

01 أدرس قابلية اشتقاق الدوال التالية عند القيمة a ثم قسر النتيجة بيانيا

(1) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)^2$ و $a = -1$

(2) $f(x) = x^2|x - 1|$ و $a = 1$

(3) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ و $a = 2$

02 لتكن f الدالة المعرفة على $[1; +\infty[$ كمايلي:

(1) $f(x) = 3 + \sqrt{x - 1}$ واليكن (C_f) هو التمثيل البياني لها.

(1) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+1) - f(1)}{h}$ وفسر النتيجة هندسيا.

(2) أدرس تغيرات الدالة f .

(3) باستعمال منحنى دالة " الجذر التربيعي " أنشئ (C_f)

03 f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كمايلي:

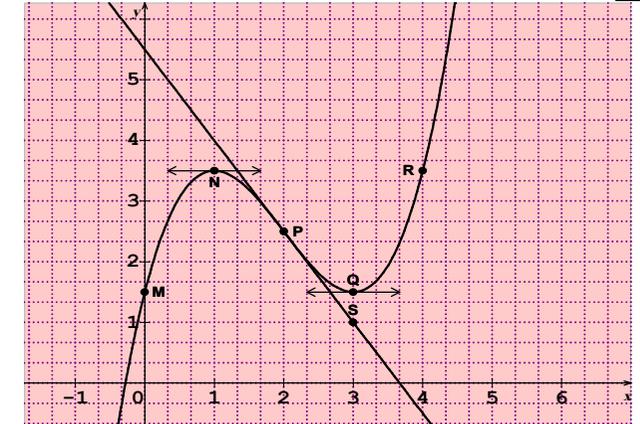
$f(x) = |x - 2| + \frac{1}{x - 1}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

(1) جد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+2) - f(2)}{h}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+2) - f(2)}{h}$

ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا

(2) جدمعادلتني نصفى المماسين لـ (C_f) عند النقطة $A(2;1)$.

04 المنحني C التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R}



النقط M, N, P, Q, R تنتمي إلى C . المنحني C يقبل في كل من النقطتين N و Q مماس موازيا لحامل محور الفواصل. المستقيم Δ هو المماس للمنحني C في النقطة $P(2; \frac{5}{2})$. ويشمل النقطة $S(3;1)$.

(أ) عين $f'(1)$ ، $f'(2)$ و $f'(3)$

(ب) عين معادلة للمستقيم Δ .

(2) جد بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x) = 3$

(3) الدالة f هي مشتقة دالة F معرفة على $[0; 4]$.

أعط تغيرات الدالة F مبررا الجواب.

4. لتكن الدالة g المعرفة على $[0; 4]$ بـ $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

(أ) أعط جدول تغيرات f .

(ب) استنتج جدول تغيرات g .

05 جدول التغيرات الموالي هو لدالة u

x	-2	-1	0	+1	2	$+\infty$
$u'(x)$	+	0	-	-	0	+
$u(x)$			3			2

(1) عيّن إشارة $u(x)$.

(2) نعتبر الدوال f, g, h, k . المعرفة كما يلي :

$$k = \sqrt{u} ; h = \frac{1}{u} ; g = u^3 ; f = u^2$$

(ب) عبّر عن كل من $f'(x)$ ، $g'(x)$ ، $h'(x)$ و $k'(x)$

بدلالة $u(x)$ و $u'(x)$.

(ج) استنتج جدول تغيرات لكل دالة من f, g, h, k .

06 f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}$

واليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

(1) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}$

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(3) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم Δ معادلته $y = 1$

(4) جد $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها

(5) بيّن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(-x) = 2 - f(x)$

واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر ω يطلب تعيين احداثيها

(6) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف (7) أرسم Δ و (C) .

07 f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = |x+1| + \frac{1}{x-1}$

C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$

ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا

(2) جد معادلتني نصفى المماسين عند النقطة التي فاصلتها -1

(3) أدرس تغيرات الدالة f

(4) بين أن المنحني (C_f) يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة

يطلب تعيين معادلاتها.

(5) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين

فقط يطلب تعيين فاصلتهما.

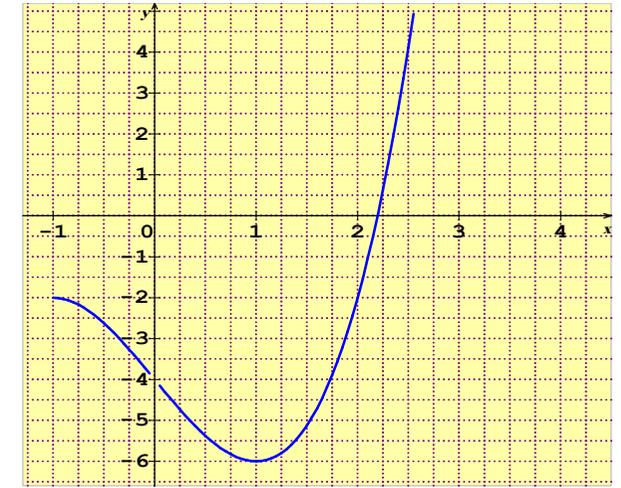
(6) إنشئ المنحني (C_f)

(7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة

حلول المعادلة $|x+1| = \frac{m(x-1)-1}{x-1}$

08) المقابل هو المثل البياني دالة عددية g معرفة

على المجال $D =]-1, +\infty[$ $g(x) = ax^3 + bx + c$



(1) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c

(2) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات g

(3) بين أن المعادلة: $x^3 - 3x - 4 = 0$ تقبل حلا وحيدا

α حيث $\alpha \in]2, 2, 25]$ استنتج إشارة $g(x)$ على D

(II) f دالة معرفة على المجال $I =]-1; 1[\cup]1; +\infty[$:-

$f(x) = \frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$ وتمثيلها البياني

(1) احسب نهايات f عند الحدود المفتوحة للمجال I

(2) تحقق أنه من أجل كل x من المجال I

فإن: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2-1)^2}$ ثم استنتج إشارته.

(3) ارسم جدول تغيرات f ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$

(4) بين ان (I) يقبل ثلاث مستقيمت مقاربة من بينها

مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y = x + 2$.

(5) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (I) والمستقيم (Δ) .

(6) أنشئ المنحنى (I) والمستقيم (Δ) .

09) f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$:- $f(x) = x - 2 + \frac{3x-2}{(x-1)^2}$

C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) أثبت أن المنحنى C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما .

ب) أدرس وضعية C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل D .

(4) عين فاصلة النقطة I من C_f التي يكون عندها المماس

موازيا للمستقيم D . (5) أرسم D و C_f .

10) f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$:- $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-2}$

(C_f) منحنى f في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس

(1) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون لـ (C_f)

مستقيم مقارب معادلته: $y = x - 3$ ويقبل قيمة حدية عند

النقطة التي فاصلتها 3 .

(2) أدرس تغيرات الدالة f .

(3) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (D_1) و (D_2)

معامل نوجه كل منهما (-3) ، يطلب إعطاء إحداثيات

نقطتي التماس M_1 و M_2 ومعادلتي المماسين (D_1) و (D_2)

(4) أرسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحنى (C_f) .

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط

تقاطع (C_f) والمستقيم (Δ_m) الذي معادلته: $y + 3x - m = 0$

(6) f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$:- $g(x) = f(|x|)$

أ) بين أن الدالة زوجية .

ب) أدرس قابلية اشتقاق g عند 0

ج) بين أنه يمكن إنشاء (C_g) منحنى الدالة g إنطلاقا

من (C_f) ، ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق .

11) -I f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1, +1\}$:- $D_f = \mathbb{R} - \{-1, +1\}$:-

$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني

(1) ادرس تغيرات الدالة f .

(2) دون اللجوء إلى المشتق الثاني ، بين أن (C_f) يقبل نقطة

انعطاف يطلب تعيين إحداثيتها .

(3) من أجل كل عدد حقيقي x من D_f احسب $f(-x) + f(x)$

ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

(4) تحقق أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 1$ ماذا تستنتج؟

(5) أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة

وحيدة فاصلتها α من المجال $] -1, +1[$.

(6) أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ $\alpha \approx 0,75$)

II - k دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1, +1\}$:- $k(x) = f(|x|)$

ا- ادرس قابلية اشتقاق الدالة k عند 0 .

ب- دون دراسة تغيرات k ، استنتج إنشاء منحنيا (C_k)

انطلاقا من (C_f) في نفس المعلم السابق .

12) f دالة معرفة على \mathbb{R} :- $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 8}$

C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

(2) بين أن $x - \sqrt{x^2 + 8} < 0$ من أجل كل عدد حقيقي x

(3) أحسب $f'(x)$ واستنتج إشارته ثم شكل جدول تغيرات f .

(4) بين أن المستقيم $y = -2x$: (Δ) مقارب للمنحنى C_f

(5) أدرس الوضع النسبي للمنحنى C_f بالنسبة لـ (Δ)

(6) أحسب $f(0)$ ، ثم أرسم (Δ) و C_f .

(7) g دالة معرفة على \mathbb{R} :- $g(x) = -x - \sqrt{x^2 + 8}$

واليك C_g تمثيلها البياني في المعلم السابق .

بين أن C_f و C_g متناظران بالنسبة للمبدأ ثم أرسم C_g