

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (04 نقاط)

في هذا التمرين يوجد أربعة أسئلة مستقلة عن بعضها لكل سؤال يوجد إقتراح يمكن ان يكون صحيح أو خاطيء المطلوب هو هو تأكيد صحة أو خطأ الإقتراح مع التعليل (ملاحظة الإجابة بدون تبرير غير مقبولة)  
 1. في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ،

$$\Delta: \begin{cases} x = 4 + t' \\ y = 6 + 2t' \\ z = 4 - t' \end{cases} ; t' \in \mathbb{R} ; (D): \begin{cases} x = 8 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = 6 + t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

نعتبر المستقيمين  $(D)$  و  $(\Delta)$  الذي التمثيلهما الوسيطى هو :

2. في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، نعتبر النقط  $A(12; 7; -13)$  و  $B(3; 1; 2)$  و

المستوى  $(P)$  الذى معادلته:  $P: 3x + 2y - 5z = 1$

الإقتراح الثانى : النقطة  $B$  هي المسقط العمودى للنقطة  $A$  على المستوى  $(P)$  .

3. نعتبر المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  و المعرفتين من أجل كل عدد طبيعى  $n$  بالعبارتين :

$$u_n = \frac{n+1}{n+2} \text{ و } v_n = 2 + \frac{1}{n+2}$$

الإقتراح الثالث : المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  متجاورتان .

4. نعتبر متتالية  $(u_n)$  معرفة بحددها الأول  $u_0 = 1$  و بالعلاقة التراجعية  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$  من أجل كل عدد

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \text{ طبيعى } n$$

الإقتراح الرابع : المتتالية  $(u_n)$  محدودة من الأعلى بالعدد 3.

### التمرين الثالث : (04 نقط)

لتكن  $(E)$  مجموعة المتتاليات غير المعدومة  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  والتي تحقق الخاصية التالية :

$$u_{n+2} = \frac{3}{35}u_{n+1} + \frac{2}{35}u_n$$

(1) هل توجد في المجموعة  $(E)$  متتالية ثابتة ؟ متتالية حسابية ؟ متتالية هندسية ؟

(2) تحقق أنه من أجل كل عددين حقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  تكون المتتالية  $(u_n)$  ذات الحد العام  $u_n = \alpha \left(\frac{2}{7}\right)^n + \beta \left(\frac{-1}{5}\right)^n$

هي عنصر من المجموعة  $(E)$  .

(3) عين المتتالية  $(u_n)$  ذات الحد العام  $u_n = \alpha \left(\frac{2}{7}\right)^n + \beta \left(\frac{-1}{5}\right)^n$  علما أن  $u_0 = 3$  و  $u_1 = -\frac{4}{35}$  .

أحسب نهاية هذه المتتالية .

(4) أحسب المجموع  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(ملاحظة يمكن إعتبار  $(u_n)$  مجموع متتاليتين هندسيتين  $(v_n)$  و  $(w_n)$ ).

## التمرين الثاني : (05 نقط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  ، المعادلة :  $(Z + 4i)(4Z^2 - 2Z + 1) = 0$  .

2. نعتبر العدد المركب  $Z$  حيث  $Z = \frac{1}{4} + i \frac{\sqrt{3}}{4}$

أ- أكتب على الشكل المثلثي كل من العددين  $Z$  و  $\bar{Z}$  .

ب- نضع  $L_k = \left(\frac{1}{4} + i \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^k - \left(\frac{1}{4} - i \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^k$  حيث  $k$  عدد صحيح نسبي .

ت- بين أن  $L_k = \frac{1}{2^{k-1}} \sin \frac{k\pi}{3}$  ثم إستنتج أن  $L_{2013}$  .

المستوي المركب منسوب الى المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  المتعامد و المتجانس  $A$  ،  $B$  و  $C$  النقط التي

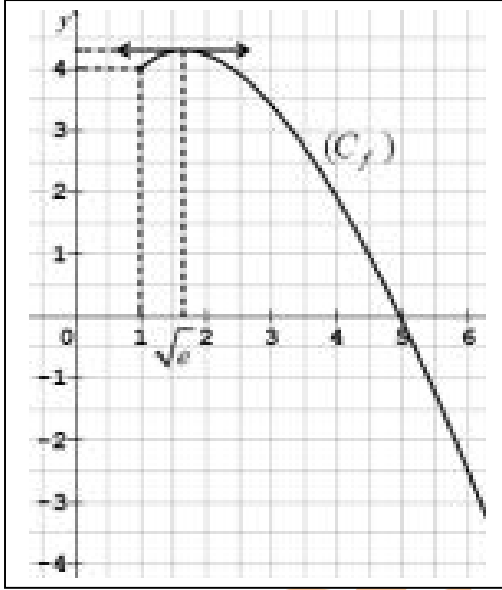
لواحقها :  $Z_A = 2 + 2\sqrt{3}i$  ،  $Z_B = 2 - 2\sqrt{3}i$  و  $Z_C = \frac{3}{2}Z_A + Z_B$  على الترتيب .

أ- عين  $Z_C$  ثم علم النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  .

ب- أكتب العدد المركب  $\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}$  على الشكل الأسّي ثم إستنتج طبيعة المثلث  $ABC$  مع التعليل

ت- عين نسبة و زاوية التشابه  $S$  الذي يحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $B$  و مركزه  $C$  .

ث- عين  $Z_D$  لاقعة النقطة  $D$  تي يكون الرباعي  $ADBC$  مستطيل .



## التمرين الرابع : (07 نقاط)

تمثيلها البياني  $(C_f)$  المقابل هو للدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[1; +\infty[$  بالعبارة  $f(x) = ax + b + cx \ln x$  حيث  $a; b; c$  أعداد حقيقية

1. خمن بالقراءة البيانية إتجاه تغيرات الدالة  $f$  و نهاية  $f$  عند  $+\infty$  .

2. أحسب بدلالة  $a; b; c$  عبارة  $f'(x)$  حيث  $f'$  هي الدالة المشتقة

للدالة  $f$  على المجال  $[1; +\infty[$  .

- بإستعمال المعطيات في الشكل و علما أن  $f(5) = 16 - \ln 5$

بين أن  $f(x) = 3x + 1 - 2x \ln x$  .

تحقق من صحة تخمينك في السؤال الأول ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

3. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حل وحيدا  $\alpha$  على المجال  $[1; +\infty[$  ثم تحقق أن  $4.95 < \alpha < 4.96$  .

4. نعتبر للدالة  $g$  المعرفة على المجال  $[1; +\infty[$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $[1; +\infty[$  .

- إشرح لماذا يكون المماس للمنحنى للدالة  $g$  موازيا لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة  $\alpha$  .

- حدد أتجاه تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $[1; +\infty[$  و بين أن  $(C_g)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب فاصلتها .

- بين أن عبارة الدالة  $g$  على المجال  $[1; +\infty[$  هي  $g(x) = 2x^2 + x - x^2 \ln x$  .

5. نعرف العدد  $S$  الحقيقي كما يلي  $S = \int_1^\alpha f(x) dx$  حيث  $\alpha$  هو حل المعادلة  $f(x) = 0$  .

- أعطى تفسيرا هندسيا للعدد  $S$  ثم أحسبه بدلالة  $\alpha$  .

- بين أن  $S = \frac{1}{2}\alpha(\alpha + 1) - 3$  ثم إستنتج حصرا للعدد  $S$  .