01 في كل حالة احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها ، ثم أكتب معادلات المستقيمات المقاربة لمنحنى f.

1) $f(x)=\frac{-x^2+4x}{x^2-4x+3}$ معرفة على $\mathbb{R}-\{1;3\}$

2) $f(x)=\frac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$ معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$

3) $f(x)=\frac{-4x+8}{x^2-4x+5}$ معرفة على $\mathbb{R}$

4) $f(x)=\frac{-2x^2+3x-2}{x-1}$ معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$

5) $f(x)=2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$ معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$

02 احسب النهايات التالية بإستعمال طريقة مناسبة.

1) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^3-8}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1}$ ، 4) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ ، 5) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

5) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(\sqrt{x^2+4x+3}-x)$ ، 6) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-2x)$

03 1) اثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:

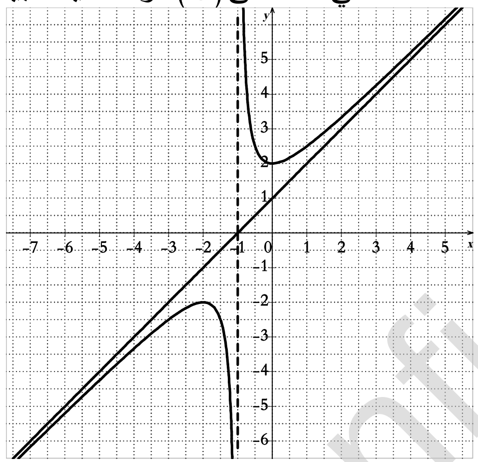
$1\le 2-\cos x\le 3$ و $\frac{1}{3}\le\frac{1}{2-\cos x}\le 1$

2) f و g دالتان حيث: $f(x)=\frac{x}{2-\cos x}$ و $g(x)=\frac{2-\cos x}{x}$

أدرس نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

أدرس نهاية g عند 0 من اليمين و عند 0 من اليسار

04 في الشكل الآتي ،المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f



1) بقراءة بيانية ، عيّن :

أ)مجموعة التعريف D للدالة f.ثم نهايات f عند أطراف D

ب)المستقيمات المقاربة لـ(C) ومعادلاتها.

جـ)الوضع النسبي لـ(C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل

هـ)إشارة f(x) .

2) g دالة معرفة بـ: $g(x)=\sqrt{f(x)}$

أ)بين أن مجموعة تعريف g هي: $]-1;+\infty[$

ب)أوجد نهاية g عند -1 وعند $+\infty$

جـ) أحسب $g(0)$. ثم أعط إتجاه تغير الدالة g .

05 جدولا التغيرات الموالبين هما لدالتين u ، v

x	$-\infty$		2		$+\infty$
u(x)	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

x	$-\infty$		2		$+\infty$
v(x)	3	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-4

1) حدد اتجاه تغير كل من الدالتين u ، v

2)ليكن (C_u) و(C_v) المنحنيين الممثلين للدالتين u ، v

أ)عين معادلات المستقيمات المقاربة لكل من (C_u) و(C_v)

ب)عين عدد نقط تقاطع كل من (C_u) و(C_v) والمحور $(O;\vec{i})$

3)أدرس نهاية الدالة المركبة vou في كل من الحالات التالية: 1)عند $+\infty$ ، 2)عند $-\infty$ ، 3) عند 2.

06 لتكن الدالة f حيث: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+d}$ و (C) تمثيلها البياني.عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d بحيث (C): يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=1$ و مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y=2x+3$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ويشمل النقطة $A(0;4)$

07 fدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+4x+5}$.

يرمز C_f إلى تمثيلها البياني في معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)ا- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+2)]$.

بـ- فسّر النتيجة الثانية بيانيّا .

2)ا- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

بـ- بيّن أنه يوجد عددان حقيقيّان a و b بحيث $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-ax]=b$ ،فسّرمعنى ذلك.

08 fدالة عددية جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	‖	-	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

نفرض أن $f(x)$ تكتب على الشكل:

$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a ، c

2) اعتمادا على جدول التغيرات للدالة f:

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

ب) عين $\lim_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ وّ $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

3) أثبت أن ، في معلم المنحنى (Γ) الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y=x+1$

أدرس الوضع النسبي للمنحنى (Γ) والمستقيم (Δ). ثم إنشئ المنحنى (Γ) والمستقيم (Δ).

08 نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{1+x}}{x} \ ; x\succ 0 \\ f(x)=\dfrac{1-x^2}{x-2} \ ; x\le 0 \end{cases}.$$

1) احسب $f(0)$ ، ثم أدرس استمرارية f عند 0.

2) أدرس استمرارية f على $\mathbb{R}$

09 لتكن f الدالة المعرفة كمايلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x^2} : x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

1) بين أن : $\lim_{x\to 0} f(x)=\frac{1}{2}$ (استعمل $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$)

2) هل الدالة f مستمرة عند 0؟.علل

10 لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x^2-\alpha+3}{x} : x\le 2 \\ f(x)=x^2+2x-\alpha : x\succ 2 \end{cases}$$

عين قيمة α بحيث تكون f مستمرة عند 2.

11 أجب إما **بصحيح** وإما **بخطأ** مع التعليل.

I- لتكن f الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$	-2	0	1	2	4	$+\infty$
$f(x)$	1 ↘	0	$-\infty$ ‖ $+\infty$	0	-3	0	↗ 1

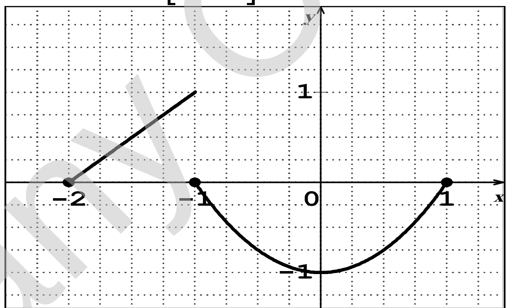
1) المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا واحدا.

2) المعادلة $f(x)=-3$ تقبل حلا واحدا.

3) صورة المجال $[0;4]$ بالدالة f هو المجال $[0;+\infty[$

4) مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>1$ هي مجال مفتوح

12 f دالة عددية معرفة على $[-2;1]$ بالمنحنى التالي



1) بقراءة بيانية عين النهايتين من اليمين ومن اليسار عند -1

2) هل تقبل الدالة f نهاية عند -1؟ هل هي مستمرة عند -1؟

3) حدد المجالات التي تكون عليها الدالة مستمرة.

13 f دالة معرفة على $[-1;1]$ بـ: $f(x)=4x^3-3x-\frac{1}{2}$

1) أحسب $f(1)$ ، $f(0)$ ، $f(-0.5)$ ، $f(-1)$.

2) أستنتج عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

14 f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3-5x^2+4}{x^2}$

وليكن (C) تمثيلها البياني

1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x)=x-5+\frac{a}{x^2}$

حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$

3-أ) بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$

ب) ستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أثبت أن المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل ، يطلب تعيين معادلتهما.

5) أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 1

6) أرسم (Δ) ثم المنحنى (C)

15 f دالة معرفة على المجال $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$

كما يلي: $f(x)=|x|+\sqrt{x^2-1}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس شفعية الدالة f ثم احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

2) بين أن: $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-2x]=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $[1;+\infty[$ ثم استنتج إتجاه تغيراتها $]-\infty;-1]$ وشكل جدول تغيراتها

5) بين أن المنحنى (C) يقطع المستقيم ذي المعادلة: $y=\frac{5}{2}$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $1\prec\alpha\prec 2$

6) أرسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)