

جمعية العلماء المسلمين

شعبة صالح باي « سطيف »

المسابقة الفكرية والعلمية « بين الثانويات »

مادة الرياضيات : المدة ( 10 دقائق )

إعداد : راهم . ف

تمرين :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  .

$A$  ،  $B$  ،  $C$  ثلاث نقط من المستوي لواقعها على الترتيب :  $a = 2\sqrt{3} + i$  ،  $b = 2\sqrt{3} - i$  و  $c = \sqrt{3}$  .

1. أ- أكتب العدد  $L = \frac{a-c}{b-c}$  على الشكل الأسّي . ..... ( 1.5 نقطة )

ب- أوجد تحويل نقطي يحول النقطة  $B$  إلى النقطة  $A$  . ..... ( 1.5 نقطة )

ج- استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  . ..... ( 1 نقطة )

2. أوجد  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  التي تحقق :  $(z-a)(\bar{z}-b) = 4$  . ..... ( 2.5 نقاط )

3.  $D$  مرجح الجملة  $\{(A;1), (B;-1), (C;1)\}$  .

أ- أوجد  $d$  لاحقة النقطة  $D$  . ..... ( 1 نقطة )

ب- استنتج طبيعة الرباعي  $ADCB$  . ..... ( 1.5 نقطة )

ج- استنتج قيسا للزاوية  $(\vec{DC}; \vec{DB})$  . ..... ( 1 نقطة )

جمعية العلماء المسلمين

شعبة صالح باي « سطيف »

المسابقة الفكرية والعلمية « بين الثانويات »

مادة الرياضيات : المدة ( 10 دقائق )

إعداد : راهم . ف

حل التمرين :

لدينا :  $a = 2\sqrt{3} + i$  ،  $b = 2\sqrt{3} - i$  و  $c = \sqrt{3}$  .

1. أ- كتابة العدد  $L$  على الشكل الأسّي .

..... ( 1.5 نقطة )

لدينا :  $L = \frac{2\sqrt{3} + i - \sqrt{3}}{2\sqrt{3} - i - \sqrt{3}}$  ، و بالتالي  $L = \frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{3} - i} \times \frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{3} + i} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$  ، ومنه  $L = e^{i\frac{\pi}{3}}$  .

ب- إيجاد تحويل نقطي يحول النقطة  $B$  إلى النقطة  $A$  :

لدينا :  $L = \frac{a-c}{b-c}$  ، و بالتالي :  $a-c = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-c)$  .

..... ( 1.5 نقطة )

إذن :  $A$  صورة النقطة  $B$  بالدوران الذي مركزه  $B$  وزاويته  $\frac{\pi}{3}$  .

ج- استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

..... ( 1 نقطة )

مما سبق نستنتج أن :  $\left(\vec{CB}; \vec{CA}\right) = \frac{\pi}{3}$  و  $CB = CA$  ، ومنه المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع .

2. إيجاد مجموعة النقط  $(\gamma)$  .

لدينا :  $(z-a)(\bar{z}-b) = 4$  ، و بالتالي :  $(z-a)(\bar{z}-\bar{a}) = 4$  .

إذن  $(z-a)(\bar{z}-\bar{a}) = 4$  أي  $|z-a|^2 = 4$  إذن :  $AM = 2$  .

..... ( 2.5 نقاط )

ومنه :  $(\gamma)$  هي دائرة مركزها النقطة  $A$  ونصف قطرها 2 .

3. أ- إيجاد  $d$  لاحقة النقطة  $D$  .

لدينا  $D$  مرجح الجملة  $\{(A;1), (B;-1), (C;1)\}$  ، و بالتالي :  $d = a - b + c$  .

..... ( 1 نقطة )

إذن :  $d = 2\sqrt{3} + i - 2\sqrt{3} + i + \sqrt{3}$  ، ومنه :  $d = \sqrt{3} + 2i$  .

ب- استنتج طبيعة الرباعي  $ADCB$  .

لدينا :  $d = a - b + c$  إذن  $d - a = c - b$  .

و بالتالي  $\vec{AD} = \vec{BC}$  ، أي الرباعي  $ADCB$  متوازي الأضلاع .

..... ( 1.5 نقطة )

ولدينا  $CB = CA$  ومنه  $ADCB$  معين .

ج- استنتج قياسا الزاوية :

مما سبق نستنتج أن النقط  $B$  ،  $C$  ،  $D$  تنتمي إلى الدائرة  $(\gamma)$  .

..... ( 1 نقطة )

و بالتالي :  $\left(\vec{DC}; \vec{DB}\right) = \frac{1}{2} \left(\vec{AC}; \vec{AB}\right) = \frac{\pi}{6}$  . (الزاوية المحيطية نصف الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس) .

