بسم الله الرحمن الرحيم

المجال 1: التطورات الرتيبة

الوحدة رقم 3:

دراسة ظواهر كهربائية

الدارة الكهربائية RC

ملتقى العلوم الفيزيائية سيدي عيسى - المسيلة -

تحت اشرف السيد المفتش خلفاوي إبراهيم

تصميم الأستاذ: رابحي جمال

الوحدة 3 : دراسة ظواهر كهربائية

مؤشرات الكفاءة

1 يعرف المكثفة وكيفية تمثيلها رمزيا

2 -يستعمل العلاقة $q = CU$.

3 -يكتب عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة

4 -يعرف عبارة ثابت الزمن ويجد وحدته بالتحليل البعدي

5 -يوظف وثيقة لدراسة تأثير كل من R و C على شحن وتفريغ مكثفة لتحديد ثابت الزمن τ

6 -يعرف عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثفة

7 -يؤسّس المعادلات التفاضلية لتطور بعض المقادير الكهربائية في ثنائيي القطب RC

المكتسبات القبلية

- التيار الكهربائي المستمر
- التيار الكهربائي المتناوب .
- قانون التوترات , قانون الشدات ,
- قانون اوم بين طرفي الناقل الأومي

المحتوى المفاهيمي

1- تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة :

- تعريف المكثفة.
- سعة وشحنة مكثفة:العلاقة $q = CU$
- التفسير المجهري للشحن والتفريغ.
- المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي u_C:
  . خلال الشحن.
  . خلال التفريغ في ناقل أومي.
- الحل التحليلي: ثابت الزمن τ.
- تطبيق: قياس سعة مكثفة.
- الطاقة المخزنة في مكثفة.

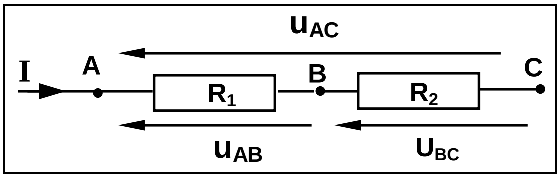
1 - مكتـــسبات قبــــلية :

1 - 1 - التيار الكهربائي المستمر : هو كل تيار كهربائي شدته ثابتة بدلالة الزمن .

1- 2 - التيار الكهربائي المتناوب : هو كل تيار كهربائي شدته متغيرة بدلالة الزمن .

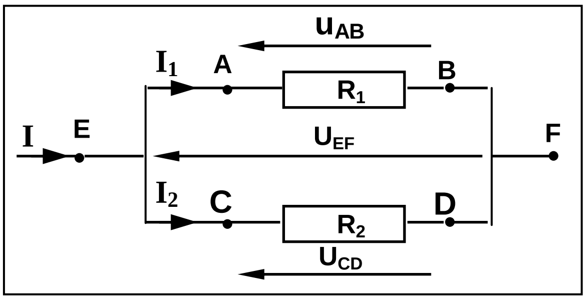
1 - 3 - قانون التواترات :

أ - حالة الدارة المتسلسلة :



$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$$

ب - حالة الدارة المتفرعة :



$$U_{EF} = U_{AB} = U_{CD}$$

1 - 4 - قانون الشدات :

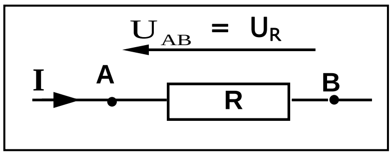
أ - حالة الدارة المتسلسلة : (ثابت) $\boxed{I = cte}$

ب - حالة الدارة المتفرعة : $\boxed{I = I_1 + I_2}$

1 - 5 - قانون اوم بين طرفي الناقل الأومي :

$$\boxed{U_R = R \cdot I}$$

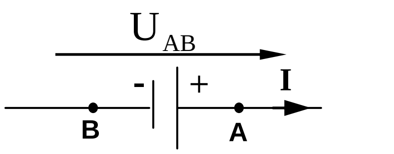
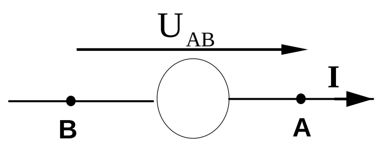
R : مقاومة الناقل الاومي (أوم Ω) .



1 - 6 - قانون اوم بين طرفي مولد التوتر:

ملاحظة : يجب التفريق بين مولد التوتر ومولد التيار .

مولد التوتر : تبقى E ثابتة مهما كانت الدارة .
مولد للتيار : تبقى I ثابتة مهما كانت الدارة

 (E , r)	 (E , r = 0)
$U_{AB} = E - r\,I$ مـــــــــــولد	$U_{AB} = E$ مـــولد مثالي

ملاحظة هامة: كل عبارة اضغط هنا. يجب الضغط معها على مفتاح **Ctrl**

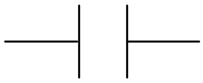
يمكن طبع هذا الجدول اضغط هنا *للتوسع أكثر خاصة بالأستاذ:* اضغط هنا

2 ـ المكثفات و ثنائي القطب RC :

2 - 1 ـ خصائص المكثفة :

2 - 1 - 1 ـ وصف المكثفة :

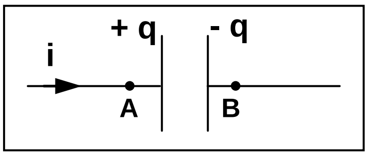
تتكون المكثفة من صفيحتين ناقلتين تفصل بينهما مادة عازلة للكهرباء (الهواء ، خزف ، ميكا ، ورق ، شمع ، ...)
تدعى كل صفيحة لبوس المكثفة ويرمز لها بالرمز :



2 - 1 - 2 ـ العلاقة بين شحنة q مكثفة و شدة التيار i :

كمية الكهرباء Δq التي تجتاز مقطع ناقل اذا كانت شدة التيار ثابتة I
خلال مدة زمنية Δt تعطى بالعلاقة : $\boxed{\Delta q = I\,\Delta t \quad \Rightarrow \quad I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}}$

Δq : كمية الكهرباء (كولوم C) . I : شدة التيار الكهربائي (أمبير A) . Δt : المدة الزمنية (ثانية S) .



لما $\Delta t \rightarrow 0$ نكتب $\boxed{dq = i\,.dt \quad \Rightarrow \quad i = \dfrac{dq}{dt}}$

ملاحظات :

1 ـ نرمز للمقادير اللحظية (المقادير التي تتغير بتغير الزمن) بالرموز الصغيرة (q , u , i) ، ونرمز لقيمها العظمى بالرموز الكبيرة (Q , U , I) .

2 ـ $q_A = q_B = q$.

3 ـ اذاكان $i \rangle 0$ فان شحنة المكثفة q تتزايد (شحن المكثفة) .

4 ـ ـ اذاكان $i \langle 0$ فان شحنة المكثفة q تتناقص (تفريغ المكثفة) .

2 ـ1ـ3 ـ سعة مكثفة : العلاقة $Q = C.U$

نشاط: *شحن مكثفة بتيار ثابت* *اضغط هنا.* + *الشرح فيديو* *اضغط هنا* .

وجد تجريبيا أن كمية الكهرباء q تتناسب طردا مع التوتر الكهربائي بين طرفيها u_C حيث :

q : شحنة المكثفة (C) . U_C : التوتر بين طرفي المكثفة (V) . $\boxed{C = \dfrac{q}{u_C}} \Rightarrow q = C\,.u_C$

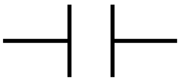
C : سعة المكثفة (فاراد F) .

* الفاراد وحدة كبيرة جدا أمام سعات المكثفات المستعملة ولهذا تقدر في الغالب بأجزاء الفاراد و هي :

الميكروفاراد (µF) : $1\,\mu F = 10^{-6}\,F$	النانوفاراد (ηF) : $1\eta F = 10^{-9}\,F$
البيكو فاراد (pF) : $1pF = 10^{-12}\,F$.	

2 - 1 - 4 - أنواع المكثفات :

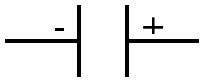
أ ـ المكثفة المستوية (غير مستقطبة) : مكثفة لبوساها مستويان متوازيان البعد بينهما (d) و سطح كل منهما (S) سعتها تعطى بالعلاقة :



$\boxed{C = \varepsilon \frac{S}{d}}$ حيث $\boxed{\varepsilon = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r}$ ε: ثابت العزل الكهربائي ، ε_0 : ثابت العزل الكهربائي المطلق للفراغ

$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \, (F.m^{-1})$ ε_r : ثابت العزل الكهربائي النسبي (يميز العازل) .

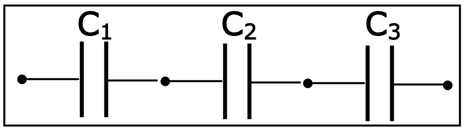
ب ـ المكثفات الالكتروكيميائية (مستقطبة) :



2 - 1 - 5 - ربط المكثفات :

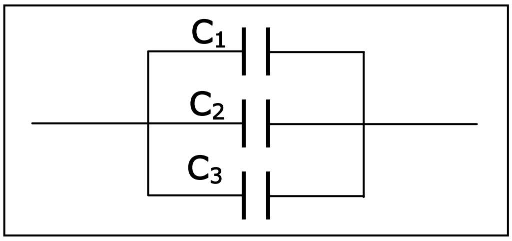
أ ـ الربط على التسلسل :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$



ب ـ الربط على التفرع :

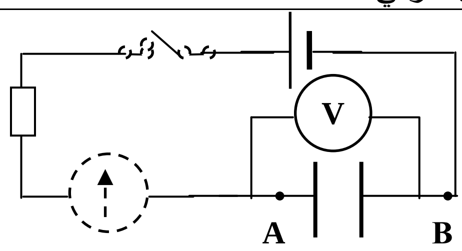
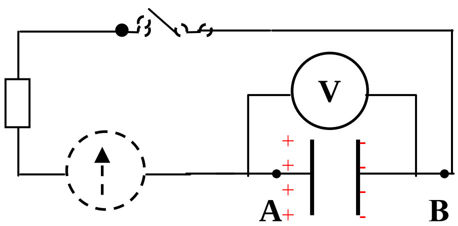
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$



2 - 1 - 6 شحن وتفريغ مكثفة:

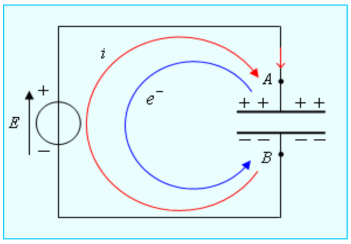
ماذا يحدث للمكثفة عندماتوصل في دارة كهربائية ؟

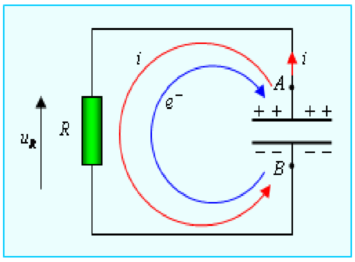
يمكن أن نستعمل برنامج CROCODILE Clips الشرح بالفيديو

التجربة 1	التجربة 2
1- ركب دارة بالربط على التسلسل مولد حقيقي قوته المحركة الكهربائية E=12V ، مكثفة سعتها كلية غلفانومتر ، ناقل أومي مقاومته R=1000Ω وقاطعة بسيطة. إربط وعلى التفرع بين طرفي المكثفة مقياس الفولط (رقمي) إغلق القاطعة وسجل ملاحظتك . قس التوتر بين طرفي المولد عند نهاية الشحن وقارنه مع التوتر بين طرفي المكثفة.	2- بعد نهاية عملية الشحن إفتح القاطعة و اعزل المولد . بعد ذلك أغلق القاطعة . قس التوتر بين طرفي المكثفة عند نهاية الشحن .
	
نلاحظ مرور التيار لفترة قصيرة ثم ينعدم عندما يصل التوتر بين طرفي المكثفة إلى نفس قيمة التوتر بين طرفي المولد .	نلاحظ مرور التيار لفترة قصيرة في الإتجاه المعاكس ثم ينعدم ، تتوقف هذه الحركة عندما ينعدم التوتر بين طرفي المكثفة .
يعمل المولد على تحريك الإلكترونات من اللبوس A إلى اللبوس B	تعود الإلكترونات إلى اللبوس A بحركتها من اللبوس B إلى اللبوس A .
المكثفة شحنت .	المكثفة أفرغت .

2-1 - 7 التفسير المجهري لشحن و تفريغ مكثفة :

(النص كما نص عليه المنهاج الرسمي)





تكون المكثفة غير مشحونة $(Q=0)$ و أثناء الشحن،
يحدث المولد اختلالا في **التوازن الكهربائي** وذلك بإخضاع الالكترونات للتحرك من صفيحة إلى أخرى، ويساهم في هذه الحركة وجود شحنات كهربائية مختلفة الإشارة على مستوى الصفيحتين. $Q \succ 0$ و $Q' \prec 0$.
أما أثناء التفريغ، يزول تدريجيا الاختلال في **التوازن الكهربائي** إلى غاية الوصول إلى التوازن الابتدائي $(Q=0)$.

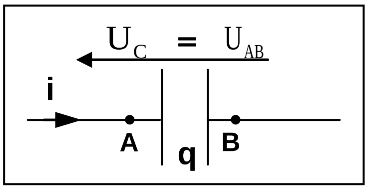
.

للتوضيح : **المحاكاة** ***اضغط هنا***

نتيجة :
تخزن المكثفة أثناء شحنها كمية من الكهرباء و تعيدها أثناء التفريغ .

2 - 1 - 8 - العلاقة بين شدة التيار و التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة :

لدينا : $q(t)=C.U_C(t)$ ، $i(t)=\frac{dq}{dt}$



$$\Rightarrow i(t)=\frac{d[C.U_C(t)]}{dt} \Rightarrow \boxed{i(t)=C.\frac{dU_C(t)}{dt}}$$

3 - تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة :

3 - 1 - الدراسة التجريبية :

- *الطريقة 1 التقليدية :* توزع هذه المطبوعة : اضغط هنا + الفيديو اضغط هنا
- *الطريقة 2 باستخدام راسم الاهتزاز المهبطي :* توزع هذه المطبوعة : اضغط هنا

1 / الفيديو راسم الاهتزاز المهبطي العادي اضغط هنا

2/ الفيديو راسم الاهتزاز ذو ذاكرة بتوتر مستمر اضغط هنا   3 / ذو ذاكرة باستعمال- *GBF* اضغط هنا

- *الطريقة 3 باستخدام المحاكاة CROCODILE* اضغط هنا

3 - 2 - ثابت الزمن τ للدارة RC :

* نسمي الجداء RC بثابت الزمن τ لثنائي القطب RC وحدته الثانية (S) و نكتب : $\boxed{\tau = RC}$

* ثابت الزمن τ يميز سرعة الشحن أو سرعة التفريغ في الناقل الاومي R.

*التحليل البعدي ثابت الزمن τ: $[R.C] = [R] \times [C]$

لدينا: $i = C.\dfrac{du}{dt}$ إذن: $[C] = \dfrac{[i] \times [t]}{[u]}$

من أجل مقاومة، يكون لدينا: $u = Ri$ و بالتالي : $[R] = \dfrac{[u]}{[i]}$

نعوض كل هذا فنجد:

$$[RC] = [R] \times [C] = \frac{[u] \times [i] \times [t]}{[u] \times [i]} = [t]$$

منه الجداء $RC = \tau$ له أبعاد الزمن (مقدار متجانس مع الزمن)

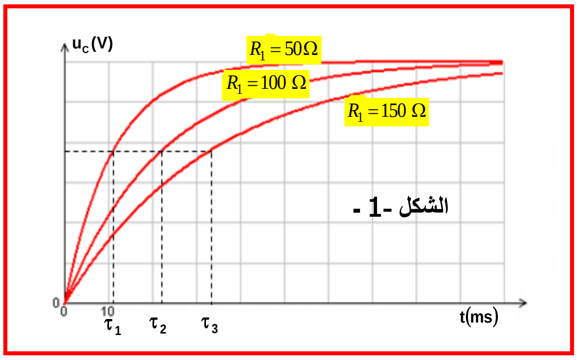
ملاحظة :

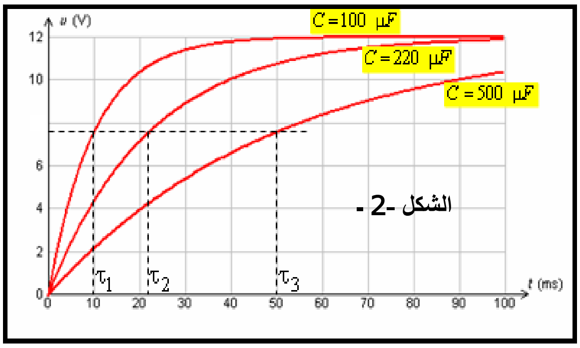
ثابت الزمن τ عبارة عن الزمن اللازم لكي يتم شحن أو تفريغ المكثفة بنسبة 63% .

3 - 3 - تأثير المقاومة R وسعة المكثفة C على ثابت الزمن τ :   المحاكاة هنا Micromég

حسب المنهاج يوظف وثيقة لدراسة تأثير كل من R و C . لتحميل المطبوعة اضغط هنا

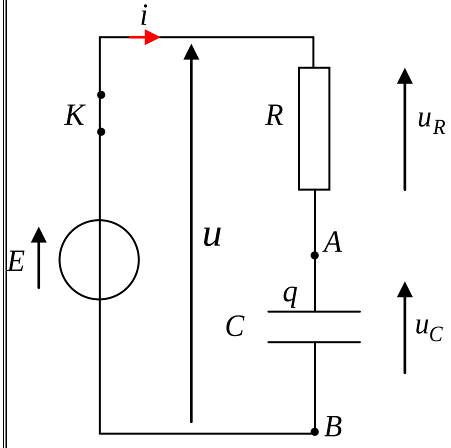
* يزداد ثابت الزمن τ مع زيادة قيمة المقاومة التي تشحن عبر ها المكثفة الشكل - 1.
* يزداد ثابت الزمن τ مع زيادة قيمة سعة المكثفة الشكل - 2 - .





3 ـ 4 ـ الدراسة النظرية :

3 ـ 4 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة :



أ//. خلال عملية الشحن:

البيانات الملاحظة على راسم الإهتزاز المهبطي تبين أن $u_c(t)$ و $i(t)$ تغير هما أسي لهذا علينا بإيجاد المعادلة التفاضلية المميزة لعملية الشحن .

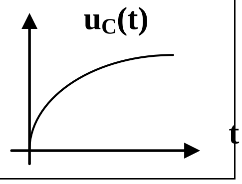
قانون جمع التوترات : $u_G(t) = u_R(t) + u_C(t)$

قانون أوم : $E = R.i(t) + u_C(t)$

العلاقة شحنة – تيار : $E = R\dfrac{dq(t)}{dt} + u_C(t)$

العلاقة شحنة – توتر : $E = R.C\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$

$$\boxed{\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R.C}u_C(t) = \frac{E}{R.C}}$$

المعادلة الزمنية	قيم خاصة				تغيرات المقدار
	$t=0$	$t=\tau$	$t=5\tau$	$t=\infty$	
$u_C(t) = E\left(1-e^{\frac{-t}{RC}}\right)$	0	$0,63E$	$0,99E$	E	

المعادلة الزمنية لشدة التيار المار في الدارة :

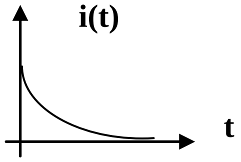
$$i(t) = C.\frac{dU_C(t)}{dt}$$

حيث أن : $u_C(t) = E\left(1-e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

بالاشتقاق نجد :

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ومنه يكون : $\boxed{i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$

المعادلة الزمنية	قيم خاصة				تغيرات المقدار
	$t=0$	$t=\tau$	$t=5\tau$	$t=\infty$	
$i\ (t\ )=\dfrac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$	$I_0=\dfrac{E}{R}$	$0,37\dfrac{E}{R}$	$0,01\dfrac{E}{R}$	0	

ب //. خلال عملية التفريغ:

البيانات الملاحظة على راسم الإهتزاز المهبطي تبين أن $u_c(t)$ و $i(t)$ تغيرهما أسي لهذا علينا بإيجاد المعادلة التفاضلية المميزة لعملية التفريغ .بإتباع نفس الخطوات مع وضع $u_G(t)=0$ (المولد خارج الدارة) ، نجد المعادلة الزمنية للتوتر بين طرفي المكثفة :

- قانون جمع التوترات

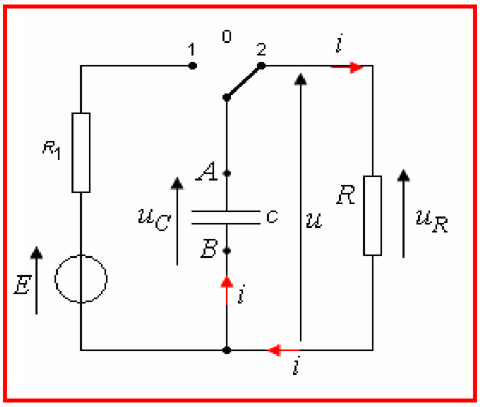
$$0=u_R(t)+u_C(t)$$

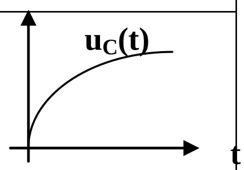
$$0=R.i\,(t)+u_C(t)$$

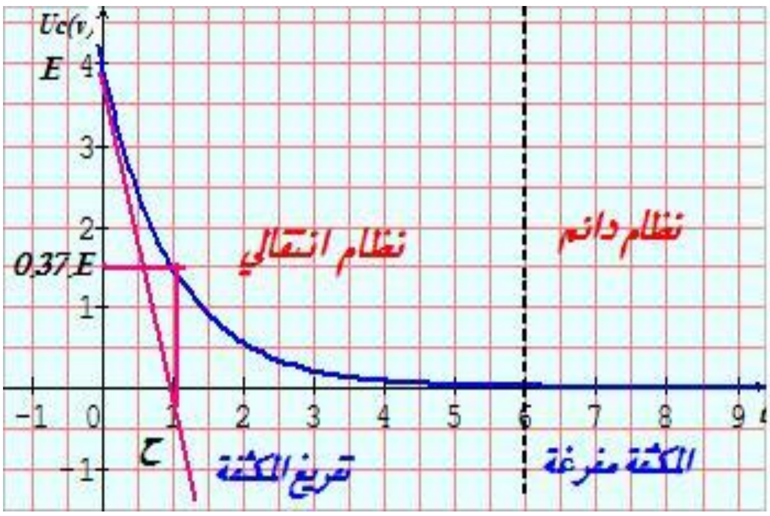
$$0=R.\frac{dq(t)}{dt}+u_C(t)$$

$$0=RC\,\frac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)$$

$$\boxed{\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{R.C}u_C(t)=0}$$



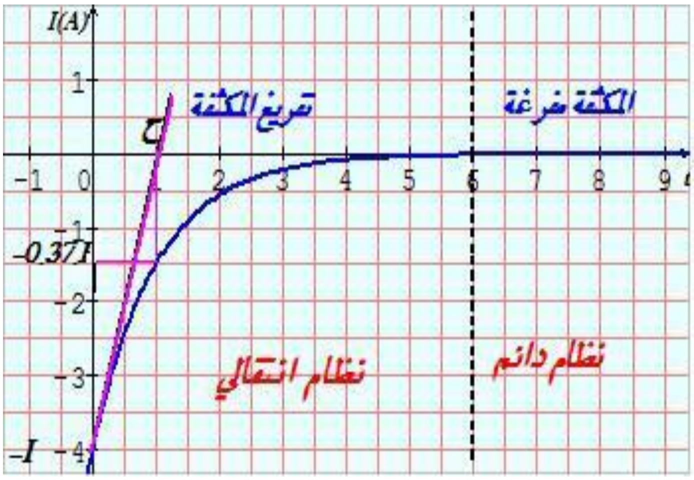
المعادلة الزمنية	قيم خاصة				تغيرات المقدار
	$t=0$	$t=\tau$	$t=5\tau$	$t=\infty$	
$u_C(t)=E\,e^{-\frac{t}{RC}}$	E	$0,37E$	$0,01E$	0	

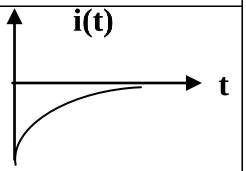


المعادلة الزمنية لشدة التيار المار في الدارة :

$i(t) = C.\frac{dU_C(t)}{dt}$ حيث أن : $u_C(t) = E e^{-\frac{t}{RC}}$ بالاشتقاق نجد

$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه يكون : $\boxed{i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$



المعادلة الزمنية	قيم خاصة				تغيرات المقدار
	$t = 0$	$t = \tau$	$t = 5\tau$	$t = \infty$	
$i(t) = -\frac{E}{R} e^{\frac{-t}{RC}}$	$-\frac{E}{R}$	$-0,37\frac{E}{R}$	$-0,01\frac{E}{R}$	0	

3-4-2- المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الاومي U_R :

أ- خلال الشحن : حسب قانون التوترات:

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \quad \Leftrightarrow \quad E = u_R + U_C$$

$$U_C = \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad E = U_R + \frac{q}{C} \quad .... \ (1)$$

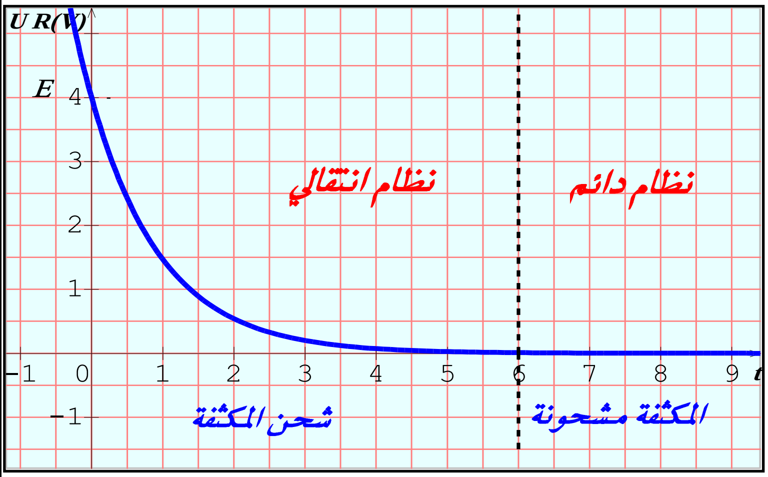
نشتق طرفي المعادلة (1) بالنسبة للزمن فنجد :

$$0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} \quad .... \ (2)$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{U_R}{R} \quad .... \ (3)$$

نعوض (3) في (2) فنجد $\boxed{\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}U_R = 0}$

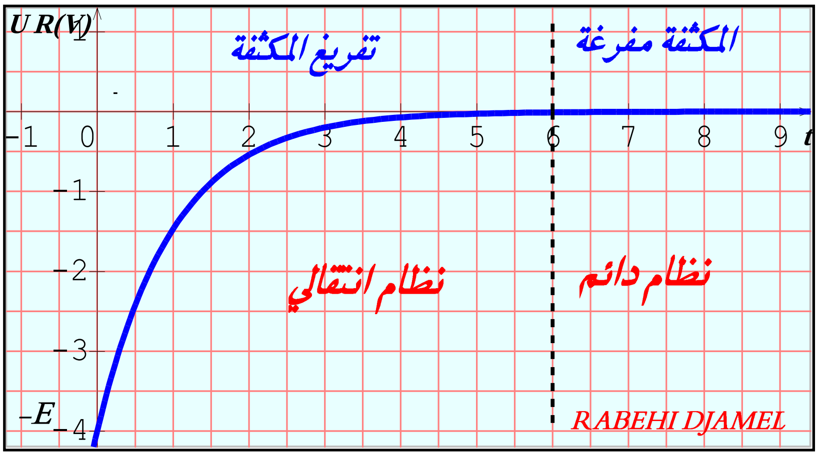


معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل:

$$\boxed{U_R = E e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Leftrightarrow \quad U_R = E e^{-\frac{t}{RC}}}$$

طريقة ثانية :

$$U_R = R\,i = R\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_R = E e^{-\frac{t}{RC}}}$$



ب ـ خلال التفريغ :

نفس الطريقة نجد : $\boxed{\frac{dU_R}{dt}+\frac{1}{RC}U_R=0}$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$\boxed{U_R=-E\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

طريقة ثانية :

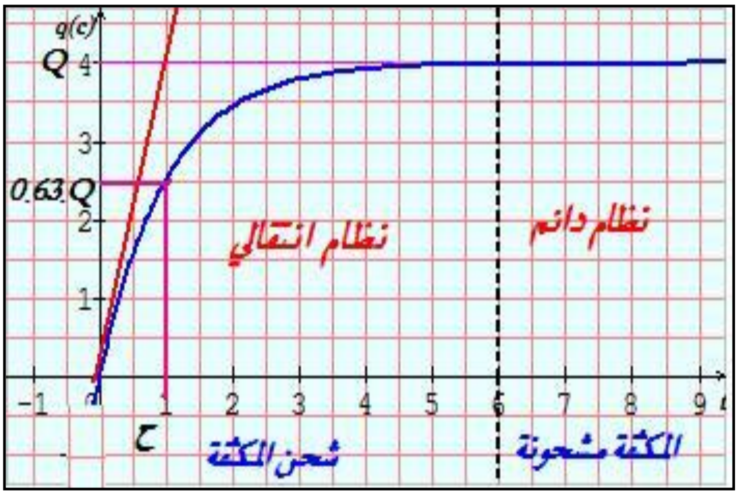
$$U_R=R\,i=R\,(-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}})\quad\Rightarrow\quad\boxed{U_R=-E\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

3ـ4ـ3ـ المعادلة التفاضلية لتطور الشحنة على لبوسي المكثفة q :

أ ـ خلال الشحن : لدينا :

$$U_{AD}=U_{AB}+U_{BD}\Leftrightarrow E=Ri+U_C\qquad i=\frac{dq}{dt}\quad U_C=\frac{q}{C}$$

ومنه $E=R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}\quad\Rightarrow\quad\boxed{\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}q-\frac{E}{R}=0}$



معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$\boxed{q=E\,C\,(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\quad\Leftrightarrow\quad q=Q_0\,(1-e^{-\frac{t}{RC}})}$$

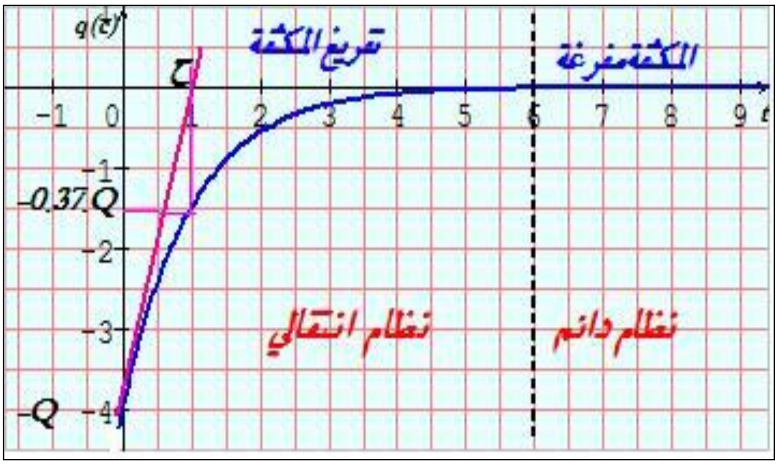
ب ـ خلال التفريغ : لدينا

$$U_{AD}=U_{AB}+U_{BD}\Leftrightarrow 0=Ri+U_C\quad ، i=\frac{dq}{dt}\quad ، U_C=\frac{q}{C}$$

ومنه $0=R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}\quad\Rightarrow\boxed{\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}q=0}$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$\boxed{q=E\,C\,e^{-\frac{t}{\tau}}\Leftrightarrow q=Q_0\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$



4- الطاقة المخزنة في مكثفة : TP فيديو لتبيين الطاقة المخزنة اضغط هنا

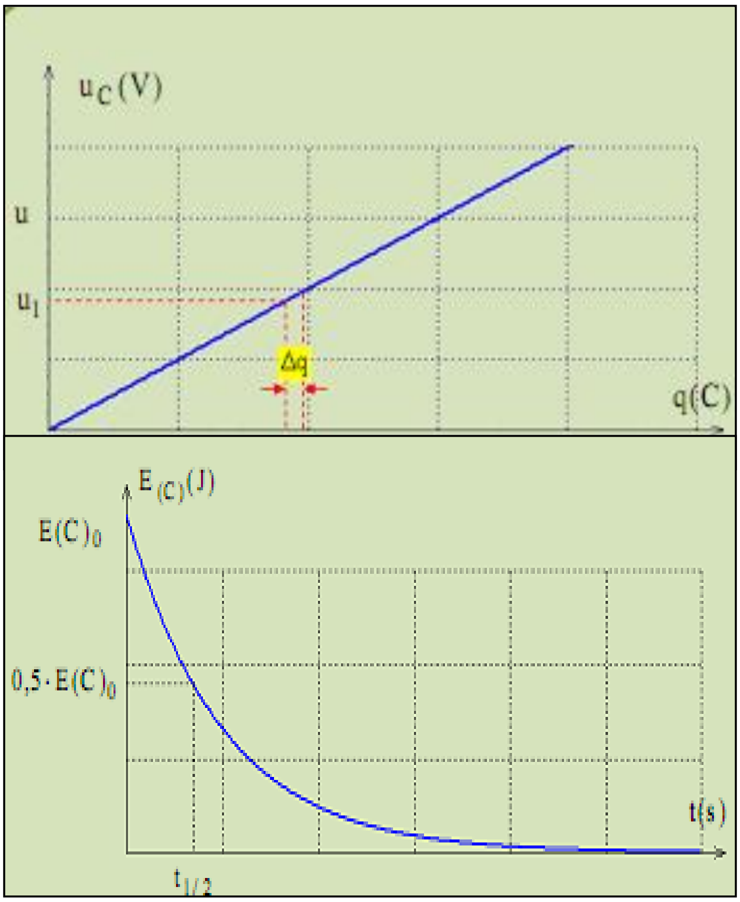
TP فيديو تأثير سعة مكثفة على الطاقة المخزنة **اضغط هنا** فيديو تأثير توتر الشحن على الطاقة المخزنة ***هنا***

تخزن المكثفة طاقة عند شحنها قدرها :

$$E_C(t)=\frac{1}{2}C.u_C^{2}(t)$$ أو $$E_C=\frac{1}{2}q\,U_C$$ أو $$E_C=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

وتقدمها عند تفريغها .

تحسب الطاقة المخزنة من البيان $u_c=f(q)$ بمساحة المثلث المحصور تحت البيان الممثل في المقابل



5- زمن تناقص طاقة المكثفة إلى النصف $t_{1/2}$:

عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة ***خلال التفريغ*** :

$$E_C(t)=\frac{1}{2}C.u_C^{2}(t)$$

$$E_C(t)=\frac{1}{2}C.\left(E.e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2$$

عند $t=0$ (لحظة بداية التفريغ) يكون :

$$E_C(t)=\frac{1}{2}C.E^2$$

فعند $t=t_{1/2}$:

$$E_C(t_{1/2})=\frac{1}{2}C.\left(E.e^{-\frac{t_{1/2}}{RC}}\right)^2$$

$$E_C(t_{1/2})=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}C.E^2\right)$$

بالتساوي نجد :

$$\frac{1}{2}C.\left(E.e^{-\frac{t_{1/2}}{RC}}\right)^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}C.E^2\right)$$

$$\frac{1}{2}C.E^2.e^{-\frac{2t_{1/2}}{RC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}C.E^2\right)$$

$$e^{-\frac{2t_{1/2}}{RC}}=\frac{1}{2}$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين نجد :

$$e^{-\frac{2t_{1/2}}{RC}}=\frac{1}{2}$$

$$e^{\frac{2t_{1/2}}{RC}}=2$$

$$2\frac{t_{1/2}}{RC}=\ln 2$$

منه :

$$t_{1/2}=RC.\frac{\ln 2}{2}=\tau.\frac{\ln 2}{2}$$