BAC 2013

الهندسة في الفضاء

بكالوريات الشعب العلمية المشتركة

2012-2008

من إعداد: قليل محمد

التمرين رقم: 01 علوم تجريبية 2008

التمرين الثاني (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر المستوى (P) الذي معادلته :

$$x+2y-z+7=0$$

و النقط $A(2,0,1)$ و $B(3,2,0)$ و $C(-1,-2,2)$.

1 – تحقق أن النقط A ، B و C ليست على استقامية ، ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوى (ABC) هي : $y+2z-2=0$

2 – أ – تحقق أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان ، ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)مستقيم تقاطع (P)و (ABC) .

ب – احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

3 – لتكن G مرجح الجملة $\{(A,1),(B,\alpha),(C,\beta)\}$ حيث β,α عددان حقيقيان يحققان $1+\alpha+\beta\neq 0$ عين α حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ).

التمرين رقم: 02 علوم تجريبية 2008

التمرين الأول (03 نقط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك.

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط:

$A(1,3,-1)$ ، $B(4,1,0)$ ، $C(-2,0,-2)$ ، $D(3,2,1)$.

و المستوى (P) الذي معادلته: $x-3z-4=0$.

1) المستوى (P) هو: ج1) (BCD) ، ج2) (ABC) ، ج3) (ABD).

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو :

ج1) $\vec{n_1}(1,2,1)$ ، ج2) $\vec{n_2}(-2,0,6)$ ، ج3) $\vec{n_3}(2,0,-1)$

3) المسافة بين النقطة D و المستوى (P) هي :

ج1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

التمرين رقم: 03 رياضيات 2008

تمرين 2: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

لتكن النقط $A(0,2,1)$، $B(-1,1,-3)$، $C(1,0,-1)$.

1.أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C وتشمل النقطة A .

2.ليكن المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي:

$$\begin{cases} x=-1-\lambda \\ y=1+2\lambda \\ z=-3+2\lambda \end{cases}$$ حيث λ عدد حقيقي.

أ) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة C ويعامد المستقيم (D)

ب) أحسب المسافة بين النقطة C والمستقيم (D).

ج) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) وسطح الكرة S؟

التمرين رقم: 04 رياضيات 2008

تمرين 3: (4 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفين بالتمثيلين الوسيطيين الآتيين:

$\begin{cases} x=3+\lambda \\ y=2+\frac{1}{2}\lambda \\ z=-2-2\lambda \end{cases}$; $\lambda\in\mathbb{R}$ و $\begin{cases} x=6+\alpha \\ y=1-2\alpha \\ z=5+\alpha \end{cases}$; $\alpha\in\mathbb{R}$ على الترتيب .

1 – بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2 – M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (Δ') .

أ) عين إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (Δ') .

ب) احسب الطول MN.

3– عين معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ) و يوازي المستقيم (Δ') .

4– احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') و المستوي (P) . ماذا تلاحظ ؟

التمرين رقم: 05 تقني رياضي 2008

تمرين 2: (5 نقاط)

نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

$A(1,2,2)$ ، $B(3,2,1)$ ، $C(1,3,3)$ نقط من هذا الفضاء.

1/ برهن أن النقط A ، B ، C تعين مستو يطلب تعيين معادلته الديكارتية.

2/ نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرفين بمعادلتيهما الديكارتيتين :

$(P_1):\ x-2y+2z-1=0$

$(P_2):\ x-3y+2z+2=0$

بيّن أنّ (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ).

3/ بيّن أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ).

4/ بيّن أنّ الشعاع $\vec{u}(2,0,-1)$ هو أحد أشعة توجيه المستقيم (Δ).

5/ استنتج أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة:

$\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases}$ حيث $(k\in\mathbb{R})$

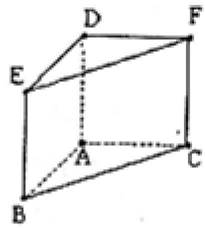
6/ لتكن M نقطة من المستقيم (Δ) ، أوجد قيمة الوسيط k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين، ثم استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

التمرين رقم: 06 تقني رياضي 2008

التمرين الثاني : (04 نقاط)

$ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A والمتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $r \in \mathbb{R}_+^*$.

(انظر الشكل)



1) يرمز I إلى منتصف $[AD]$ و J إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$. بيّن أنّ G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1),(C;1),(D;2),(E;1),(F;1)\}$ هو منتصف $[IJ]$

2) ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد المتجانس $(A;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD})$.

– عين إحداثيات النقط A ، B ، C ، D ، E ، F .

– عين مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 + 2MD^2 + ME^2 + MF^2 = 10r^2$$

التمرين رقم: 07 علوم تجريبية 2009

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط : $A(1;0;2)$ ، $B(0;2;1)$ ، $C(2;1;3)$

1) (P) مستو معادلة له من الشكل $x - z + 1 = 0$.

أ) بيّن أن المستوي (P) هو المستوي (ABC).

ب) ما طبيعة المثلث ABC.

2) أ) تحقّق من أن النقطة $D(2;3;4)$ لا تنتمي إلى (ABC).

ب) ما طبيعة $ABCD$.

3) أ) أحسب المسافة بين D و المستوي (ABC).

ب) أحسب حجم $ABCD$.

التمرين رقم: 08 علوم تجريبية 2009

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط:

$A(2;3;-1)$ ، $B(1;-2;4)$ ، $C(3;0;-2)$ ، $D(1;-1;-2)$.

و ليكن (π) المستوي المعرف بمعادلته الديكارتية : $2x-y+2z+1=0$.

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1. النقط A ، B، C في استقامية.
2. (ABD) مستوي معادلة ديكارتية له : $25x-6y-z-33=0$.
3. المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π).
4. المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1;1;-1)$.

التمرين رقم: 09 رياضيات 2009

تمرين 3: (5 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقطتين $A(2,1,2)$ و $B(0,2,-1)$ والمستقيم (D) ذو التمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x=2+3t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases} \quad \text{حيث } t\in\mathbb{R}$$

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

أثبت أنّ (D) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي.

2) نعتبر المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي المستقيم (D).

أ - بيّن أنّ الشّعاع $\vec{n}(1,5,1)$ عمودي على المستوي (P).

ب - اكتب معادلة للمستوي (P).

ج - بيّن أنّ المسافة بين نقطة M من (D) والمستوي (P) مستقلة عن موضع M.

د - عيّن تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستوي (P) مع المستوي (yoz).

التمرين رقم: 10 رياضيات 2009

تمرين 3: (4 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، المستويين (P_1) و (P_2) حيث

$x+2y-z-2=0$ معادلة للمستوي (P_1)

و $\begin{cases} x=1+2\alpha+\beta \\ y=1+\alpha \\ z=5+\alpha+\beta \end{cases}$; $(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$ تمثيل وسيطي للمستوي (P_2).

1) اكتب معادلة للمستوي (P_2).

2) عيّن شعاعا ناظميا $\vec{n}_1$ للمستوي (P_1) وشعاعا ناظميا $\vec{n}_2$ للمستوي (P_2).

3) بيّن أنّ المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

4) أ- $A(3,1,1)$ نقطة من الفضاء، عيّن المسافة d_1 بين النقطة A والمستوي (P_1) ثمّ المسافة d_2 بين A و (P_2).

ب- استنتج المسافة d_3 بين النقطة A والمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2).

5) أ- عيّن تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ عدد حقيقي.

ب- M نقطة كيفية من (Δ) ، احسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا ثانية المسافة بين A و (Δ).

التمرين رقم: 11 تقني رياضي 2009

التمرين الرّابع: (05 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

(Δ) مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي معطى بالجملة التالية: $t\in\mathbb{R}$; $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=-t+2 \\ z=t+1 \end{cases}$

P مستو معرّف بالمعادلة $x+3y+z+1=0$

عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل

1	A_1: النقطة $A(1,1,2)$ تنتمي إلى (Δ)	B_1: النقطة $B(-1,0,2)$ تنتمي إلى (Δ)	C_1: النقطة $C\left(0,\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ)
2	A_2: $\vec{u}\left(-1,\frac{1}{2},\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ)	B_2: $\vec{u'}(1,3,1)$ شعاع توجيه (Δ)	C_2: $\vec{u''}(3,1,0)$ شعاع توجيه (Δ)
3	A_3: (Δ) محتوى في P	B_3: (Δ) يقطع P	C_3: (Δ) يوازي P
4	A_4: المستوي Q_1 ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يعامد P	B_4: المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يعامد P	C_4: المستوي Q_3 ذو المعادلة $x-y+2z+5=0$ يعامد P
5	A_5: المسافة بين النقطة $D(1,1,1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	B_5: المسافة بين النقطة $O(0,0,0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	C_5: المسافة بين النقطة $(1,3,0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$

التمرين رقم: 12 تقني رياضي 2009

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(1,1,2)$ ، $B(-1,0,-2)$ $C(-1,0,-6)$

بيّن أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA^2-MB^2=1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB) نرمز له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له.

2. لتكن S مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$ برهن أنّ S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ωونصف قطرها R

3. G نقطة من الفضاء معرّفة بالعلاقة: $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

أ) عيّن إحداثيات G ثمّ تأكد أنها تنتمي إلى S.

ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G.

التمرين رقم: 13 علوم تجريبية 2010

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A\left(1;1;0\right)$، $B\left(2;1;1\right)$ و $C\left(-1;2;-1\right)$.

1) أ) بين أن النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$(P):\ x+2y-3z+1=0$ و $(Q):\ 2x+y-z-1=0$

والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F\left(0;4;3\right)$ و $\vec{u}\left(-1;5;3\right)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

التمرين رقم: 14 علوم تجريبية 2010

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته: $x-2y+z+3=0$.

1) نذكّر أنّ حامل محور الفواصل $\left(O;\vec{i}\right)$ يعرف بالجملة $\begin{cases}y=0\\z=0\end{cases}$.

- عيّن إحداثيات A نقطة تقاطع حامل $\left(O;\vec{i}\right)$ مع المستوي $(\mathcal{P})$.

2) B و C النقطتان من الفضاء حيث: $B\left(0;0;-3\right)$ و $C\left(-1;-4;2\right)$.

أ - تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - احسب الطول AB.

جـ - احسب المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathcal{P})$.

3) أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ).

جـ - احسب مساحة المثلث ABC.

التمرين رقم: 15 رياضيات 2010

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A\left(2,0,0\right)$ و $B\left(0,1,0\right)$ و $C\left(0,0,2\right)$.

1) بيّن أن النقط A و B و C ليست في استقامية.

2) جد معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC).

4) (P) المستوي الذي معادلته: $2x+2y+z-2=0$.

أ) بيّن أن: (P) و (ABC) متقاطعان.

ب) بيّن أن: (P) يشمل B و C، ماذا تستنتج ؟

5) عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

التمرين رقم: 16 رياضيات 2010

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-1;2;1)$ ، $B(2;1;3)$ ، $C(0;-1;2)$ ، ولتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $AM=BM$.

1- بيّن أنّ (P) هو المستوي الذي معادلته: $3x-y+2z-4=0$.

2 – عيّن معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A ويوازي (P).

3- أ – اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل C ويعامد (P).

ب – عيّن إحداثيات E نقطة تقاطع (Q) و (D).

جـ – احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (D).

4- عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (Π) الذي يحوي المستقيم (AC) ويعامد المستوي (P)، ثم استنتج معادلة له.

التمرين رقم: 17 تقني رياضي 2010

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النّقطتين $A(3;-1;2)$ و $B(1;2;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته $x-2y+3z-7=0$.

1/ عيّن إحداثيات النقطة G مرجح النّقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب.

2/ عيّن طبيعة وعناصر (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=4$.

3/ أ– اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النّقطة G ويعامد المستوي (P) .

ب– عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و (Δ) .

جـ – احسب المسافة بين G و المستوي (P).

4/ نعرّف المستوي (P') بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=t+2\lambda \\ z=2-t+2\lambda \end{cases}$ حيث t و λ عددان حقيقيان

أثبت أنّ (P) و (P') متقاطعان واكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما.

التمرين رقم: 18 تقني رياضي 2010

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين:

$A(3;-2;2)$ ، $B(0;4;-1)$.

1) اكتب معادلة للمستوي (p_1) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي له.

2) (p_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويعامد المستوي (p_1).

أ– بيّن أن $\vec{v}(1;1;1)$ شعاع ناظمي لــ (p_2).

ب– اكتب معادلة لــ (p_2).

3) نعتبر النقطتين C و D حيث $C(6;1;5)$ و D معرفة بـ: $\overrightarrow{CD}(0;-3;-6)$.

أ– بين أن المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته.

ب– بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD).

جـ– احسب حجم رباعي الوجوه $ACDB$.

التمرين رقم: 19 علوم تجريبية 2011

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، المستوي $(\mathscr{P})$ الذي يشمل النقطة $A\left(1;-2;1\right)$ و $\vec{n}\left(-2;1;5\right)$ شعاع ناظمي له ؛ وليكن $(\mathscr{Q})$ المستوي ذا المعادلة $x+2y-7=0$.

1. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathscr{P})$.
2. أ - تحقّق أنّ النقطة $B\left(-1;4;-1\right)$ مشتركة بين المستويين $(\mathscr{P})$ و $(\mathscr{Q})$.
   ب - بيّن أنّ المستويين $(\mathscr{P})$ و $(\mathscr{Q})$ متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطيّ له.
3. لتكن النقطة $C\left(5;-2;-1\right)$
   أ - احسب المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathscr{P})$ ثمّ المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathscr{Q})$.
   ب - أثبت أنّ المستويين $(\mathscr{P})$ و $(\mathscr{Q})$ متعامدان.
   جـ - استنتج المسافة بين النقطة C والمستقيم (Δ).

التمرين رقم: 20 علوم تجريبية 2011

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A\left(0;1;5\right)$ ، $B\left(2;1;7\right)$ و $C\left(3;-3;6\right)$.

1. أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}\left(1;-4;-1\right)$ شعاع توجيه له.
   ب - تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ).
   جـ - بيّن أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ متعامدان.
   د - استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).
2. نعتبر النقطة $M\left(2+t;1-4t;7-t\right)$ حيث t عدد حقيقي ؛ ولتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(t)=AM$
   أ - اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t.
   ب - بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي t ؛ $h'(t)=\dfrac{18t}{\sqrt{18t^2+8}}$.
   جـ - استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AM أصغر ما يمكن.
   - قارن بين القيمة الصغرى للدالة h، و المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

التمرين رقم: 21 رياضيات 2011

التمرين الثاني: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

1 / نعتبر النقط $A\left(1;0;2\right)$ ، $B\left(1;1;4\right)$ ، $C\left(-1;1;1\right)$

أ/ أثبت أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا.

ب/ بيّن أن الشعاع $\vec{n}\left(3;4;-2\right)$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2 / نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث: $(P_1):3x+4y-2z+1=0$ و $(P_2):2x-2y-z-1=0$.

أ/ بيّن أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

ب/ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2).

ج/ تحقّق أن النقطة $O(0;0;0)$ لا تنتمي إلى (Δ).

د/ احسب المسافتين $d\left(O;(P_1)\right)$ و $d\left(O;(P_2)\right)$ واستنتج المسافة $d\left(O;(\Delta)\right)$

التمرين رقم: 22 رياضيات 2011

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;0;0)$، $B(0;2;0)$، $C(0;0;3)$ و $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)$

(D) المستقيم الذي يشمل النقطة A وشعاع توجيهه $\vec{u}\left(-1;1;\frac{3}{2}\right)$ و (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة C وشعاع توجيهه $\vec{v}\left(\frac{1}{2};1;-3\right)$

1- اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D) و (Δ) ثم ادرس الوضع النسبي لهما.

2- بين أن: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة G؟

3- عين شعاعا ناظميا $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة له.

4- احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC).

5- H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (D).

أ) جد إحداثيات النقطة H.

ب) استنتج المسافة بين النقطة B والمستقيم (D).

التمرين رقم: 23 تقني رياضي 2011

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط A، B، C و D حيث:

$\overrightarrow{AD}(1;5;2)$ ، $\overrightarrow{BD}(0;7;3)$ ، $\overrightarrow{CD}(1;-3;7)$ و $C(2;8;-4)$

1/ بيّن أن النقط A، B، D تعيّن مستويا.

2/ بيّن أن المستقيم (CD) يعامد المستوي (ABD)

3/ I المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

أ) بيّن أن المستقيم (AB) يعامد المستوي (CDI)

ب) عيّن معادلة للمستوي (CDI) واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ج) استنتج إحداثيات النقطة I

4/ احسب الأطوال DI، CD، AB واستنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(مساحة رباعي الوجوه = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع)

التمرين رقم: 24 علوم تجريبية 2012

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة: $14x+16y+13z-47=0$ ، و النقط $A(1;-2;5)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-1;3;1)$.

1) أ – تحقق أنّ النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب – بيّن أنّ المستوي (ABC) هو (P).

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

3) أ – اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

ب – تحقق أنّ النقطة $D\left(-1;-2;\frac{1}{4}\right)$ تنتمي إلى المستوي (Q).

جـ – احسب المسافة بين النقطة D و المستقيم (AB).

التمرين رقم: 25 علوم تجريبية 2012

التمرين الثاني: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)$، نعتبر النقط $A\left(\ \ 1;0;1\right)$ ، $B\left(2;1;0\right)$ و $C\left(1;-1;0\right)$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا.

2) بيّن أنّ $2x-y+5z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) D و H نقطتان من الفضاء حيث: $D\left(2;-1;3\right)$ و $H\left(\frac{13}{15};-\frac{13}{30};\frac{1}{6}\right)$.

أ‌- تحقّق أنّ النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (ABC).

ب بيّن أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

جـ- استنتج أنّ المستويين (ADH) و (ABC) متعامدان، ثم جد تمثيلا وسيطيا لتقاطعهما.

التمرين رقم: 26 رياضيات 2012

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(3;0;0)$، $B(0;4;0)$ و $C(2;2;2)$.

1) بيِّن أن النقط A، B، C ليست في استقامية وأن الشعاع $\vec{n}(4;3;\ \ 1)$ عمودي على كل من الشعاعين: $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقط A، B، C.

3) أ بيِّن أنّ: $6x-8y+7=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $AM=BM$.

ب- بيِّن أنّ: $2x-4y-4z+3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P'') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $AM=CM$.

جـ- بيِّن أن (P') و (P'') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

4) احسب إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

التمرين رقم: 27 رياضيات 2012

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(1;1;1)$، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$.

1) بيّن أن النقط A ، B و C تعين مستويا (P_1) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

2) (P_2) المستوي الذي: $x-2y-2z+6=0$ معادلة ديكارتية له.

- بيّن أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3) بيّن أن النقطة O هي مرجح الجملة: $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$.

4) أ- عيّن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{3}$.

ب- احسب إحداثيات D و E نقطتي تقاطع (S) و (Δ).

جـ- ما هي طبيعة المثلث ODE؟ ثم استنتج المسافة بين O و (Δ).

التمرين رقم: 28 تقني رياضي 2012

التمرين الرابع: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) المستوي الذي يشمل النقطة $A\left(2;-5;2\right)$ و $\vec{n}\left(-2;1;5\right)$ شعاع ناظمي له.

(Q) المستوي الذي: $x+2y-2=0$ معادلة له.

1- عيِّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2- بيِّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.

3- عيِّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)، تقاطع المستويين (P) و (Q).

4- أ) احسب d_1 المسافة بين النقطة $K\left(3;3;3\right)$ والمستوي (P) و d_2 المسافة بين النقطة K والمستوي (Q).

ب) استنتج d المسافة بين النقطة K والمستقيم (Δ).

5- احسب المسافة d بطريقة ثانية.

التمرين رقم: 29 تقني رياضي 2012

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. (P) المستوي الذي:

$-4x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية له و (D) المستقيم الذي: $k\in\mathbb{R}$ ، $\begin{cases} x=k \\ y=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}k \\ z=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}k \end{cases}$ تمثيل وسيطي له.

1- تحقق أنّ المستقيم (D) محتوى في المستوي (P).

2- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A\left(1;1;0\right)$ و $\vec{u}\left(4;1;3\right)$ شعاع توجيه له.

ب) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

3- بيّن أنّ : $3x-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ).

4- $M\left(x;y;z\right)$ نقطة من الفضاء.

أ) احسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q).

ب) أثبت أنّ مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين متعامدين (P_1) و (P_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما.

5- عين مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء التي إحداثياتها حلول للجملة الآتية: $\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ 3x-4z-3=0 \\ x+3y+4z+2=0 \end{cases}$.