الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

نموذج إختبار تدريبي لشهادة البكالوريا دورة :جوان 2013 الشعبة: **علوم تجريبية**

اختبار في مادة : **الرياضيات** تحضير: **السيد حجاج براهيم**

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4.5 نقاط)

(U_n) متتالية معرفة بـ : U_1 ، و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_{n+1}=\dfrac{7U_n+3}{3U_n+7}$.

1- عين الحد U_1 حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة .

2- فى باقى التمرين نأخذ $U_1=\dfrac{7}{3}$

- برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n أن : $U_n>1$.
- بين أن المتتالية (U_n) متناقصة و إستنتج أنها متقاربة .

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $V_n=\dfrac{U_n-1}{U_n+1}$.

أ) بين أن المتتالية (V_n) المتتالية هندسية يطلب أساسها و حدها الأول .

ب)اكتب V_n بدلالة n .

جـ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $U_n=\dfrac{5^n+2^n}{5^n-2^n}$.

د) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)$

التمرين الثاني : (4.5 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(Z)$ للمتغير المركب Z حيث : $P(Z)=Z+\dfrac{4}{Z}$

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية : (E).....$P(Z)=-2$.

2) نرمز ب و للحلول المعادلة (E)

أ) أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل المثلثى .

ب) بين أن احسب $Z_1^{2013}+Z_2^{2013}=2^{2014}$.

3) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق على الترتيب : $Z_A=\alpha$ ، $Z_B=-1+i\sqrt{3}$ ، $Z_A=-1-i\sqrt{3}$ حيث α عدد قيقي موجب .

أ) عين قيمة α حتى يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع .

ب) بين انه يكون $P(Z)=\overline{P(Z)}$ إذا وفقط إذا كان $(Z-\overline{Z})(Z\overline{Z}-4)=0$.

جـ) إستنتج (Γ) المجموعة للنقط M لاحقتها Z من المستوي التي من أجاها يكون عددا حقيقا .

د) تحقق أن النقط A ، B ، C تنتمى للمجموعة (Γ) .

التمرين الرابع: (4 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

نعتبر المستويين (P) و (P') معادلتهما على الترتيب : $P: x-y-z-2=0$ و $P': x+y+3z=0$

و المستقيم (D) الذى التمثيله الوسيطى هو : $(D): \begin{cases} x=-3-2t \\ y=2t \\ z=1+2t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

أجب بصحيح أو خطأ على الإقتراحات التالية مع التعليل .

1) المستقيم (D) عمودى على المستوى (P) .

2) سط الكرة S ذات المركز O ونصف القطرها 2 هى مماسة للمستوى (P).

3) تقاطع المستويين (P) و (P') هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطى $(\Delta): \begin{cases} x=1-t' \\ y=-1-2t' \\ z=t' \end{cases} t'\in\mathbb{R}$

4) المستقيمين (D) و (Δ) من نفس المستوى .

التمرين الرابع: (7 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة علي المجال $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $f(x)=x+\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$

C_f المنحني الممثل لدالة f فيالمستوي النسوب إلي معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ طول الوحدة $2cm$

1) أحسب النهايات عند أطراف مجال التعريف و أعطى تفسيرا هندسيا للنتيجة .

2) أ- بين أن دالة f فردية .

3) أ- أثبت أن من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$

ب- عين اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4) أ- تحقق من أن (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب للمحني C_f.

ب –أدرس إشارة $\ln\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$ في D_f (يمكن ملاحظة أن $\frac{x-1}{x+1}=1-\frac{2}{x+1}$)

ج- استنتج وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم (Δ)

5) أكتب معادلة المماس (T) عند الفاصلة 0 ثم بين أن المستقيمين (T) و (Δ) و متعامدان .

6) أنشئ كل من C_f و (T) و (Δ).

7) ناقش بيانيا سب قيم الوسيط الحقيقى m عدد حلول المعادلة $\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|=x(m-1)$.

8) نعتبر الدالة أنشئ كل من C_f و (Δ).

الجزء الثانى نعتبر الدالة g المعرفة علي $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x+a)\ln(x+a)-x$

1) أحسب من أجل كل x من $]1;+\infty[$: $g'(x)$

2) بين أن $\int_2^3 \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)dx=3\ln 3-6\ln 2$

3) أحسب A مساحة الحيز المحددة بالمنحنى C_f و المستقيم (Δ) و المستقيمات $x=2$ و $x=3$.