تمرين رقم106 صفحة74 من الكتاب المدرسي الجزء الأول

في كل سؤال اقتراحات موضوعة يمكن أن تكون أكثر من جملة صحيحة؛ المطلوب اختيار الجمل الصحيحة مبرّرا ذلك.

1) f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I .

أ - إذا قبلت f قيمة حدّية عظمى عند a من المجال I ، فإنّ $f'(a)=0$.

ب - إذا كانت $f'(a)=0$ ،فإنّ f تقبل قيمة حدّية عند a.

جـ - الدالة f مستمرة على المجال I .

2) f هي الدالة المعرفة بـ $f(x)=\sqrt{x^3-x+1}$.

أ - المعادلة $x^3-x+1=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

ب - الدالة f متزايدة تماما على $]\alpha;+\infty[$.

جـ - الدالة f تقبل الاشتقاق على $]\alpha;+\infty[$.

د - من أجل كل عدد حقيقي موجب k، المعادلة $f(x)=k$ تقبل على الأقل حلا .

الحل

) f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I .

أ - إذا قبلت f قيمة حدّية عظمى عند a من المجال I ، فإنّ $f'(a)=0$.

إجابة صحيحة

التعليل

مبرهنة (دون برهان): f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على مجال مفتوح I من $\mathbb{R}$ و x_0 عدد حقيقي من I.

إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند x_0 مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f.

ب - إذا كانت $f'(a)=0$، فإنّ f تقبل قيمة حدّية عند a.

إجابة خاطئة

التعليل

حتى تقبل f قيمة حدّية عظمى عند a من المجال I ، فإنّ $f'(a)=0$ و تغير الإشارة ومن أجل كل عدد x من المجال I يكون لدينا $f(x)\le f(a)$.

جـ - الدالة f مستمرة على المجال I .

إجابة صحيحة

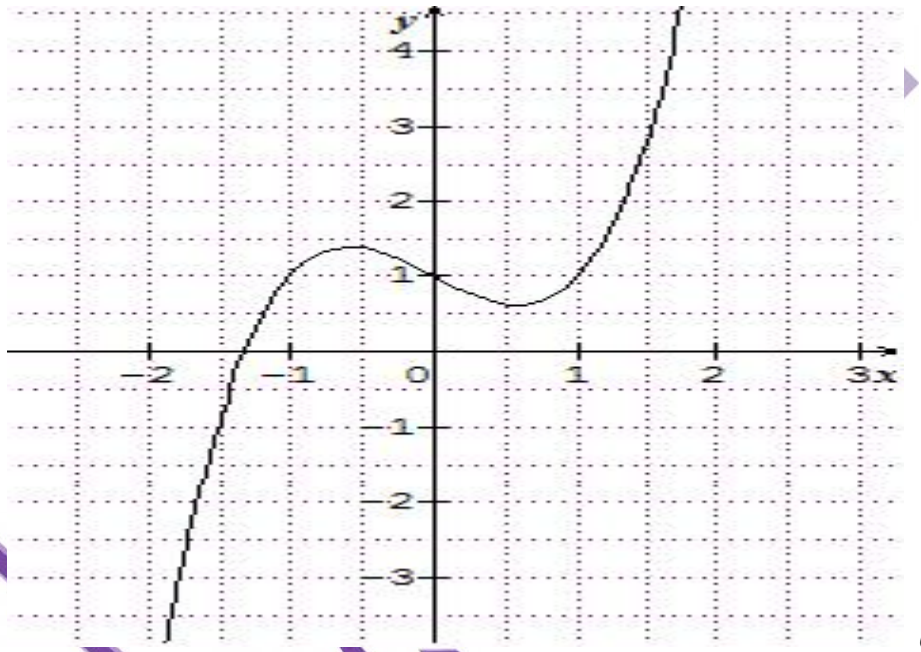
حسب النظرية إذا كانت الدالة fقابلة للإشتقاق على مجال I فهي مستمرة على المجال I.

) f هي الدالة المعرفة بـ $f(x)=\sqrt{x^3-x+1}$.

أ - المعادلة $x^3-x+1=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

إجابة صحيحة

بمأن المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto x^3-x+1$ يقطع محور الفواصل مرة واحدة فى النقطة ذات الفاصلة إذن المعادلة المعادلة $x^3-x+1=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.



أنظر الشكل

ب - الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$.

غجابة خاطئة

بمأن $f'(x)=\dfrac{2x^2-1}{2\sqrt{x^3-x+1}}$ الدالة الدالة f غير متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$.

جـ - الدالة f تقبل الاشتقاق على $[\alpha;+\infty[$.

إجابة صحية

لإن الدالة f معرفة و قابلة الاشتقاق على $[\alpha;+\infty[$.

د - من أجل كل عدد حقيقي موجب k، المعادلة $f(x)=k$ تقبل على الأقل حلا .

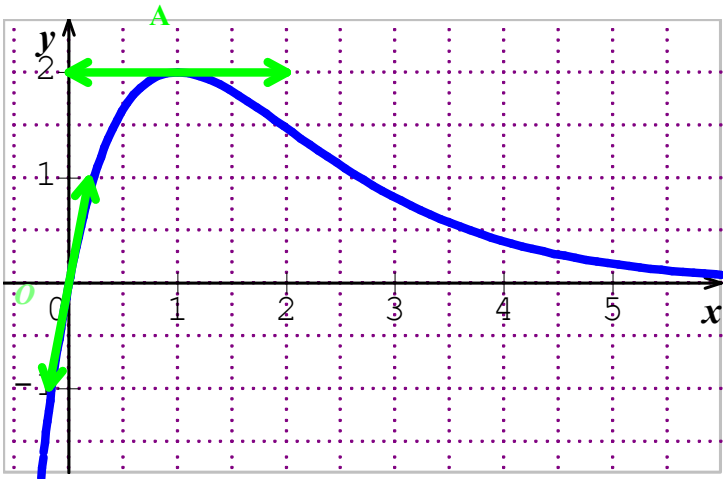
إجابة صحيحة

بمأن $f(x)\geq 0$ من أجل كل عدد x من المجال $[\alpha;+\infty[$ إذن المعادلة $f(x)=k$ تقبل على الأقل حلا من أجل كل عدد حقيقي موجب k.

تمارين متعددت الإختيارات

من إعداد حجاج براهيم

في الشكل $\mathcal{C}_f$ هو منحني الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ومماسين عند كل من النقطتين O و A.



في كل السؤال ، بالضبط اقتراح واحد صحيح المطلوب تعيّنه .

1) العدد المشتق للدالة f عند 0 يساوي :

أ - -2 . ب - 0 . جـ - 1 . د - 4 .

2) أ - $f(0)=2$. ب - $f(1)=0$.

جـ - $f'(0)=0$. د - $f'(1)=0$.

3) أ - القيمة الحدّية العظمى للدالة f هي 2 .

ب - $f'(2)>0$.

جـ - القيمة الحدّية الصغرى للدالة f على $\mathbb{R}$ ، هي 0 .

4) أ - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$. ب - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

جـ - $\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$. د - $\lim\limits_{x\to0} f(x)=f(1)$.

الحل

في كل السؤال ، بالضبط اقتراح واحد صحيح المطلوب تعيّنه .

1) العدد المشتق للدالة f عند 0 يساوي :

أ - -2 . ب - 0. جـ - 1. د - 4 .

العدد المشتق للدالة f عند 0 يساويمعامل توجه المماس عند 0 ومنه $f'(0)=\frac{1}{0.25}=4$

إجابة الصحيحة هى د - 4

2) أ - $f(0)=2$. ب - $f(1)=0$.

جـ - $f'(0)=0$. د - $f'(1)=0$.

ب - $f'(1)=0$. لإن الدالة تقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3) أ - القيمة الحدّية العظمى للدالة f هي 2 .

ب - $f'(2)>0$.

جـ - القيمة الحدّية الصغرى للدالة f على $\mathbb{R}$ ، هي 0 .

ا لإجابة الصحيحة هى أ - القيمة الحدّية العظمى للدالة f هي 2 .

4) أ - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$. ب - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

جـ - $\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$. د - $\lim\limits_{x\to0} f(x)=f(1)$.

بمأن المنحنى يقبل محور الفواصل المستقيم مقارب بجوار $+\infty$ إذن الإجابة الصحيحة هى

ب - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

تمرين رقم108 صفحة74 من الكتاب المدرسي الجزء الأول

f دالة قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ حيث يعطى جدول تغيراتها .

x	0	1	$+\infty$

$f'(x)$	+	0	.
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$

ميز بين الجمل الصحيحة والجمل الخاطئة مبرّرا ذلك.

1) من أجل كل $x \in]0;1]$ ، $f(x) \leq 1$.

2) المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ هو مماس لمنحني الدالة f .

3) إذا كان $a > 1$ ، فإنّ $f(a) \leq 1$.

4) يكون مماس منحني الدالة f عند نقطته ذات الفاصلة 1 موازيا لحامل محور التراتيب .

5) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$.

الحل

1) من أجل كل $x \in]0;1]$ ، $f(x) \leq 1$.

الإجابة صحيحة

بمأن الدالة مستمرة على المجال $]0;1]$ و تأخذ قيمها قى المجال $]-\infty;1]$ إدن من أجل كل $x \in]0;1]$ ، $f(x) \leq 1$.

2) المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ هو مماس لمنحني الدالة f .

إجابة خاطئة

المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ هو هو مستقيم مقارب .

3) إذا كان $a > 1$ ، فإنّ $f(a) \leq 1$.

إجابة صحيحة

بمأن الدالة متناقصة على المجال ومن أجل كل من أجل كل $x \in [1;+\infty[$ ، $f(x) \leq 1$.

إذن إذا كان $a > 1$ ، فإنّ $f(a) \leq 1$.

4) يكون مماس منحني الدالة f عند نقطته ذات الفاصلة 1 موازيا لحامل محور التراتيب .

إجابة خاطئة

مماس منحني الدالة f عند نقطته ذات الفاصلة 1 موازيا لحامل محور الفواصل .

5) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$. إجابة صحيحة

تمرين رقم109 صفحة74 من الكتاب المدرسي الجزء الأول

أذكر إن كانت الجملة صحيحة أم خاطئة مبرّرا ذلك

1) الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $f(x) = x\sqrt{x}$ غير قابلة للاشتقاق عند 0 .

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

3) الدالة f المعرفة على $I=\left]\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$ بـ : $f(x)=1-\tan x$ متناقصة تماما على I .

4) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x^{13}$.

الحل

أذكر إن كانت الجملة صحيحة أم خاطئة مبرّرا ذلك

1) الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $f(x)=x\sqrt{x}$ غير قابلة للاشتقاق عند 0.

إجابة خاطئة

بمأن $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sqrt{x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x}=0$ ومنه الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0.

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

إجابة صحيحة

نهاية شهيرة تعريف مشتق الدالة $x\mapsto\sin x$ عند الصفر.

2) الدالة f المعرفة على $I=\left]\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$ بـ : $f(x)=1-\tan x$ متناقصة تماما على I .

إجابة صحيحة

بمأن $f'(x)=-\dfrac{1}{\cos^2 x}$ الدالة f متناقصة تماما على I .

4) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x^{13}$.

تمرين رقم110 صفحة74 من الكتاب المدرسي الجزء الأول

المطلوب التمييز بين الجمل الصحيحة والخاطئة مبرّرا ذلك.

1) إذا كان $f'(2)=-4$ فإن $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=-4$

2) إذا كانت f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ فإن الدالة g والمعرّفة بـ : $g(x)=f(\tan x)$ تقبل الاشتقاق على $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$ ولدينا $g'(x)=f'(\tan x)$

3) المعادلة $\tan x=x$ تقبل ما لانهاية من الحلول على $\mathbb{R}$.

4) إذا كان $f'=g'$ على مجال I فإن $f-g$ هي دالة ثابتة على المجال I .

الحل

1) إذا كان $f'(2)=-4$ فإن $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=-4$

من تعريف العدد المشتق

الإجابة صحيحة

2) إذا كانت f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ فإن الدالة g والمعرّفة بـ : $g(x)=f(\tan x)$ تقبل الاشتقاق على $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$ ولدينا $g'(x)=f'(\tan x)$

الإجابة خاطئة

لإن $g'(x)=(\tan' x)\times f'(\tan x)$

3) المعادلة $\tan x=x$ تقبل ما لانهاية من الحلول على $\mathbb{R}$.

الإجابة صحيحة

لأن الدالة $x\mapsto \tan x$ دورية و تأخذ قيمها فى $\mathbb{R}$.

4) إذا كان $f'=g'$ على مجال I فإن $f-g$ هي دالة ثابتة على المجال I .

الإجابة صحيحة