

01 (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 وأساسها r

و S_n مجموع n حدا الأولى لهذه المتتالية حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$$

(1) احسب r و S_n علما ان : $u_0 = -3$ و $u_{14} = 25$

(2) احسب r و n علما ان :

$$u_0 = 2 \text{ و } u_{n-1} = -15 \text{ و } S_n = -117$$

(3) احسب r و u_0 علما ان :

$$u_{n-1} = 39 \text{ و } S_n = 400 \text{ و } n = 20$$

02 (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدّها الأول u_1

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \end{cases}$$

(1) احسب u_2 والأساس q لهذه المتتالية واستنتج u_1 .

(2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

(3) احسب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ بدلالة n

ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون $S_n = 728$

03 (u_n) متتالية معرفة على N بـ : $u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$

(1) احسب الحدود u_1 ، u_2 ، u_3 علما ان $u_0 = 1$

أعط تخميناً لعبارة u_n بدلالة n .

(2) أثبت أنه من أجل كل $n \in N$: $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

04 (u_n) متتالية حسابية متناقصة حدّها الأول u_1 وأساسها r

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases}$$

(أ) احسب u_2 و r علما أن:

(ب) جد u_n بدلالة n ، ثم احسب المجموع: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

05 (u_n) متتالية معرفة على N^* بـ : $u_n = \frac{-2n^2 + 3n + 1}{n}$

(1) أدرس إشارة الفرق $u_{n+1} - u_n$ ، استنتج اتجاه تغير (u_n)

(2) أعط دالة f تحقق $u_n = f(n)$. باستعمال اتجاه تغير

الدالة f تحقق من النتيجة المحصل عليها في السؤال السابق

06 (u_n) متتالية معرفة على N^* بـ : $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

(1) أ - عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب - عين إشارة u_n .

ج - هل المتتالية (u_n) متقاربة؟

(2) نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

احسب S_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

07 (u_n) متتالية معرفة على N بـ : $u_n = \frac{3^n}{n+2}$

(1) احسب قيم الحدود الخمسة الأولى.

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $u_n > 0$.

(3) أدرس إشارة $1 - \frac{u_{n+1}}{u_n}$. استنتج اتجاه تغير (u_n)

08 نضع $s_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ حيث $n \in N$

(1) أ - احسب s_1 ، s_2 ، s_3 و s_4 .

ب - عبر عن s_{n+1} بدلالة s_n .

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in N$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

09 (u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$

(1) احسب الحدود u_1 و u_2 و u_3 .

(2) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in N$: $u_n < 2$

ب - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

ج - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(3) (v_n) متتالية معرفة بـ : $v_n = u_n - 2$.

أ - بين أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب - أكتب عبارة v_n بدلالة n استنتج أن $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

ج - ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

واستنتج أنه من أجل كل $n \in N$ فإن :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2 \quad \text{BAC2010GE}$$

10 (u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}$

(1) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in N$: $u_n > 1$

ب - بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

ج - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ، واستنتج عبارة u_n بدلالة n
 جـ- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
 واستنتج المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
14 في أول جانفي 2000 وضع أحمد 500DA في بنك بدون فوائد ، ثم في أول كل شهر بانتظام ، أضاف 50DA زيادة على المبلغ المدفوع في الشهر السابق . نسمي u_n المبلغ مقدرا بالدينار لأول دفع و u_n المبلغ المدفوع في الشهر رقم n .

(1) أكتب u_n بدلالة n .
 (2) ما هو المبلغ الذي يضعه أحمد في أول ديسمبر 2011 ؟
 (3) ما هو المبلغ الذي جمعه أحمد في رصيده إلى غاية 31 ديسمبر 2011 ؟

15 تعاقد أحمد مع بنك لقرض مبالغ مالية لمدة 10 سنوات ، في السنة الأولى يقرض 9000 DA شهريا ثم يزيد القرض فكل سنة بنسبة 3% . نسمي u_n المبلغ الذي يقرضه أحمد شهريا في السنة n .

(1) ما هو المبلغ المقرض شهريا في السنة الثانية ؟
 (2) بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب أساسها .
 (3) كم يصبح المبلغ المقرض شهريا في السنة العاشرة ؟
 (4) ما هو المبلغ الكلي الذي اقترضه أحمد خلال 10 سنوات
16 ميز بين الجمل الصحيحة والجمل الخاطئة .

(1) إذا كانت $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$ فإن المتتالية (u_n) متقاربة .
 (2) إذا كانت متتالية محدودة فهي متقاربة .
 (3) إذا كانت $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ فإن المتتالية ذات الحد العام

$\frac{-u_n}{3}$ هي متباعدة .

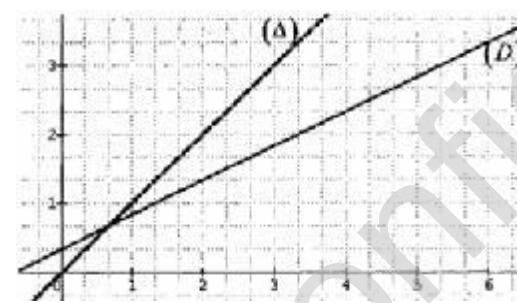
(4) إذا كانت متتالية متناقصة ومتقاربة فهي محدودة .
 (5) كل متتالية متزايدة فهي محدودة أو متقاربة .

(4) (v_n) متتالية هندسية أساسها: (أ) $\frac{1}{9}$ ، (ب) 9 ، (ج) -9

(5) المتتالية (v_n) : (أ) متزايدة ، (ب) متناقصة ، (ج) ليس رتيبة.

13 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلثا المستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على الترتيب:

$$y = x \quad \text{و} \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$$



(1) (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ ومن

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}, \quad n \in \mathbb{N}$$

أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية : u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 ، دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .

(أ) عين إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) .

(ج) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) أ) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، اثبت انه من أجل

$$\text{كل عدد طبيعي } n, \quad u_n > \frac{2}{3}.$$

(ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ) بين أن (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

2 (v_n) المتتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 3 + \frac{1}{u_n - 1}$.

أ- بين أن (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n استنتج أن $u_n = \frac{n+2}{n+1}$.

ج- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$. [BAC2006GE تونس]

11 (u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq u_n < 1$

ب- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.

(2) لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

(أ) عين العدد الحقيقي α بحيث : $f(\alpha) = \alpha$.

(ب) نضع من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = u_n - \alpha$

* بين أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

* أكتب عبارة v_n بدلالة n استنتج عبارة u_n بدلالة n .

* أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

12 (u_n) و (v_n) متتاليتان عديتان معرفتان على $\mathbb{N}$

بحديهما العام : $u_n = -2n$ و $v_n = 3^{-2n}$

عين في كل حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

(1) (u_n) هي متتالية:

(أ) هندسية ، (ب) حسابية ، (ج) لاحسابية ولاهندسية

(2) الحد الخامس والأربعون للمتتالية (u_n) هو:

(أ) -90 ، (ب) -92 ، (ج) -88 .

(3) المجموع $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ يساوي:

(أ) $n^2 + 1$ ، (ب) $-n^2 - n$ ، (ج) $-n^2 - 1$