دورة 2010

$$I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[\text{ لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة على المجال}$$

ب: $f(x) = 1 + \ln(2x - 1)$ و (C_f) تمثيلها البياني

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(2) بين أن f متزايدة تماما على I ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس

موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$.

(4) أثبت أنه من أجل كل x من I من $f(x) = \ln(x + a) + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحى

الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$. ثم ارسم (C) و (C_f) .

II) الدالة المعرفة على المجال I ب: $g(x) = f(x) - x$

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ ثم بين أن } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} g(x) = -\infty$$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) احسب $g(1)$ ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في

المجال $]1, 5; +\infty[$ حلا وحيدا α . تحقق أن $2 < \alpha < 3$.

ب) ارسم (C_g) منحى g على $]0, 5; 5[$ في المعلم السابق

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على I ثم حدّد ضعية (C_f) و (d)

(5) برهن أنه من أجل عدد حقيقي x من المجال $]1; \alpha[$ فإن:

$f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1; \alpha[$.

دورة 2009

I- h دالة معرفة على $]1; +\infty[$ ب: $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

$$1. \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1} h(x)$$

$$2. \text{ بين أنه من أجل كل } x \in]1; +\infty[\text{ : } h'(x) = \frac{1 + 2(x+1)^2}{x+1}$$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. احسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$.

II - f دالة معرفة على $]1; +\infty[$ كمايلي:

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1} \text{ نسمي } (C_f) \text{ تمثيلها البياني}$$

$$1. \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ وفسر النتيجة بيانيا.}$$

$$\text{ب) باستخدام النتيجة } \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty, \text{ برهن أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\text{ج) استنتج } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

د) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ واستنتج وجود مستقيم

مقارب مائل للمنحى (C_f) .

هـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

$$2. \text{ بين أنه من أجل كل } x \in]-1; +\infty[\text{ : } f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين أن (C_f) يقطع يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند

نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4. 4. أرسم (C_f) .

بكالوريات شعبة تقني رياضي

دورة 2013

I) g الدالة المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ كمايلي:

$$g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]1; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في حيث

$$0,31 < \alpha < 0,32 \text{ و أن } \ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2$$

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II- f الدالة المعرفة على $]1; +\infty[$ بالعبارة:

$$f(x) = (x+1)^2 + [2 - \ln(x+1)]^2 \text{ و } (C_f) \text{ تمثيلها البياني}$$

$$1- \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

$$2- \text{ بين أنه من أجل كل } x \in]-1; +\infty[\text{ : } f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$$

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

$$4- \text{ بين أن : } f(\alpha) = (\alpha+1)^2 [1 + (\alpha+1)^2]$$

ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5- مثل المنحى (C_f) على المجال $]1; 2[$.

III- (Γ) المنحى الممثل للدالة h المعرفة على $]1; +\infty[$

بالعبارة: $h(x) = \ln(x+1)$. A النقطة ذات الإحداثيتين

$(-1; 2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x .

1- أثبت أن المسافة AM تعطى بالعبارة: $AM = \sqrt{f(x)}$

2- الدالة k معرفة على المجال $]1; +\infty[$ ب: $k(x) = \sqrt{f(x)}$

أبين أن للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على $]1; +\infty[$.

ب- عين إحداثيتي النقطة B من (Γ) بحيث تكون المسافة

AM اصغر ما يمكن.

$$\text{ج- بين أن : } AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2 + 1}$$

I-g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + a + b \ln(x)$

1- عَيِّن العددين الحقيقيين a و b علما أن التمثيل البياني

للدالة g يقبل في النقطة $A(1; -1)$ مماسا معامل توجيهه 4.

2- نضع: $a = -2$ و $b = 2$.

(أ) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ب) بيِّن أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]0; +\infty[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II-f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 - \frac{2 \ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ج) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f

2- (أ) بيِّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x - 2$ مقارب لـ (C_f)

ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(ب) بيِّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ثم جد معادلة له

(ج) نأخذ $\alpha = 1,25$ بيِّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين

x_1 و x_2 حيث: $0,6 < x_1 < 0,7$ و $2,7 < x_2 < 2,8$.

ثم ارسم كلا من (Δ) و (T) و (C_f) .

3- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وحلول

المعادلة: $(m+2)x + 2 \ln(x) = 0$.

f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{a + b \ln(2x)}{4x^2}$

حيث a و b عدنان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني

(1) عَيِّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A(\frac{1}{2}; 1)$

للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

(2) g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1 + 2 \ln(2x)}{4x^2}$

(C_g) المنحنى الممثل لها في المعلم السابق.

(أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) حل في $]0; +\infty[$ المعادلة: $g(x) = 0$ (د) أنشئ (C_g) .

g دالة معرفة على $]1; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = 2x + \ln x$

(أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

(ج) بيِّن أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$: $g(x) \neq 0$.

$f(2)$ دالة معرفة على $]1; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{6 \ln x}{2x + \ln x}$

(أ) بيِّن أن: $f(x) = \frac{x}{2 + \frac{\ln x}{x}}$ (ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ماذا استنتج؟

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، شكّل جدول تغيرات f

(د) ما هي قيمة k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متمايزين

(هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي

فاصلتها 1. حيث (C_f) التمثيل البياني للدالة f .

(3) h دالة عددية معرفة على $]1; +\infty[$ بـ: $h(x) = f(e^x)$

واليك (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(أ) شكّل جدول تغيرات الدالة h .

(ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) لـ (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1

(ج) أرسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) و (C_h) في المعلم السابق.

بكالوريا ت شعبة الرياضيات

I-1- الدالة u معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $u(x) = e^x - 3x + 4 - e$

أ- أدرس اتجاه تغير الدالة u .

ب- بيِّن أنه، من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $e^x - e > 3x - 4$

2- الدالة v معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$v(x) = -3x^3 + 4x^2 - 1 + \ln x$$

أ- بيِّن أن: $v'(1) = 0$ (يرمز v' إلى المشتقة للدالة v)

ب- أثبت أنه، من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $v(x) \leq 0$

3-أبَيِّنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ $x \in]-1; 3]$ فَإِنَّ: $x - \ln(x+1) \geq 0$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) .

4 عَيِّنْ معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) والذي

يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

5 أرسم (T) ، (T') و (C_f) .

6 ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول

$$f(x) = x + m$$

دورة 2010

g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x - 1 - 2\ln x \text{ و } (C_g) \text{ المنحنى الممثل لها}$$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

2- أ) بَيِّنْ أَنَّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.

ب) ادرس تغيرات الدالة g . (ج) أحسب $g(1)$

د) برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلين مختلفين احدهما

$$\alpha \text{ حيث } 3,5 < \alpha < 3,6$$

هـ) استنتج اشارة $g(x)$ ثم اشارة $\left(\frac{1}{x}\right)$.

3-f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + x^2 \ln x ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ج- بَيِّنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ x مِنْ $]0; +\infty[$ فَإِنَّ $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$

واستنتج اتجاه تغير الدالة f . د- شكل جدول تغيرات الدالة f

$$\text{بَيِّنْ أَنَّ } f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha-1}{2\alpha^2} \text{ و استنتج حصرا للعدد } f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$$

4- أرسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0; 3]$

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com

ج- أثبت أنه ،من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$

3- أثبت أنه ،من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} \geq 0$

II-f- معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

2- بَيِّنْ أَنَّ f متزايدة تماما على $]0; +\infty[$ وشكل جدول تغيراتها

3- أحسب $f(1)$ ، ثم مثل المنحنى (C_f) على المجال $]0; 2,5[$

دورة 2012

I g دالة معرفة على $] -1; 3]$ ب: $g(x) = 2\ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

1 ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2 بَيِّنْ أَنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلين احدهما معدوم

والآخر α يحقق: $-0,8 < \alpha < -0,7$.

3 عَيِّنْ ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

4 h دالة عددية معرفة على $] -1; 3]$ ب: $h(x) = [g(x)]^2$

أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة كلا من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب) عَيِّنْ إشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

II f دالة عددية معرفة على $] -1; 3]$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases} \text{ و } (C_f) \text{ تمثيلها البياني}$$

1 بَيِّنْ أَنَّ الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر ، ثم أكتب

معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

2 أ- بَيِّنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ x مِنْ $]0; 3] \cup]-1; 0[$

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2} \text{ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة } f$$

ب- بَيِّنْ أَنَّ: $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

ج- أحسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f