BAC 2013

الدوال اللوغاريتمية

بكالوريات الشعب العلمية المشتركة

2012-2008

من إعداد: قليل محمد

التمرين رقم:1 بكالوريا 2009 علوم تجريبية (7نقاط)

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to -1} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$
   و استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.
3. أحسب $h(0)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .
   ب) باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن أن $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$.
   جـ) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
   د) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
   هـ) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.
2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
3. بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة y=2 عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و3,4 .
4. أرسم (C_f).
5. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :
   $y=x-1$ ؛ $x=0$ و $x=1$.

التمرين رقم:2 بكالوريا 2009 تقني رياضي (7نقاط)

1. g دالة معرّفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x+\ln x$
   أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.
   ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g.
   ج) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ فإن $g(x)\neq 0$.
2. لتكن f دالة معرّفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{6\ln x}{2x+\ln x}$
   أ) بيّن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\dfrac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x\in[1,+\infty[$.
   ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟
   ج) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f
   د) شكل جدول تغيّرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين؟
   هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث $(\mathcal{C}_f)$ يرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
3. نعتبر الدّالة h المعرّفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=f(e^x)$ و $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.
   أ) شكل جدول تغيّرات الدّالة h.
   ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى $(\mathcal{C}_h)$ عند النقطة التي فاصلتها 1.
   ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_h)$ في نفس المعلم السابق.

التمرين رقم: 3 بكالوريا 2010 تسيير و اقتصاد (4 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(\ln(x))^2+2\ln(x)-3$

و (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري)

1) أ) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة: $f(x)=0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب) حلّل $f(x)$ إلى جداء عاملين.

ج) حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة : $2\ln(x)+2\geq 0$

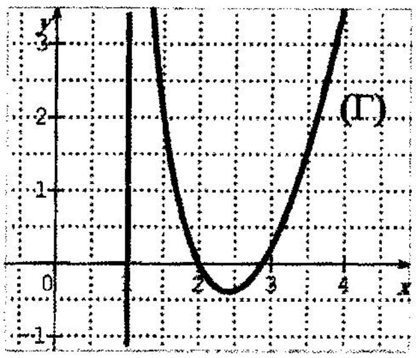
2) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) بيّن أن المنحنى (c_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

التمرين رقم:4 بكالوريا 2010 تسيير و اقتصاد (9نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$

($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري). (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي:



1) بقراءة بيانية ، عيّن عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

2) احسب $g(2)$.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث :
$2,87<\alpha<2,88$.

4) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $]1;+\infty[$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:
$f(x)=x-3+4\dfrac{\ln(x-1)}{x-1}+\dfrac{5}{x-1}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ - أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$. (لاحظ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$)

ب - احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

جـ - بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د - أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f).

هـ - ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم(Δ).

2) أ - بيّن أنّه من أجل كل عدد x من المجال $]1;+\infty[$ لدينا:

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، (f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ب - استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)=3,9$)

4) أ - عين مشتقة الدالة: $x\mapsto[\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

ب - احسب: $\int_2^5 f(x)dx$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

التمرين رقم:5 بكالوريا 2010 علوم تجريبية (10 نقاط)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^{>}} f(x)$.

2) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عيّن فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث: a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية ln ثم ارسم (C) و (C_f) .

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^{>}} g(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α.

تحقق أن $2<\alpha<3$.

ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right]$ في المعلم السابق.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d).

5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فإن: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n=1+2\ln3-3\ln2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين رقم:6 بكالوريا 2010 رياضيات (7 نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-1-2\ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول هي $4cm$.

1- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2- أ - بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

ب- ادرس تغيرات الدالة g.

جـ- احسب $g(1)$.

د- برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما α حيث: $3,5<\alpha<3,6$

هـ- استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$.

3) f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=-x^2+x+x^2\ln x \quad ; \quad x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \dfrac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ- بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=xg\left(\frac{1}{x}\right)$، واستنتج اتجاه تغير الدالة f.

د- شكل جدول تغيرات الدالة f، بين أن: $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\dfrac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

4- ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0;3]$.

التمرين رقم:7 بكالوريا 2010 رياضيات مكفوفين (10 نقاط)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بــ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}} f(x)$.

2) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I.

3) عيّن فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$، ثم اكتب معادلة له.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث: a، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$

(لا يطلب رسم (C) و (C_f)).

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}} g(x)$ ثم بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I، ثم حدّد القيمة الحدّية لها.

3) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α.

تحقق أن $2<\alpha<3$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d).

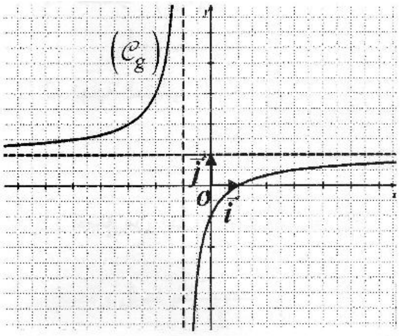
5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$، $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n=1+2\ln3-3\ln2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين رقم:8 بكالوريا 2011علوم تجريبية (7 نقاط)



التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

و $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الشكل المقابل) ، **بقراءة بيانية:**

أ - شكل جدول تغيرات الدالة g.

ب - حل بيانيا المتراجحة $g(x)>0$.

جـ - عيّن بيانيا قيم x التي يكون من أجلها $0<g(x)<1$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

2. أ - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

ب - احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ - باستعمال الجزء **I)** السؤال **جـ -** ، عيّن إشارة العبارة $\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب - α عدد حقيقي.

بيّن أنّ الدالة $x\mapsto(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$.

جـ - تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x)=1-\dfrac{2}{x+1}$ ثم عيّن دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

التمرين رقم:9 بكالوريا 2011 رياضيات(7 نقاط)

1/ g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=x^2+\ln x^2-1$

أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$

2/ f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=(1-\dfrac{1}{x^2})\ln x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ/ بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ وأن: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$.

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ (δ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

– ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (δ) ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج ؟

– ارسم (δ) و (C_f).

3/ أ/ x عدد حقيقي من المجال $]1;+\infty[$، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{t^2}\ln t\,dt$

– تحقق أن: $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln x$ على المجال $]1;+\infty[$.

– استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

ب/ α عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

احسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}A(\alpha)$

التمرين رقم:10 بكالوريا 2011 تقني رياضي (6 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{a+b\ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2/ g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

أ) احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\underset{>}{\to}0} g(x)$ ، فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

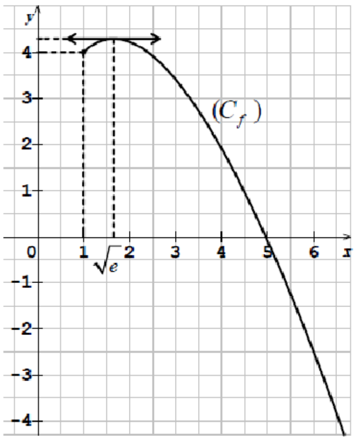
ج) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$.

د) أنشئ (C_g).

3/ أ) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=\frac{1+\ln 2x}{2x}$. احسب $h'(x)$.

ب) تحقّق أن: $g(x)=\frac{1}{4x^2}+\frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

التمرين رقم:11 بكالوريا 2012 تسيير و اقتصاد (6 نقاط)



التمرين الرابع: (06 نقاط)

التمثيل البياني (C_f) المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=ax+b+cx\ln x$ حيث c,b,a أعداد حقيقية.

1) خمّن بقراءة بيانية اتجاه تغير f ونهاية f عند $+\infty$.

2) أ- أحسب بدلالة a و c عبارة $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f على $]1;+\infty[$.

ب- باستعمال معطيات في الشكل، وعلما أن $f(5)=16-10\ln 5$.

-بيّن أنّ: $f(x)=3x+1-2x\ln x$.

جـ- تحقق من صحة تخمينك في السؤال 1، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) بيّن أنّ المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]1;+\infty[$، ثم تحقق أن $4,95<\alpha<4,96$.

4) نعرف العدد الحقيقي S كما يلي: $S=\int_1^{\alpha} f(x)dx$ (حيث α هو حل المعادلة $f(x)=0$).

أ- بيّن أن الدالة: $g: x\mapsto 2x^2+x-x^2\ln x$ دالة أصلية للدالة f على $]1;+\infty[$.

ب- أعط تفسيرا هندسيا للعدد S، ثم احسبه بدلالة α .

جـ- بيّن أن: $S=\frac{1}{2}\alpha(\alpha+1)-3$ ، ثم استنتج حصرا للعدد S .

التمرين رقم:12 بكالوريا 2012 علوم تجريبية (7 نقاط)

لتكن f الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي: $f(x)=x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$ ، $f'(x)=\frac{x^2-x-6}{x(x-1)}$.

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين α و β حيث $-3{,}5<\alpha<-3{,}4$ و $-1{,}1<\beta<-1$.

5) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

6) أ- نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$.

بيّن أن $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

ب- بيّن أنّ المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثيتيها.

7) لتكن g الدالة المعرّفة على $]-\infty;0[$ كما يلي: $g(x)=\frac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)+6\ln(1-x)$.

بيّن أنّ g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

التمرين رقم:13 بكالوريا 2012 علوم تجريبية (8نقاط)

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي : $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$.

1) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) بيِّن أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α يحقق: $-0,8<\alpha<-0,7$.

3) عيِّن، حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ: $h(x)=[g(x)]^2$.

أ- احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب- عيّن إشارة $h'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة h.

II) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)}\ ;\ x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيِّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$، ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$.

جـ- احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ- بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;3]$ فإن: $x-\ln(x+1)\geq 0$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T).

4) عيّن معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) ارسم (T)، (T') و (C_f).

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

التمرين رقم: 14 بكالوريا 2012 رياضيات (8 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي : $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$.

1) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α يحقق: $-0,8<\alpha<-0,7$.

3) عيّن، حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ: $h(x)=[g(x)]^2$.

أ- احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب- عيّن إشارة $h'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة h.

II) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)}\,;\,x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$.

جـ- احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ- بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;3]$ فإن: $x-\ln(x+1)\geq 0$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T).

4) عيّن معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) ارسم (T) ، (T') و (C_f).

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

التمرين رقم:15 بكالوريا 2012 تقني رياضي (7 نقاط)

I- g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+a+b\ln(x)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1- عيّن a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4.

2- نضع $a=-2$ و $b=2$.

أ) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II- f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $f'(x)$، ثم تحقق أنّ: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ج) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2- أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب لـ (C_f)، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

ب) بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ)، ثم جد معادلة له.

ج) نأخذ $\alpha=1,25$. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث:

$0,6<x_1<0,7$ و $2,7<x_2<2,8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f).

3- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2\ln(x)=0$.