

01 في كل حالة احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها ، ثم أكتب معادلات المستقيمات المقاربة لمنحنى f .

$$(1) f(x) = \frac{-x^2 + 4x}{x^2 - 4x + 3} \text{ معرفة على } \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

$$(2) f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{(x-1)^2} \text{ معرفة على } \mathbb{R} - \{1\}$$

$$(3) f(x) = \frac{-4x + 8}{x^2 - 4x + 5} \text{ معرفة على } \mathbb{R}$$

$$(4) f(x) = \frac{-2x^2 + 3x - 2}{x - 1} \text{ معرفة على } \mathbb{R} - \{1\}$$

$$(5) f(x) = 2x + 3 - \frac{1}{(x+1)^2} \text{ معرفة على } \mathbb{R} - \{-1\}$$

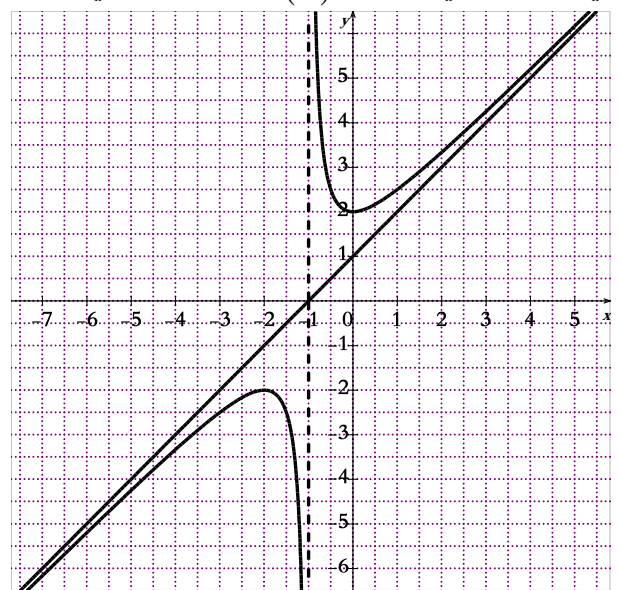
02 احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة.

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2\sqrt{x}) \quad (2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 8}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{x+1} \quad (4) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 5x + 4}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x+1} \quad (6) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 3} - x)$$

03 في الشكل الآتي ، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f



(1) بقراءة بيانية ، عَيِّن :

(أ) مجموعة التعريف D للدالة f . ثم نهايات f عند أطراف D

(ب) المستقيمات المقاربة لـ (C) ومعادلاتها.

(ج) الوضع النسبي لـ (C) بالنسبة لمستقيمه للمقارب المائل

(هـ) إشارة $f(x)$.

$$(2) g \text{ دالة معرفة بـ: } g(x) = \sqrt{f(x)}$$

(أ) بين أن مجموعة تعريف g هي: $[-1; +\infty[$

(ب) أوجد نهاية g عند -1 وعند $+\infty$

(ج) أحسب $g(0)$. ثم أعط اتجاه تغير الدالة g .

04 لتكن الدالة f حيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$

و (C) تمثيلها البياني. عين الأعداد الحقيقية a, b, c و d

بحيث: (C) يقبل مستقيماً مقارباً معادلته $x = 1$ و مستقيماً

مقارباً مائلاً معادلته $y = 2x + 3$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$

ويشمل النقطة $A(0; 4)$

05 دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$

يرمز C_f إلى تمثيلها البياني في معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)]$

بـ فسر النتيجة الثانية بيانياً .

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم بيّن أنه يوجد عدنان حقيقيّان

a و b حيث $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ و $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) - b] = 0$ ، ماذا تستنتج؟

06 دالة عددية جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+
f(x)	$-\infty$	$\nearrow$ 2 $\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	2 $\nearrow$	$+\infty$

نفرض أن $f(x)$ تكتب على الشكل:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1} \text{ حيث } a, b, c \text{ أعداد حقيقية.}$$

(1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a, c

(2) اعتماداً على جدول التغيرات للدالة f :

(أ) عين الأعداد الحقيقية a, b, c

(ب) عين $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f'(x)$ وفسر النتيجة بيانياً.

(3) أثبت أن ، في معلم المنحنى (Γ) الممثل للدالة f يقبل

مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y = x + 1$

أدرس الوضع النسبي للمنحنى (Γ) والمستقيم (Δ) . ثم

إنشئ المنحنى (Γ) والمستقيم (Δ) .

07 (1) اثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{2 - \cos x} \leq 1 \text{ و } 1 \leq 2 - \cos x \leq 3$$

$$(2) f \text{ و } g \text{ دالتان حيث: } f(x) = \frac{x}{2 - \cos x} \text{ و } g(x) = \frac{2 - \cos x}{x}$$

(أ) أدرس نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

(ب) أدرس نهاية g عند 0 من اليمين و عند 0 من اليسار.

08 نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = \frac{1 - \sqrt{1+x}}{x} ; x > 0$$

$$f(x) = \frac{1-x^2}{x-2} ; x \leq 0$$

(1) احسب $f(0)$ ، ثم أدرس استمرارية f عند 0.

(2) أدرس استمرارية f على $\mathbb{R}$.

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

09 لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي:

$$f(x) = \frac{2x^2 - \alpha + 3}{x} ; x \leq 2$$

$$f(x) = x^2 + 2x - \alpha ; x > 2$$

عين قيمة α بحيث تكون f مستمرة عند 2.

10 جب إما بصحيح وإما بخطأ مع التعليل.

I- لتكن f الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$	-2	0	1	2	4	$+\infty$
$f(x)$	1		$+\infty$		-3		1

(1) المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا واحدا.

(2) المعادلة $f(x) = -3$ تقبل حلا واحدا.

(3) صورة المجال $[0; 4]$ بالدالة f هو المجال $[0; +\infty[$

11 دالة معرفة على $[-1; 1]$ بـ: $f(x) = 4x^3 - 3x - \frac{1}{2}$

(1) أحسب $f(1)$ ، $f(0)$ ، $f(-0.5)$ ، $f(-1)$.

(2) أستنتج عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

12 دالة كثيرة حدود معرفة بـ: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

(1) برر استمرارية الدالة f على $\mathbb{R}$.

(2) احسب نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

(3) ادرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال

$[1, 6; 1, 7]$. ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

13 دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$

واليك (C) تمثيلها البياني

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x) = x - 5 + \frac{a}{x^2}$

حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) بين أن أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

فإن: $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$

(ب) ستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أثبت أن المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل ،

(5) جد معادلة لـ (Δ) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 1

(6) أرسم (Δ) ثم المنحنى (C)

14 دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}$

واليك (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

(1) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}$

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(3) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) معادلته $y = 1$

(4) جد $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها

(5) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(-x) = 2 - f(x)$

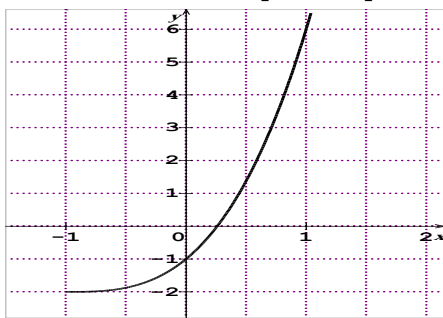
واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر ω يطلب تعيين إحداثياتها

(6) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف. (7) أرسم (Δ) و (C).

15 ب. ش. ع تجريبية دورة 2008

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة عددية g المعرفة

على المجال $I =]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$



2- أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g

وحدد $g(0)$ وإشارة $g(0,5)$

(ب) علل وجود عدد حقيقي $\alpha \in]0; 0,5[$ يحقق: $g(\alpha) = 0$

(ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I

(2) دالة معرفة على المجال $I =]-1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$$

(أ) تحقق أنه من أجل كل $x \in I$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

(ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

(ج) جد $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ فسر النتيجة بيانيا

(د) شكل جدول تغيرات f

(3) نأخذ: $\alpha = 0,26$ (أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}

(ب) أرسم المنحنى (Γ).