

$f$  دالة معرفة على المجال  $I = ]-1; 0[ \cup ]0; +\infty[$  بـ  $f(x) = \ln \frac{x^2}{x+1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ . ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  وفسر النتائج بيانياً.

(2) بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق على  $I$  و  $f'(x) = \frac{x+2}{x(x+1)}$ .

(3) أ) استنتج من جدول التغيرات أن المعادلة  $f(x) = k$  تقبل حلين مختلفين في الإشارة على المجال  $I$  ( $k \in \mathbb{R}$ ).  
ب) بين أنه إذا كان  $f(\alpha) = f(\beta)$  فإن  $\alpha + \beta + \alpha\beta = 0$  مع  $\alpha$  و  $\beta$  عددين مختلفين من  $I$ .

ج) احسب  $f\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$  ثم استنتج فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل.

(4) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(\Delta)$  يعامد المستقيم الذي معادلته  $3y = -2x$ ، يطلب تعيين معادلته.

(5) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ ، ماذا يمكن القول عن  $(C_f)$  و  $(\Gamma)$ ؟ حيث  $(\Gamma)$  التمثيل البياني للدالة "ln".

(6) حدد وضعية  $(C_f)$  و  $(\Gamma)$  ثم ارسم  $(\Gamma)$ ،  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

### التمرين الثاني:

الجزء 1: ادرس تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(t) = e^t - t - 1$

- ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ ؟

2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $t$ ،  $e^t \geq t + 1$  و  $e^t > t$

الجزء 2: نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = x^2 - 2 \ln(e^x - x)$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = x^2 - 2x - 2 \ln(1 - xe^{-x})$

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  (نقبل أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$ )

2. أ- اشرح لماذا  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$ . ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{2(x-1)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها. (نقبل أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ )

3. في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة: 3cm)، نعتبر القطع المكافئ  $P$  الذي معادلته  $y = x^2 - 2x$

و  $(C)$  المنحني الممثل للدالة  $f$ .

أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x^2 - 2x) = 0$ . فسر النتيجة هندسياً.

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين  $P$  و  $(C)$ .

4. عين معادلة لكل من المماسين  $D$  و  $D'$  على الترتيب للمنحنيين  $P$  و  $(C)$  عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. ارسم في نفس المعلم المماسين  $D$  و  $D'$  والمنحنيين  $P$  و  $(C)$ .