

2) جد معادلة ديكرتية للمستوي (Q) محور للقطعة [AC]  
 3-أ) عين المركز  $\omega$  ونصف القطر سطح الكرة (S') التي  
 معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 6z - 16 = 0$ .  
 ب) ادرس الوضع النسبي لـ (S') و (S)  
 ج) أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P) مماس (S') في A  
 4) أحسب بعد النقطة  $\omega$  عن المستوي (Q)  
 5) بيّن أن (Q) يقطع سطح الكرة (S') وفق دائرة؟

**06** الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 1) أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستوي  $(P_1)$  والمعرف بالنقطة  
 $A(0;1;4)$  والشعاعين  $\vec{u}(2;1;1)$  و  $\vec{v}(1;0;1)$   
 2) استنتج معادلة ديكرتية للمستوي  $(P_1)$   
 3) ليكن المستوي  $(P_2)$  ذو المعادلة  $x + 2y - z - 2 = 0$   
 أ) بين أن المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  متعامدان  
 ب) عين النقطة  $B(3;1;1)$  نقطة من الفضاء . عين المسافة  $d_1$  بين  
 النقطة B و  $(P_1)$  والمسافة  $d_2$  بين النقطة B و  $(P_2)$  .  
 ج) استنتج المسافة  $d_3$  بين النقطة B والمستقيم  $(\Delta)$  تقاطع  
 المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  . هل  $d_3 = d(A,B)$  ؟

**07** الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 تعطى النقط  $A(2; -3; 0)$ ،  $B(-1; 2; 4)$ ،  $C(-2; 0; -3)$ .  
 1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$   
 عين إحداثيات نقطة تقاطع  $(AB)$  مع المستوي  $(O; \vec{i}; \vec{j})$   

$$t \in \mathbb{R} \text{ و } \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$
 2-أ)  $(\Delta)$  مستقيم تمثيله الوسيطي  
 ب) بيّن أن:  $A \notin (\Delta)$  و  $C \in (\Delta)$  .  
 3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(\Delta')$  الذي يوازي  $(\Delta)$  ويشمل  
 النقطة A ثم استنتج المسافة بين النقطة A و  $(\Delta)$  .

**08** الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 نعتبر المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  المعرفين بالمعادلتين:  
 $x + y + z - 1 = 0$  ،  $x + y + 2z = 1$  على الترتيب.  
 عين، في كل حالة مما يلي، النتيجة الصحيحة مع التبرير.  
 1) إحداثيات نقطتين A و B مشتركين بين المستويين  $(P_1)$   
 و  $(P_2)$  هي: ① (1,2,3) ② (1,0,0) ③ (0,1,0)  
 2) إحداثيات شعاع توجيه المستقيم  $(D)$  تقاطع المستويين  $(P_1)$   
 و  $(P_2)$  هي: ① (0,2,3) ② (1,-1,0) ③ (1,1,3)  
 3) عدد حقيقي. تمثيل وسيطي للمستقيم  $(D)$  هو:

$$\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases} \quad \text{③} \quad \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \text{②} \quad \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{①}$$

**01** الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 نعتبر النقط  $A(0;0;1)$ ،  $B(2;4;-1)$ ،  $C(4;-4;-3)$   
 1) بين أن النقط A، B، و C ليست على استقامة واحدة.  
 2) أحسب الجداءات السلمية التالية:  $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$  و  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$   
 استنتج قياساً لكل من الزوايتين:  $(\overline{AB}; \overline{AC})$  و  $(\overline{BA}; \overline{BC})$   
 3) عين طبيعة المثلث ABC ثم استنتج مساحته  
 4) عين النقطة D بحيث الرباعي يكون ABCD مستطيلاً  
**02** -1) أنشئ موشوراً ABCDEF قائم في A والمتساوي  
 الساقين وجهاً ABED و ACFD مربعان متقايسان طول  
 ضلع كلا منهما  $a$  ( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ) و G مركز ثقل الرباعي BCFE  
 ب) جد الأطوال  $AG$  و  $BF$ ،  $BC$  بدلالة  $a$  ثم احسب الجداءات  
 السلمية التالية:  $\overline{BD} \cdot \overline{DC}$ ،  $\overline{EF} \cdot \overline{BC}$ ،  $\overline{AG} \cdot \overline{FB}$ ،  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$   
 2) الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس  $(A; \overline{AB}; \overline{AC}; \overline{AD})$   
 أ) عين إحداثيات النقط A، B، C، D، E، F و G  
 ثم تحقق تحليلياً من النتائج المحصل عليها في الجواب 1 ب)  
 ب) جد حجم رباعي الوجوه ABCD والموشور ABCDEF  
 3) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق:

$$\|\overline{MB} + \overline{MC} + \overline{ME} + \overline{MF}\| = 2\sqrt{3}a$$

أ) حدّد طبيعة المجموعة (S)  
 ب) تحقق أن (S) تشمل رؤوس الموشور ABCDEF.  
**03** في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 نعتبر النقط  $A(-1,2,0)$ ،  $B(-3,4,2)$ ،  $C(1,-2,-1)$  و  $D(2,0,1)$   
 1) بين أن الشعاعين  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  غير مرتبطين خطياً.  
 2-أ) بين أن شعاعاً  $\vec{n}(a,b,c)$  يكون ناظماً للمستوي  
 $(ABC)$  إذا و فقط إذا كان:  

$$\begin{cases} -2a + 2b + 2c = 0 \\ 2a - 4b - c = 0 \end{cases}$$
 ب) استنتج شعاعاً ناظماً للمستوي  $(ABC)$  بمركبات صحيحة  
 ج) استنتج معادلة للمستوي  $(ABC)$ .  
 3) هل المستقيم  $(AD)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$  ؟

**04** في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 نعتبر النقط  $A(1,0,-1)$ ،  $B(2,2,3)$ ،  $C(3,1,-2)$   
 1. اثبت أن المثلث ABC قائم ثم أحسب مساحته.  
 2. أ) بين أن الشعاع  $\vec{n}(2,-3,1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$   
 ب) استنتج معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$ .  
 3. عين بعد النقطة  $D(-4,2,1)$  عن المستوي  $(ABC)$ ، ثم  
 أحسب حجم رباعي الوجوه DABC.

**05** في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 نعتبر النقط:  $A(0;2;-2)$ ،  $B(-2;0;2)$ ،  $C(3,1,-2)$   
 1) أكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي قطرها [AB]

09 الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

نعتبر النقطة  $A(0, -1, -1)$  والمستقيم  $(D)$  ذا التمثيل

$$\text{الوسيطي : } t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \text{ والمستوي (P)}$$

ذا المعادلة الديكارتيّة :  $x + 2y + z - 3 = 0$ .

أجب بصحيح أو خطأ- مع التعليل- في كل حالة

(1) بُعد النقطة  $A$  عن المستوي  $(P)$  يساوي  $\sqrt{6}$ .

(2) المستقيم  $(D)$  محتوي في المستوي  $(P)$ .

(3) المسقط العمودي لـ  $A$  على  $(D)$  هي النقطة  $H(3, -2, 2)$ .

10 الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط  $C(0; 2; 1)$ ،  $B(2; -3; 0)$ ،  $A(1; -1; 2)$

(1) عين إحداثيات النقطة  $I$  مركز ثقل المثلث  $ABC$ .

(2) عين إحداثيات النقطة  $G$  مرجح الجملة التالية:

$$\{(A, -1); (B, 1); (C, 3)\}$$

(3) عين إحداثيات النقطة  $D$  بحيث تكون النقطة  $O$  مركز

مركز المسافات المتساوية للنقط  $A$ ،  $B$  و  $D$ .

(4) عين مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:

$$\|-\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\|$$

11 الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

(1) نعتبر المستوي  $(P)$  ذا المعادلة :  $x + y - 1 = 0$

والمستوي  $(P')$  ذا المعادلة :  $y + z - 2 = 0$

(أ) تحقق أنّ  $(P)$  و  $(P')$  متقاطعان.

(ب) بين أنّ تقاطع  $(P)$  و  $(P')$  هو المستقيم  $(D)$  الذي

$$\text{تمثيله الوسيط هو : } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ حيث } (t \in \mathbb{R})$$

(2) جد معادلة للمستوي  $(R)$  المار بالمبدأ  $O$  ويعامد  $(D)$ .

(ب) جد إحداثيات  $I$  نقطة تقاطع المستوي  $(R)$  والمستقيم  $(D)$

(3) لتكن النقطتان  $A(-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2})$  و  $B(1; 1; 0)$ .

(أ) تحقق أنّ  $A$  و  $B$  تنتميان إلى المستوي  $(R)$ .

(ب) نسمي  $A'$  و  $B'$  نظيرتي النقطتين  $A$  و  $B$  على الترتيب بالنسبة للنقطة  $I$ . بين أنّ الرباعي  $ABA'B'$  معين.

12 الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

نعتبر النقط  $D(-2, -2, -2)$ ،  $C(0, 0, 6)$ ،  $B(0, 6, 0)$ ،  $A(6, 0, 0)$

(1) - تحقق أنّ النقط  $C, B, A$  تعين مستويًا  $(P)$ .

- بين أنّ  $x + y + z - 6 = 0$  معادلة ديكارتيّة للمستوي  $(P)$

ج- أثبت أنّ المستقيم  $(OD)$  يقطع  $(P)$  في النقطة  $H(2, 2, 2)$

د- تحقق أنّ النقطة  $H$  متساوية البُعد عن النقط  $C, B, A$ .

(2) ليكن  $(Q)$  المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[CD]$ .

ا- بين أنّ  $x + y + 4z - 6 = 0$  معادلة ديكارتيّة للمستوي  $(Q)$

ب- أثبت أنّ المستقيم  $(OD)$  يقطع المستوي  $(Q)$  في نقطة

$\omega$  يطلب تعيين إحداثياتها .

(3) ليكن  $(S)$  سطح الكرة ذات المركز  $\omega$  و نصف القطر  $3\sqrt{3}$

ا- اكتب معادلة ديكارتيّة لسطح الكرة  $(S)$ .

ب- تحقق أنّ سطح الكرة  $(S)$  يشمل النقط  $D, C, B, A$ .

ج- عين العناصر المميزة لتقاطع سطح الكرة  $(S)$  مع  $(P)$

13 الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط  $C(0; 0; -2)$ ،  $B(-2; 1; -8)$ ،  $A(1; -2; 3)$

(1) بين أنّ مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:

$$AM^2 - CM^2 = 10 \text{ هي مستوي (P) معادلته } x - 2y + 5z = 0$$

(2) بين أنّ مجموعة النقط  $(S)$  المعرفة بالعلاقة التالية:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + 2z = 0 \text{ هي سطح كرة يطلب}$$

تعيين مركزها  $I$  ونصف قطرها  $R$ .

(ب) بين أنّ  $(S)$  و  $(P)$  يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين

عناصرها المميزة.

(3) لتكن  $G$  النقطة المعرفة بـ:  $\vec{GA} + \vec{GB} - 3\vec{GC} = \vec{0}$

(أ) عرف  $G$  ثم عين إحداثياتها، تحقق أنّ  $G$  تنتمي لـ  $(S)$

(ب) جد معادلة ديكارتيّة للمستوي  $(Q)$  الذي يمر  $(S)$  في  $G$

(ج) بين أنّ  $(Q)$  و  $(P)$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(d)$  يطلب

اعطاء تمثيل وسيطي له. ثم حدّد وضع  $(d)$  بالنسبة لـ  $(S)$ .

14 في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط :  $A(1; 2; -1)$ ،  $B(-3; -2; 3)$  و  $C(0; -2; -3)$ .

(1) أ) بين النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامة.

(ب) برهن أنّ الشعاع  $\vec{n}(2; -1; 1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$ .

(2) ليكن  $(P)$  المستوي الذي معادلته  $x + y - z + 2 = 0$

بين أنّ المستويين  $(ABC)$  و  $(P)$  متعامدين.

(3) نسمي  $G$  مرجح الجملة  $\{(A; 1), (B; -1), (C; 2)\}$ .

(أ) بين أنّ إحداثيات النقطة  $G$  هي  $(2; 0; -5)$ .

(ب) برهن أنّ المستقيم  $(CG)$  عمودي على المستوي  $(P)$ .

(ج) عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(CG)$ .

(د) عين إحداثيات النقطة  $H$ ، نقطة تقاطع  $(P)$  و  $(CG)$ .

(4) برهن أنّ المجموعة  $(S)$  للنقط  $M$  من الفضاء التي

تحقق  $\|\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 12$  هي سطح كرة

يطلب تعيين مركزه ونصف قطره.

(5) عين الطبيعة والعناصر المميزة لتقاطع المستوي  $(P)$

والمجموعة  $(S)$ . الأستاذ: ب. العربي س د 201/12

**(دورة جوان 2012 ش -ع تجريبية)**

النقط  $C(3; -3; 6)$ ،  $B(2; 1; 7)$ ،  $A(0; 1; 5)$   
 1. أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $B$  و  $\vec{u}(1; -4; -1)$  شعاع توجيه له.  
 ب- تحقق أن النقطة  $C$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$ .  
 ج- بين أن الشعاعين  $\vec{AB}$  و  $\vec{BC}$  متعامدان.  
 د- استنتج المسافة بين النقطة  $A$  والمستقيم  $(\Delta)$ .  
 2. نعتبر النقطة  $M(2+t; 1-4t; 7-t)$  حيث  $t$  عدد حقيقي، والتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(t) = AM$   
 أ- اكتب عبارة  $h(t)$  بدلالة  $t$ .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $t$ ،  $h'(t) = \frac{18t}{\sqrt{18t^2 + 8}}$   
 ج- استنتج قيمة العدد الحقيقي  $t$  التي من أجلها المسافة  $AM$  أصغر ما يمكن.  
 د- قارن بين القيمة الصغرى للدالة  $h$  والمسافة بين النقطة  $A$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

**(دورة جوان 2010 ش -ع تجريبية)**

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 النقط  $C(-1; 2; -1)$ ،  $B(2; 1; 1)$ ،  $A(1; 1; 0)$   
 1- أ) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامية.  
 ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي  $(ABC)$  هي  $x + y - z - 2 = 0$   
 2) نعتبر المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  اللذين معادلتيهما على الترتيب  $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$  و  $(Q): 2x + y - z - 1 = 0$   
 والمستقيم  $(D)$  الذي يشمل النقطة  $F(0; 4; 3)$  و  $\vec{u}(-1; 5; 3)$  شعاع توجيه له.  
 أ) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(D)$ .  
 ب) تحقق أن تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  هو المستقيم  $(D)$ .  
 3) عين تقاطع المستويات الثلاث  $(ABC)$ ،  $(P)$  و  $(Q)$ .

**(دورة جوان 2010 ش -ع تجريبية)**

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  المستوي  $(P)$  الذي معادلته:  $x - 2y + z + 3 = 0$   
 1) نذكر أن حامل محور الفواصل  $(O; \vec{i})$  يعرف بالجملة:  $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$   
 عين إحداثيات  $A$  نقطة تقاطع حامل محور الفواصل  $(O; \vec{i})$  مع المستوي  $(P)$ .  
 2)  $B(2; 0; 0)$  و  $C(-1; -4; 2)$  النقطتان من الفضاء حيث  $B$  تنتمي للمستوي  $(P)$   
 أ) تحقق أن النقط  $B$  تنتمي للمستوي  $(P)$   
 ب) أحسب الطول  $AB$

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر المستوي  $(P)$  ذا المعادلته:  $14x + 16y + 13z - 47 = 0$   
 والنقط  $C(-1; 3; 1)$ ،  $B(2; 2; -1)$ ،  $A(1; -2; 5)$   
 1- أ) تحقق أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامية.  
 ب- بين أن المستوي  $(ABC)$  هو  $(P)$ .  
 2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(AB)$ .  
 3- أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري  $(Q)$  للقطعة  $[AB]$   
 ب- تحقق أن النقطة  $D(-1; -2; \frac{1}{4})$  تنتمي إلى المستوي  $(Q)$   
 ج- احسب المسافة بين النقطة  $D$  والمستقيم  $(AB)$ .

**(دورة جوان 2012 ش -ع تجريبية)**

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 نعتبر النقط  $C(1; -1; 0)$ ،  $B(2; 1; 0)$ ،  $A(-1; 0; 1)$   
 1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعين مستويا.  
 2) بين أن  $2x - y + 5z - 3 = 0$  هي معادلة ديكارتية لـ  $(ABC)$   
 3)  $D$  و  $H$  نقطتان من الفضاء حيث:  
 $H(\frac{13}{15}; -\frac{13}{30}; \frac{1}{6})$ ،  $D(2; -1; 3)$   
 أ) تحقق أن النقطة  $D$  لا تنتمي إلى المستوي  $(ABC)$ .  
 ب) بين أن النقطة  $H$  هي المسقط العمودي للنقطة  $D$  على  $(ABC)$   
 ج) استنتج أن المستويين  $(ADH)$  و  $(ABC)$  متعامدان، ثم جد تمثيلا وسيطيا لتقاطعهما.

**(دورة جوان 2011 ش -ع تجريبية)**

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  المستوي  $(P)$  الذي يشمل النقطة  $A(1; -2; 1)$  و  $\vec{u}(-2; 1; 5)$  شعاع ناظمي له واليكن  $(Q)$  المستوي ذا المعادلة  $x + 2y - 7 = 0$   
 1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$ .  
 2) أ- تحقق أن النقطة  $B(-1; 4; -1)$  مشتركة بين  $(P)$  و  $(Q)$ .  
 ب- بين أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.  
 3- لتكن النقطة  $C(5; -2; -1)$ .  
 أ- أحسب المسافة بين النقطة  $C$  والمستوي  $(P)$ ، ثم المسافة بين النقطة  $C$  والمستوي  $(Q)$ .  
 ب- أثبت أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متعامدان.  
 ج- استنتج المسافة بين النقطة  $C$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

**(دورة جوان 2011 ش -ع تجريبية)**

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

ج- أحسب المسافة بين النقطة C والمستوي (P).

3 أ- أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي (P).

ب) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ).

ج) أحسب مساحة المثلث ABC

**(دورة جوان 2009 ش -ع تجريبية)**

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط  $A(2; 3; -1)$ ،  $B(1; -2; 4)$ ،  $C(3; 0; -2)$  و  $D(1; -1; -2)$  واليكن (π) المستوي المعرف بمعادلته:  $2x - y + 2z + 1 = 0$  المطلوب أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية.

1) A، B و C في استقامية.

2) (ABD) مستوي معادلة ديكارتية له  $25x - 6y - z - 33 = 0$

3) المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π).

4) المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة  $H(1; 1; -1)$

**(دورة جوان 2009 ش -ع تجريبية)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(1; 0; 2)$ ،  $B(0; 2; 1)$ ،  $C(2; 1; 3)$

1) (P) مستوي معادله له من الشكل  $x - z + 1 = 0$ .

أ) بين أن المستوي (P) هو المستوي (ABC)

ب) ما طبيعة المثلث ABC.

2) أ) تحقق من أن النقطة  $D(2; 3; 4)$  لا تنتمي إلى (ABC)

ب) ما طبيعة ABCD.

3) أ) أحسب المسافة بين D والمستوي (ABC).

ب) أحسب حجم ABCD.

**(دورة جوان 2008 ش -ع تجريبية)**

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عيّن الجواب الصحيح معللاً اختبارك. نعتبر في الفضاء

المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  النقط

$A(1; 3; -1)$ ،  $B(4; 1; 0)$ ،  $C(-2; 0; -2)$  و  $D(3; 2; 1)$

والمستوي (P) الذي معادلته:  $x - 3z - 4 = 0$ .

1) المستوي (P) هو:

ج1) (BCD)، ج2) (ABC)، ج3) (ABD)

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو:

ج1)  $(1; 2; 1)$ ، ج2)  $(-2; 0; 6)$ ، ج3)  $(2; 0; -1)$

3) المسافة بين النقطة D والمستوي (P) هي:

ج1)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3)  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

**(دورة جوان 2008 ش -ع تجريبية)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته:  $x + 2y - z + 7 = 0$

و النقط  $A(2; 0; 1)$ ،  $B(3; 2; 0)$ ،  $C(-1; -2; 2)$

1) تحقق أن النقط A، B و C ليست على استقامية، ثم بيّن

أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي:  $y + 2z - 2 = 0$

2) أ- تحقق أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان، ثم

عيّن تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC)

ب- أحسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

3- لتكن G مرجح الجملة  $\{(A; 1), (B; \alpha), (C; \beta)\}$

حيث  $\alpha$  و  $\beta$  عدنان حقيقيان يحققان  $1 + \alpha + \beta \neq 0$

عيّن  $\alpha$  حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ).

**(دورة جوان 2012 ت -رياضي)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  و (P)

المستوي الذي يشمل النقطة  $A(2; -5; 2)$  و  $\vec{u}(-2; 1; 5)$  شعاع

ناظمي له. (Q) المستوي الذي  $x + 2y - 2 = 0$  معادلة له.

1- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2- بيّن أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

3- عيّن تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ)، تقاطع (P) و (Q).

4- أ) أحسب  $d_1$  المسافة بين النقطة  $k(3; 3; 3)$  والمستوي (P)

و  $d_2$  المسافة بين النقطة k والمستوي (Q).

ب) استنتج d المسافة بين النقطة k والمستقيم (Δ).

5- أحسب المسافة d بطريقة ثانية.

**(دورة جوان 2012 ت -رياضي)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  و (P)

المستوي الذي:  $-4x - 3y + 1 = 0$  معادلة ديكارتية له.

و (D) المستقيم الذي:  $k \in \mathbb{R}; y = \frac{1}{3} - \frac{4}{3}k$  تمثيل وسيطي له

$$\begin{cases} x = k \\ y = \frac{1}{3} - \frac{4}{3}k \\ z = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}k \end{cases}$$

1- تحقق أن المستقيم (D) محتوي في المستوي (P).

2- أ) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة

$A(1; 1; 0)$  و  $\vec{u}(4; 1; 3)$  شعاع توجيه له.

ب) عيّن احداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

3- بيّن أن:  $3x - 4z - 3 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوي

(Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ).

4- M(x; y; z) نقطة من الفضاء.

أ) احسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q).

الأستاذ: هـ العربي س د 2013/12

ب) أثبت أن مجموعة النقط  $M$  من الفضاء المتساوية البعد عن كل من  $(P)$  و  $(Q)$  هي اتحاد مستويين متعامدان  $(P_2)$  يطلب تعيين معادلة ديكراتية لكل منهما.

5- عيّن احداثيات مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء

$$\begin{cases} 4x + 3y - 1 = 0 \\ 3x - 4z - 3 = 0 \\ x + 3y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$$

التي إحداثياتها حلول للجملة الآتية:

### (دورة جوان 2012 ش - رياضيات)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  النقط  $A(3; 0; 0)$ ،  $B(0; 4; 0)$ ،  $C(2; 2; 2)$ .

1) بيّن أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامية وأن الشعاع  $\vec{n}(4; 3; -1)$  عمودي على كل من الشعاعين  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$ .

2) أكتب معادلة ديكراتية للمستوي  $(P)$  الذي يشمل  $A$ ،  $B$  و  $C$  (3) - بيّن أن:  $6x - 8y + 7 = 0$  معادلة ديكراتية للمستوي  $(P')$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء حيث:  $AM = BM$ .

ب- بيّن أن:  $2x - 4y - 4z + 3 = 0$  معادلة ديكراتية للمستوي  $(P'')$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء حيث:  $AM = CM$ .

ج- بيّن أن  $(P')$  و  $(P'')$  يتقاطعان في وفق مستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

4) جد احداثيات النقط  $\omega$  مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$

### (دورة جوان 2012 ش - رياضيات)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  النقط  $A(1; 1; 1)$ ،  $B(1; -1; 0)$ ،  $C(2; 0; 1)$ .

1) بيّن أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعين مستوي  $(P_1)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

2)  $(P_2)$  المستوي الذي:  $x - 2y - 2z + 6 = 0$  معادلة له. - بيّن أن  $(P_1)$  و  $(P_2)$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3) بين أن النقط  $O$  مرجح الجملة  $\{(A; 1), (B; 1), (C; -1)\}$

4) أ- عيّن  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء التي تحقق:  $\|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}\| = 2\sqrt{3}$ .

ب- أحسب احداثيات  $D$  و  $E$  نقطتي تقاطع  $(S)$  و  $(\Delta)$ .

ج- ماهي طبيعة المثلث  $ODE$ ؟ استنتج المسافة بين  $O$  و  $(\Delta)$

### (دورة جوان 2011 ش - رياضيات)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط  $A(1; 0; 2)$ ،  $B(1; 1; 4)$ ،  $C(-1; 1; 1)$ .

أ) أثبت أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعين مستويًا.

ب) بيّن أن الشعاع  $\vec{n}(3; 4; -2)$  عمودي على كل من الشعاعين  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  ثم استنتج معادلة للمستوي  $(ABC)$

2) نعتبر المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  حيث:

$$(P_1): 3x + 4y - 2z + 1 = 0 \text{ و } (P_2): 2x - 2y - z - 1 = 0$$

أ) بيّن أن المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  متعامدان.

ب) عيّن تمثيلًا وسيطياً للمستقيم  $(\Delta)$  تقاطع  $(P_1)$  و  $(P_2)$

ج) تحقق أن النقط  $O(0; 0; 0)$  لا تنتمي إلى  $(\Delta)$ .

د) احسب المسافتين  $d(O; (P_1))$  و  $d(O; (P_2))$

واستنتج المسافة  $d(O; (\Delta))$

### (دورة جوان 2011 ش - رياضيات)

I) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط  $A(1; 0; 0)$ ،  $B(0; 2; 0)$ ،  $C(0; 0; 3)$  و  $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1\right)$

(D) المستقيم الذي يشمل  $A$  وشعاع توجيهه  $\vec{u}\left(-1; 1; \frac{3}{2}\right)$

و  $(\Delta)$  المستقيم الذي يشمل  $C$  وشعاع توجيهه  $\vec{v}\left(\frac{1}{2}; 1; -3\right)$

1) اكتب تمثيلًا وسيطياً لكل من المستقيمين  $(D)$  و  $(\Delta)$  ثم ادرس الوضع النسبي لهما.

2) بيّن أن:  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة لـ  $G$ ؟

3) عيّن شعاعاً ناظماً  $\vec{n}$  للمستوي  $(ABC)$  ثم اكتب معادلة له

4) احسب المسافة بين النقط  $O$  والمستوي  $(ABC)$ .

5)  $H$  المسقط العمودي للنقط  $B$  على المستقيم  $(D)$ .

أ) جد إحداثيات النقط  $H$ .

ب) استنتج المسافة بين النقط  $B$  و المستقيم  $(D)$ .

### (دورة جوان 2011 ت - رياضي)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  حيث:  $\vec{AD}(1; 5; 2)$

$\vec{BD}(0; 7; 3)$ ،  $\vec{CD}(1; -3; 7)$  و  $\vec{C}(2; 8; -4)$

1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $D$  تعين مستويًا.

2) بين أن المستقيم  $(CD)$  يعامد المستوي  $(ABD)$ .

3) لتكن  $I$  المسقط العمودي للنقط  $C$  على المستقيم  $(AB)$

أ) بين أن المستقيم  $(AB)$  يعامد المستوي  $(CID)$

ب) عيّن معادلة للمستوي  $(CID)$  واكتب تمثيلًا وسيطياً لـ  $(AB)$

ج) استنتج إحداثيات النقط  $I$ .

4) جد  $DI$ ،  $CD$  و  $AB$  واستنتج حجم رباعي الوجوه  $ABCD$

### (دورة جوان 2010 ش - رياضيات)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط  $A(2; 0; 0)$ ،  $B(0; 1; 0)$ ،  $C(0; 0; 2)$

1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامية.

2) جد معادلة للمستوي  $(ABC)$

3) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC).

4) (P) هو المستوي الذي معادلته:  $2x + 2y + z - 2 = 0$   
أ) بين أن: (P) و (ABC) متقاطعان.

ب) بين أن: (P) يشمل B و C ، ماذا تستنتج؟

5) عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق:

$$\|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = \|2\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC}\|$$

**(دورة جوان 2010 ش - رياضيات)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(-1; 2; 1)$ ،  $B(2; 1; 3)$ ،  $C(0; -1; 2)$  والتكن

(P) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث:  $AM = BM$

1- بين أن (P) هو المستوي الذي معادلته  $3x - y + 2z - 4 = 0$

2- عيّن معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A ويوازي (P)

3- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل C ويعامد (P)

ب- عيّن احداثيات E نقطة تقاطع (Q) و (D).

ج- احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (D).

4- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي  $(\pi)$  الذي يحوي المستقيم

ويعامد المستوي (P) ثم استنتج معادلة له.

**(دورة جوان 2009 ش - رياضيات)**

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  حيث  $x + 2y - z - 2 = 0$  معادلة لـ  $(P_1)$

$$\text{و } (P_2) \text{ تمثيله الوسيطى } \begin{cases} x = 1 + 2\alpha + \beta \\ y = 1 + \alpha \\ z = 5 + \alpha + \beta \end{cases} \text{ و } (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$$

1) اكتب معادلة للمستوي  $(P_2)$ .

2) عيّن شعاعا ناظميا  $\vec{n}_1 \perp (P_1)$  وشعاع ناظميا  $\vec{n}_2 \perp (P_2)$

3) بيّن أن المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  متعامدان.

4)- أ)  $A(3; 1; 1)$  نقطة من الفضاء ، عيّن المسافة  $d_1$  بين

النقطة A و  $(P_1)$  والمسافة  $d_2$  بين النقطة A و  $(P_2)$ .

ب) استنتج المسافة  $d_3$  بين النقطة A والمستقيم  $(\Delta)$  تقاطع

المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$ .

5- أ) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  بدلالة  $\lambda$  حيث  $\lambda \in \mathbb{R}$

ب) M نقطة كيفية من  $(\Delta)$  ، احسب  $MA^2$  بدلالة  $\lambda$

مستنتجا ثانية المسافة بين A و  $(\Delta)$ .

**(دورة جوان 2009 ش - رياضيات)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقطتين  $A(2; 1; 2)$ ،  $B(0; 2; -1)$  والمستقيم (D)

$$\text{ذو التمثيل الوسيطى } \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \text{ حيث } t \text{ عدد حقيقي.}$$

1) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

اثبت ان (D) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي .

2) نعتبر المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي (D)

أبيّن أن الشعاع  $\vec{n}(1; 5; 1)$  عمودي على المستوي (P).

ب- اكتب معادلة للمستوي (P).

ج- بين أن المسافة بين نقطة M من (D) والمستوي (P)

مستقلة عن موضع M.

د- عيّن تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين (P) و  $(yOz)$

**(دورة جوان 2008 ش رياضيات)**

$(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  معلم متعامد ومتجانس في الفضاء .

نعتبر النقط  $A(0, 2, 1)$ ،  $B(-1, 1, -3)$ ،  $C(1, 0, -1)$

1) اكتب المعادلة الديكارنية لسطح الكرة S التي مركزها C

وتشمل النقطة A.

2) ليكن المستقيم (D) المعروف بالتمثيل الوسيطى:

$$\text{حيث } t \text{ عدد حقيقي. } \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$

أ) اكتب معادلة للمستوي الذي يشمل C ويعامد (D).

ب) احسب المسافة بين النقطة C والمستقيم (D).

ج- ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) و سطح الكرة S ؟

**(دورة جوان 2008 ش رياضيات)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  المعروفين بالتمثيلين الوسيطيين

$$\text{على التوالي } \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2 + \frac{1}{2}\lambda \\ z = -2 - 2\lambda \end{cases} \text{ و } \begin{cases} x = 6 + \alpha \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 5 + \alpha \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R} \text{ و } \alpha \in \mathbb{R}$$

1- بين أن المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  ليسا من نفس المستوي

2- M نقطة كيفية من  $(\Delta)$  و N نقطة كيفية من  $(\Delta')$

أ) عين إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم

(MN) عموديا على كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ .

ب) احسب الطول MN .

3- عين معادلة للمستوي (P) الذي يشمل  $(\Delta)$  ويوازي  $(\Delta')$ .

4- احسب المسافة بين نقطة كيفية من  $(\Delta')$  و  $(P)$  ما تلاحظ ؟

الأستاذ: م. العربي س د 12/2013