01 تحقق من صحة المساواة التالية من اجل كل x من $\mathbb{R}$

1) $\frac{-1}{1-xe^{-x}}=\frac{e^x}{x-e^x}$ ، 2) $\frac{3e^x-1}{1+e^x}=\frac{4e^x}{e^x+1}-1$

02 حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية

1) $\frac{1}{e^{-x}}=\frac{2e^{2x}}{e^x+1}$ ، 2) $(e^{2x}-e)(e^{-2x}-1)=0$

3) $e^{2x}-4e^x+3=0$ ، 4) $e^{x+2}-e-2e^{-x}=0$

03 حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية

1) $e^{-x}+e^x\le 2$ ، 2) $(2e^x-4)(e^x-1)\le 0$

3) $(x+1)(e^x-1)\le 0$ ، 4) $e^{2x}-2e^x-8>0$

04 1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2t^2-5t+2=0$

2) حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة : $\begin{cases}2e^{2x}-5e^x+2=0\\ e^x\times e^y=2\end{cases}$.

05 1) أحسب نهايات الد الة f عند $-\infty$ و $+\infty$ في كل حالة :

$f(x)=x-e^x$ ، $f(x)=x.e^x-e$ ، $f(x)=(x-1)e^{-x}$

$f(x)=xe^{2x}-2e^x$ ، $f(x)=\frac{2e^x-1}{e^x+1}$ ، $f(x)=-x+\frac{2e}{e^x+1}$

2) أحسب نهايات الد الة f عند $-\infty$ و $+\infty$ و 0 في كل حالة :

$f(x)=1-\frac{3e^x}{e^x-1}$ ، $f(x)=\frac{xe^x}{e^x-1}$ ، $f(x)=\frac{x^3}{e^x-1}$

06 أحسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة :

$f(x)=e^{2x}-2e^x$ ، $f(x)=\frac{3e^x+1}{e^x-1}$ ، $f(x)=(x^2-3x)e^{-x}$

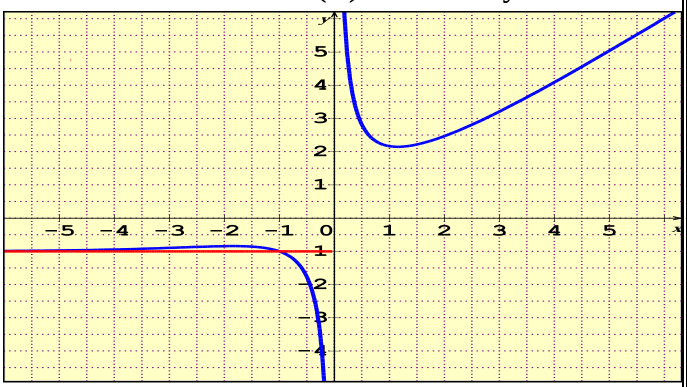
07 1) ارسم في معلم متعامد ومتجانس المنحنى (C) الممثل للدالة $f:x\mapsto e^x$.

2) عبر عن الدوال التالية بدلالة f.

أ) $f_1:x\mapsto e^x+1$ ، ب) $f_2:x\mapsto -e^x$ ، جـ) $f_3:x\mapsto e^{-x}$

استنتج رسم منحنيات f_1 ، f_2 ، f_3 في نفس المعلم السابق

08 1) المنحنى $(\mathscr{C})$ في الشكل الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ في المستوي المنسوب إلى متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، محور التراتيب و المستقيم الذي معادلته: $y=-1$ مقاربان لـ $(\mathscr{C})$.



أ) اقرأ بيانيا نهايات f عند أطراف مجموعة التعريف.

ب) حل بيانيا كل من: أ) $f(x)=-1$ ؛ ب) $f(x)>-1$

2) نقبل أن f معرفة بالدستور : $f(x)=\frac{xe^x+1}{e^x-1}$

أ) ادرس حسب قيم x إشارة (e^x-1)

حل في $\mathbb{R}^*$ المتراجحة: $f(x)>-1$.

ب) تحقق أن: $f(x)=-\frac{x+e^{-x}}{e^{-x}-1}$ ، ثم جد من جديد $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

حـ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا ؟

09 f دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

حيث a ، b و c أعداد حقيقية و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) عين a ، b و c إذا علمت أن (C_f) يشمل النقطة $A(0;1)$ و $f'(0)=-6$ و $f'(1)=0$

2) g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2-5x+1)e^{-x}$

أ) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) أرسم المنحنى (C_g) على المجال $[0;+\infty[$.

10 I) إليك جدول تغيّرات الدالة g المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+2-e^x$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	
$g(x)$	$+1$	$-\infty$

1) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $[0,+\infty[$

2) استنتج إشارة $g(x)$.

II) f دالة معرّفة على $[0,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{e^x-1}{xe^x+1}$

يرمز (Γ) إلى منحنى f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيّا.

2) تحقق أنّه من أجل كل $x\in[0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{e^x.g(x)}{(xe^x+1)^2}$

3) ا- أثبت أنّ: $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha+1}$. ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ علما أنّ: $1{,}14\prec\alpha\prec 1{,}15$. جـ- أنجز جدول تغيّرات f.

4) اكتب معادلة نصف المماس (Δ) للمنحنى (Γ) عند المبدأ O.

5) ارسم (Δ) و (Γ).

11 لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ :

$f(x)=\frac{x}{2}+1+e^{-|x|}$. يرمز (C_f) إلى منحنيها في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ؛[وحدة الطول: $2cm$].

1. ا) احسب النّهايتيْن على طرفيْ مجال التّعريف.

ب)احسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-\left(\frac{x}{2}+1\right)\right)$ ،ثم فسّر النتيجة هندسيّا.

2. ا) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

ماذا تستنتج بالنسبة للدّالّة f ؟ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

جـ) اكتب معادلتيْ نصفيْ المماسيْن (Δ_1) و (Δ_2) عند النّقطة ذات الفاصلة 0.

د) ادرس تغيّرات الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3. ا) بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تنتمي إلى المجال $]-2{,}3;-2{,}2[$.

ب) أنشئ بعناية كلاّ من (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f) .

جـ) ناقش بيانيّا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة $me^{|x|}-e^{|x|}-1=0$.

12 المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

I) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $h(x)=e^{x}-x+2$

1)ادرس اتجاه تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}$.

2)احسب $h(0)$ ثم استنتج ان $h(x)\geq 3$ من اجل كل $x\in\mathbb{R}$

II) f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{-x}(x-1)+x+1$

و (Γ) تمثيلها البياني

1)برهن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=0$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2)بين أن من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن : $f'(x)=e^{-x}.h(x)$

وارسم جدول الدالة f.

3)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على $\mathbb{R}$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (Γ)؟

4)جد $f''(x)$ ثم برهن ان المنحنى (Γ) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

5)حساب صور كلا من 1- و 1 و 2 بالدالة f ثم ا رسم المنحنى (Γ) على المجال $]-1;+\infty[$.

6)ليكن (T_α) مستقيما معادلته : $y=x+\alpha$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$

عين α حتى يكون (T_α) مماسا للمنحنى (Γ) .

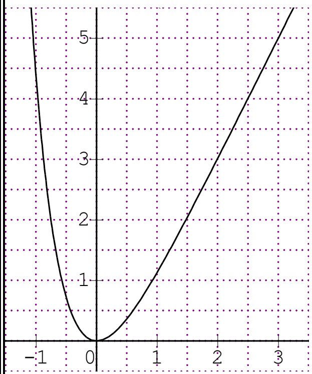
II) k دالة عددية معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $k(x)=f(-x)$

أ)بإستعمل مشتقة الدالة المركبة جد مشتقة الدالة k .

ب)ارسم جدول تغيراتها.

13 I-المنحني المقابل هوالتمثيل البياني للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{-2x}+2x-1$

بقراءة بيانيّة، شكّل جدول تغيّرات g ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$



II- لتكن f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x)=x+2+(x-1).e^{2x}$ وليكن C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2)ا-بيّن، أنّه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x}.g(x)$

بـ- أنشئ جدول تغيرات f .

جـ- دون اللجوء إلى المشتق الثاني ، أثبت أنّ C_f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيّيْها.

3) ا- تحقق أنّ المستقيم (D) ذا المعـادلة $y=x+2$ مقـارب للمنحنى C_f بجوار $-\infty$.

بـ- ادرس وضعيّة المنحني C_f بالنسبة للمستقيم (D)

جـ- برهن أنّ C_f يقطع محور الفـواصل في نقطة وحيدة فاصلتهـا α من المجال $]-2;-1{,}9[$.

د-بيّن أنّه يوجد مماس (Δ) لـِ C_f معامل توجيهه1.

هـ- أنشئ المماس (Δ) ثمّ أنشئ المنحني C_f على $]-\infty;1{,}25]$ ؛ (تعطى $f(1{,}25)\simeq 6{,}29$).

و-ناقش بيانيّا،حسب قيم الوسيط الحقيقي m من المجال $]-\infty;2]$ عدد وإشارة حلول المعادلة $(x-1).e^{2x}=m-2$

III- h دالة عدديّة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(1-2x)$

باستعمال مشتق دالة مركبة ، جد مشتق الدالة h ،ثمّ شكّل جدول تغيّراتها، مع التعليل.

14 حدّد العبارات التالية الصحيحة والخاطئة مع التبرير

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{-x}$.

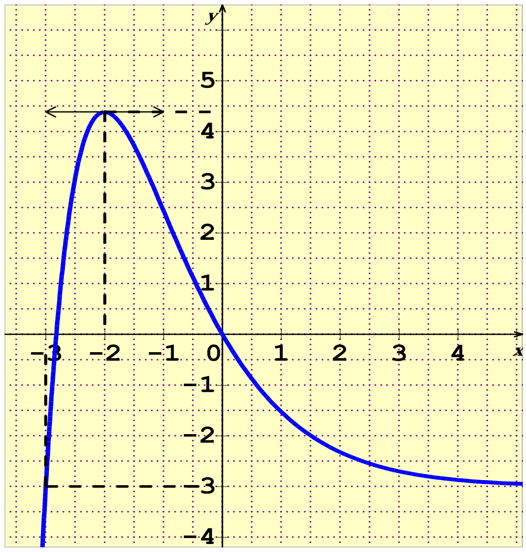
1) من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)\times f(-x)\leq 0$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=-\infty$

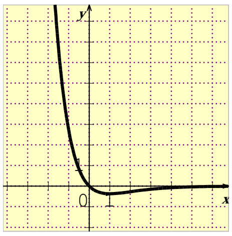
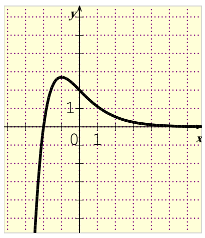
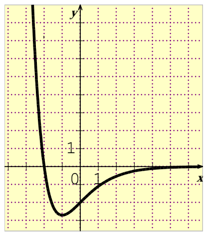
3) الدالة f تقبل قيمة حدية عظمى عند $x=1$.

4) الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية $y'=-y$.

01 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$
حيث a و b عددان حقيقيان والبكن C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$



1) بقراءة بيانية للمنحنى C_f:
أ) عين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$
ب) عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$
2) من بين المنحنيات (1) ، (2) ، (3) عين مع التبرير المنحنى الممثل للدالة 'f.

(3) (2) (1)

2- أ) بين أن $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$
ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.
جـ) بين أن المعادلة $f(x)=-2$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]1,50;1,52[$

(ب. ش. ت.إ دورة 2009)

02 I) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{4}{e^x+1}$
والبكن (C_f) تمثيلها البياني في م.م.م $(o;\vec{i},\vec{j})$.
1) ادرس تغيرات الدالة f.
2) بين ان (C_f) يقبل نقط إنعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω. ثم بين ان ω مركز تناظر لـ (C_f)
3) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$
استنتج ان (C_f) يقبل مقاربين يطلب تعيين معادلة كل منهما
4) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة $x_0\in]-2,77;-2,76[$ احسب $f(1)$ و $f(-1)$ ارسم (C_f)
II) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=-x+3-\frac{4}{e^x+1}$
والبكن (C_g) تمثيلها البياني.
1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x)=f(-x)$
2) انشئ (C_g) في نفس المعلم السابق(دون دراسة g)

(ب. ش.ردورة 2008)

03 I- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-x)e^x-3$
1) أدرس تغيرات الدالة g.
2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما معدو والآخر $\alpha\in]2,82;2,83[$
3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x
II- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1};x\neq0 \\ f(0)=0 \end{cases}$
والبكن (C_f) تمثيلها البياني
1) بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند $x_0=0$
اكتب معادلة لـ(T) مماس (C_f) عند O
2) أ) بيّن أن $\lim_{x\to+\infty}x^3e^{-x}=0$ ثم جد $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)$
ب) بيّن أنه من أجل $x\neq0$ فإن: $f'(x)=\frac{x^2}{(e^x-1)^2}g(x)$
جـ) تحقق أن: $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ، ثم عين حصرا له.
د) أنشئ جدول تغيرات f
3) أحسب $f(x)+x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\to-x^3$
بيّن أن $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ وفسر النتيجة هندسيا.
4) أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و (C_f) و (C)
5) h دالة عددية معرفة $\mathbb{R}$ حيث: $g(x)=f(x-1)+1$
بين أنه يمكن رسم C_g إنطلاقا من C_f ، ثم أرسم C_g

(ب. ش.ردورة 2008)

04 g - I هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:
$$g(x)=-4+(4-2x)e^x$$
1) أدرس تغيرات الدالة g ، شكل جدول تغيراتها.
2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59\prec\alpha\prec1,60$.
3) استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ؛[وحدة الطول: 2cm] .

1- بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلاتهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2- أ) برهن أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب) أستنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) احسب $f(1)$ ، ثم أستنتج إشارة $f(x)$.

3- أ) بيّن أن : $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ حيث α المعرف في السؤال 2 الجزء 1.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

جـ) أرسم (C_f).

4- ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=[f(x)]^2$

أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم أستنتج إشارة $h'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h. **(ر دورة جوان2012)**

05 نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$ يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

4) بيّن أن النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ وّ $-1,4<\beta<-1,3$.

ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

جـ) أرسم (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$ **(ع .ت دورة جوان2010)**

06 I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-xe^x$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ ..

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha\in]-1;+\infty[$

ب-تحقق أن: $0,5<\alpha<0,6$ أستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^x-x-1$. و (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f .بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

أستنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;2]$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أن $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.(تدور النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ-بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $-1,6<x_1<-1,5$ وّ $1,5<x_2<1,6$.

ب-أنشئ (Δ) و (C_f) . **(ب. ع .ت دورة جوان2012)**

07 I-نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$

حيث a و b عددان حقيقيان. (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II- نعتبر الدالة g العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$

و (C_g) إلى تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$

وفسر النتيجة بيانيا(نذكرأن $\lim\limits_{u\to-\infty}ue^u=0$)

ب) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

جـ) بين أن (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ) أرسم (C_g) .

و) k الدالة المعرفة المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها. **(ب. ع .ت دورة جوان2008)**