تمرين01 : بكالوريا فرنسية

C ، B ، A ثلاث نقط من الفضاء ، ليست على استقامة واحدة . لتكن G_k مرجح الجملة $\{(A;k^2+1),(B;k);(C;-k)\}$ حيث k عدد حقيقي من المجال [-1 ; 1]

1) مثل النقط A ، B ، C و I منتصف [BC] ثم أنشئ النقطتين G_1 و G_2

2) أ) بين أنه من أجل $k \in [-1;1]$ فإن : $\overrightarrow{AG_k} = \dfrac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على المجال [-1 ; 1] بـ:

$$f(x) = \frac{-x}{x^2+1}$$

ت) استنتج مجموعة النقط G_k لما k يمسح المجال [-1 ; 1]

3) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

5) الفضاء منسوب الآن إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقط A ، B ، C تأخذ الإحداثيات (0 ; 0 ; 2) ، (-1 ; 2 ; 1) و (-1 ; 2 ; 5) على الترتيب .

أ) عين إحداثيات G_1 و G_2 ، تحقق أن (E) و (F) يتقاطعان.

ب) أحسب نصف قطر الدائرة (C) تقاطع (E) و (F) .

تمرين02 : بكالوريا فرنسية

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

لتكن النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;4;-1)$ ، أجب بـ صحيح أو خاطئ مع التبرير

1. المثلث ABC قائم .
2. المستوي (P) الذي معادلته x+y+z-3=0 عمودي على المستقيم(AB) و يشمل A .
3. معادلة المستوي (P') العمودي على (AC) والذي يشمل A هي: x + z - 5 = 0 .
4. $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) تقاطع (P) و (P').
5. المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).
6. حجم رباعي الوجوه ABCD هو 81 وحدة حجوم.
7. قيس الزاوية BDC هو $\dfrac{3\pi}{4}$ راديان.
8. مساحة المثلث BDC هي 21 وحدة مساحة.
9. بعد A عن المستوي (BDC) يساوي 3.

تمرين03 : بكالوريا فرنسية

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط (A(3 ; 0 ; 10 ، B(0 ; 0 ; 15) و C(0 ; 20 ; 0)

1) أ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ب) بين أن (AB) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة(9 ; 0 ; 0)

ت) علّل لماذا A ، B و C ليست على استقامة واحدة .

2) لتكن H نقطة تقاطع الارتفاع المرسوم من O في المثلث OBC مع المستقيم (BC)

أ) بين أن المستقيم (BC) عمودي على المستوى (OEH) .

- استنتج أن (EH) هو الارتفاع المرسوم من E في المثلث EBC .

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (OEH)

ت) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

d) بين أن الجملة :

$$\begin{cases} x = 0 \\ 4y - 3z = 0 \\ 20x + 9y + 12z - 180 = 0 \end{cases}$$

مع $t \in \mathbb{R}$ ، تقبل حلا وحيدا . ماذا يمثل هذا الحل ؟

e) أحسب البعد OH . استنتج أن EH = 15 و مساحة المثلث EBC .

3) بحساب حجم رباعي الوجوه OEBC بطريقتين ، استنتج بعد النقطة O عن المستوي (ABC)

- هل يمكن توقع هذه النتيجة من (2 , c)

تمرين04 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط التالية (A(4 ; 0 ; -3 ، B(2 ; 2 ; 2) ، C(3 ;-3 ;-1) و D(0 ; 0 ; -3) .

1) عين معادلة ديكارتية للمستوي(P) محور [AB]

2) أ) نقبل فيما يلي أن المستويين محوري القطعتين [BC] و [DC] معرفان بالمعادلتين 2x-10y-6z-7=0 و 3x-3y+2z-5=0 على الترتيب .

- بين أن تقاطع هذه المستويات الثلاثة هو نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها .

ب) بين أن : EA = EB = EC = ED و استنتج أن النقط A ، B ، C ، D تقع على سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

تمرين05 : بكالوريا فرنسية

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط التالية A(1 ; 2 ; 3) ، B(3 ; 2 ; 1) و C(1 ; 3 ; 3)

1) بين أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا ، أكتب معادلة ديكارتية له

2) نعتبر المستويين (P_1) ، (P_2) حيث

$(P_1): x-2y+2z-1=0$ ، $(P_2): x-3y+2z+2=0$

أ) بين أن (P_1) ، (P_2) يتقاطعان. و ليكن (Δ) تقاطعهما

ب) تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ)

ت) أثبت أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ)

ث) استنتج تمثيلا وسيطيا لـ (Δ)

2) لحساب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ) الممثلة وسيطيا بالجملة

$$\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases} \quad \text{مع} \quad t\in\mathbb{R}$$

نعتبر النقطة M ذات الوسيط k من المستقيم (Δ)

أ) عين قيمة k حتى يكون الشعاعان $\vec{u}$ و $\overrightarrow{MA}$ متعامدين

ب) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم (Δ)

تمرين06 :

نعتبر المستويين المعرفين بمعادلتين ديكارتين كما يلي :

$$(P): x+y=-1 \quad , \quad (R): 2x+y+2z=0$$

1) تحقق أن المستويين يتقاطعان وفق مستقيم (D) يشمل النقطة A(1 ; - 2 ; 0) و موجه بالشعاع $\vec{u}(-2;2;1)$

2) بين أن المستقيم (D) و المستوي (P') الذي معادلته 4 x + 4 y + z + 3 = 0 متقاطعان

3) استنتج حل الجملة:
$$\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+y+2z=0 \\ 4x+4y+z+3=0 \end{cases}$$

تمرين07 :

S(1 ; -2 ; 0) نقطة ، (P) مستو معادلته x + y - 3 z + 4 = 0

عين الإجابة الصحيحة

❶ المستقيم (D) الذي يشمل S و يعامد (P) ذو تمثيل وسيطي

$$(a):\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=-3 \end{cases} t\in\mathbb{R} \quad (b):\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=1-3t \end{cases} t\in\mathbb{R}$$

$$(c):\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=3t \end{cases} t\in\mathbb{R} \quad (d):\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=-3-3t \end{cases} t\in\mathbb{R}$$

❷ إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع (P) مع (D) هي

a) $(-4;0;0)$ b) $\left(\frac{6}{5};-\frac{9}{5};-\frac{3}{5}\right)$

c) $\left(\frac{7}{9};-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$ d) $\left(\frac{8}{11};-\frac{25}{11};\frac{9}{11}\right)$

❸ بُعد S من (P) هو :

1) $\frac{\sqrt{11}}{3}$ 2) $\frac{3}{\sqrt{11}}$ 3) $\frac{9}{\sqrt{11}}$ 4) $\frac{9}{11}$

❹ نعتبر سطح الكرة الذي مركزه S و نصف قطره 3 . تقاطع السطح مع (P) هو :

a) النقطة I(1 ; - 5 ; 0)

b) الدائرة التي مركزها H و نصف قطرها $3\sqrt{\frac{10}{11}}$

c) الدائرة التي مركزها S و نصف قطرها 2

d) الدائرة التي مركزها H ز نصف قطرها $3\frac{\sqrt{10}}{11}$

تمرين08 :

نعتبر النقط A(1 ; 0 ; 2) ، B(3 ; 2 ; 4)

C(1 ; 4 ; 2) و D(5 ; 2 ; 4)

نعرف النقط I ، J و K كما يلي : I منتصف [AB] .

J منتصف [CD] و $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

1) عين احداثيات النقط I ، J و K ثم تحقق أن هذه النقط ليست على استقامة واحدة .

2) تحقق أن $\vec{n}(-2;1;-1)$ ناظمي لــ (IJK) ثم أكتب معادلة ديكارتية لــ (IJK)

3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AD) ثم تحقق أن (IJK) و(AD) يتقاطعان في نقطة L حيث $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

4) أ) عين D مرجح الجملة $\{(A;1);(B;1);(C;2)\}$

ب) عين (E) مجموعة النقط M حيث

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|4\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\right\|$$