

f دالة معرفة على المجال $I =]-1; 0[\cup]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \ln \frac{x^2}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتائج بيانياً.

(2) بين أن f قابلة للاشتقاق على I و $f'(x) = \frac{x+2}{x(x+1)}$.

(3) أ) استنتج من جدول التغيرات أن المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلين مختلفين في الإشارة على المجال I ($k \in \mathbb{R}$).
ب) بين أنه إذا كان $f(\alpha) = f(\beta)$ فإن $\alpha + \beta + \alpha\beta = 0$ مع α و β عددين مختلفين من I .

ج) احسب $f\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ ثم استنتج فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل.

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (Δ) يعامد المستقيم الذي معادلته $3y = -2x$ ، يطلب تعيين معادلته.

(5) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ ، ماذا يمكن القول عن (C_f) و (Γ) ؟ حيث (Γ) التمثيل البياني للدالة "ln"

(6) حدد وضعية (C_f) و (Γ) ثم ارسم (Γ) ، (Δ) و (C_f) .

التمرين الثاني:

الجزء 1: ادرس تغيرات الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(t) = e^t - t - 1$

- ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة g على \mathbb{R} ؟

2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي t ، $e^t \geq t + 1$ و $e^t > t$

الجزء 2: نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x^2 - 2 \ln(e^x - x)$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x^2 - 2x - 2 \ln(1 - xe^{-x})$

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$)

2. أ- اشرح لماذا f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} . ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2(x-1)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها . (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$)

3. في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة: 3cm) ، نعتبر القطع المكافئ P الذي معادلته $y = x^2 - 2x$

و (C) المنحني الممثل للدالة f .

أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x^2 - 2x) = 0$. فسر النتيجة هندسياً.

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين P و (C) .

4. عين معادلة لكل من المماسين D و D' على الترتيب للمنحنيين P و (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. ارسم في نفس المعلم المماسين D و D' والمنحنيين P و (C)