BAC 2013

الدوال الأسية

بكالوريات الشعب العلمية المشتركة

2012-2008

من إعداد: قليل محمد

التمرين رقم :1 بكالوريا 2008 علوم تجريبية (7.5 نقاط)

I – نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يأتي :

$$f(x)=(ax+b)\,e^{-x}+1$$

حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ وحدة الطول $1cm$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II – نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=(-x-1)\,e^{-x}+1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسر هذه النتيجة بيانيا.(نذكّر أن $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها.

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ) ارسم (C_g).

و) H الدالة العددية المعرفة على $]-2,+\infty[$ كما يأتي: $H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان

عيّن α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x\mapsto g(x)-1$

استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0.

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يأتي:

$$k(x)=g\left(x^2\right)$$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين رقم:2 بكالوريا 2008 رياضيات (7نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\frac{4}{e^x+1}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\,;\,\vec{i},\vec{j})$.

1 – ادرس تغيرات الدالة f .

2 – بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω .

– اثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى C_f .

3– احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

– استنتج أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما .

4– بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2,77\,;\,-2,76[$.

– احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تُدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم C_f ومستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\frac{4}{e^x+1}$. C_g منحنى الدالة g .

1– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x)=f(-x)$.

– استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول C_f إلى C_g .

2– أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g) .

التمرين رقم:3 بكالوريا 2009 تقني رياضي(7نقاط)

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+\frac{2}{e^x+1}$

ليكن $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $f(x)+f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثمّ استنتج أنّ النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$
2. ادرس تغيّرات الدّالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ استنتج جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$.
3. بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ عند $+\infty$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ عند $-\infty$.

4. بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7<\alpha<-1,6$
5. ارسم $(\mathscr{C}_f)$ من أجل $x\in\mathbb{R}$
6. بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)=x+\frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$
7. احسب $\mathscr{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ والمستقيمات ذات المعادلات : $y=x+2$ و $x=0$ و $x=\alpha$

بيّن أنّ $\mathscr{A}(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثمّ استنتج حصرا للعدد $\mathscr{A}(\alpha)$

التمرين رقم:4 بكالوريا 2010 علوم تجريبية (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0\,;\,\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1,4<\beta<-1,3$

ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

جـ) ارسم (Δ)، (Δ') ثم المنحنى (C_f).

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x}=m$.

التمرين رقم:5 بكالوريا 2010 رياضيات (7نقاط)

I- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(3-x)e^{x}-3$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $2,82<\alpha<2,83$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}-1} \; ; \; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ ، اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O.

2) أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{3}e^{-x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل $x\neq 0$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^{2}}{(e^{x}-1)^{2}}g(x)$.

ج) تحقق أن $f(\alpha)=\alpha^{2}(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

3) احسب $f(x)+x^{3}$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^{3}$

بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x^{3}\right]=0$ وفسر النتيجة هندسيا.

4) أنشئ في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f).

التمرين رقم:6 بكالوريا 2010 رياضيات مكفوفين(7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^{x}-1}$.

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها.

3) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب $y=x$ و $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0\;;\;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1,4<\beta<-1,3$

ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي (Δ)؟

6) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^{*}$ فإن: $\dfrac{1}{e^{x}-1}=\dfrac{e^{-x}}{1-e^{-x}}$.

ب) ناقش جبريا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

التمرين رقم:7 بكالوريا 2010 تقني رياضي (7 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$
2. احسب نهايات الدّالة f عند أطراف مجالات تعريفها.
3. بيّن أنّ f متزايدة تماما على كلّ مجال من مجالي تعريفها ثمّ شكل جدول تغيراتها.
4. أ - (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\frac{4}{3}$.

بيّن أنّ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثمّ حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب - بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9<x_0<0,91$

و $-1,66<x_1<-1,65$

جـ - احسب من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$.

فسّر النتيجة هندسيا.

د - ارسم (D) و (D') و (C_f) .

هـ - m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

5. نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيّرات الدّالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين رقم:8 بكالوريا 2011 تسيير و اقتصاد (8 نقاط)

1) لتكن f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=e^{2x}-e^x-x-2$

أ. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$. (نقبل أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^{2x}}=0$)

ب. بيّن أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأنّ دالتها المشتقة f' تحقق:

$$f'(x)=(e^x-1)(2e^x+1)$$

جـ. ادرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

2) (C) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $]-\infty;1]$

أ. بيّن أنّ المستقيم (d) الذي معادلته $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d).

ب. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-2,11<\alpha<-2,10$

و $0,81<\beta<0,82$ وفسّر النتيجة هندسيا.

جـ. ارسم المستقيم (d) والمنحنى (C) .

3) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty;1]$

التمرين رقم: 9 بكالوريا 2011 علوم تجريبية (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^x-ex-1$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ - احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس إشارتها.

جـ - شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2. أ - بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب - اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

جـ - بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1,75\,;\,1,76[$ حلا وحيدا α.

د - ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty;2]$.

3. أ - احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=\alpha$.

ب - أثبت أنّ : $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحات).

التمرين رقم:9 بكالوريا 2011 رياضيات (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(3x+4)e^x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ أ) احسب f'، f'' ثم برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن:

$f^{(n)}(x)=(3x+3n+4)e^x$ حيث: f'، f''، ...، $f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f

ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية : $y''=(3x+16)e^x$

2/ أ) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3/ أ) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$.

ب) بين أن ω هي نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

جـ) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty;0]$.

4/ أ) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^t dt$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\frac{4}{3}$

احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=-\frac{4}{3}$ و $x=\lambda$ ، ثم جد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$

التمرين رقم: 10 بكالوريا 2011 تقني رياضي (7.5 نقطة)

أ) f الدّالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس تغيّرات الدّالة f.

2- عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3- بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4- لتكن g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x$.

أ- ادرس تغيّرات الدّالة g.

ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7<\alpha<2,8$

5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f).

ب) (U_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

1- باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثّل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.

2- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإن: $1\leqslant U_n<\alpha$.

3- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متزايدة تماما.

4- استنتج أن (U_n) متقاربة و بيّن أنّ: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=\alpha$.

التمرين رقم:11 بكالوريا 2012 تسيير و اقتصاد(6 نقاط)

التمرين الثاني: (06 نقاط)

جدول التغيرات المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)e^{1-x}$

x	1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$		e	
	0		0

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي: $y=-x+3$.

2) g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=x\,e^{1-x}+1$.

أ- أُدرس اتجاه تغيّر الدالة g .

ب- أُحسب $g(1)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

3) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=(x+1)e^{1-x}+x-3$.

أ- لاحظ أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $h(x)=f(x)+x-3$ ، ثم استنتج أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$.

ب- بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$، $h'(x)-g(x)$ ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة h.

جـ- تحقق أنّ المعادلة: $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1;+\infty[$ يطلب تعيينه.

د- حدّد إشارة $h(x)$ ، ثمّ استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

هـ- أنشئ كلا من المماس (Δ) والمنحنى (C_f).

التمرين رقم:12 بكالوريا 2012 علوم تجريبية (7 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-xe^{x}$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g، ثم شكل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α على المجال $[-1;+\infty[$.

ب- تحقق أنّ $0,5<\alpha<0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

ب- أنشئ (Δ) و (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(ax+b)e^{x}$.

أ-عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{x}$ على $\mathbb{R}$.

ب-استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

التمرين رقم: 13 بكالوريا 2012 رياضيات (8 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-xe^x$.

1) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن: $0,8<\alpha<0,9$.

3) عيّن، حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{2x+2}{e^x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (وحدة الطول $2cm$).

1) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- بيّن أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f).

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ)، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=\alpha$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5- ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f).

6- ناقش، بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

III) (U_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=f(U_n)$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le U_n<\alpha$.

2) باستعمال (Δ) و (C_f) مثّل على محور الفواصل الحدود: U_0 ، U_1 و U_2، ثم خمّن اتجاه تغير (U_n).

3) برهن أن المتتالية (U_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.

التمرين رقم: 14 بكالوريا 2012 تقني رياضي (7 نقاط)

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = -4+(4-2x)e^x$.

1- ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $1,59 < \alpha < 1,60$.

3- استنتج إشارة $g(x)$.

II f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{2x-2}{e^x - 2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$).

1- بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

ج) احسب $f(1)$، ثم استنتج، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3- أ) بيّن أنّ: $f(\alpha) = -1+\dfrac{1}{\alpha - 1}$، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

ج) ارسم (C_f).

4- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)(e^x - 2x) = 2x - 2$.

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = -[f(x)]^2$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h.