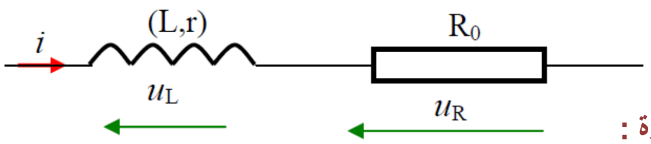
ملخص لقوانين وحدة دراسة الظواهر الكهربائية

الوشائــع و ثنائـــي القطب RL

القوانيــــــن	العبـــارات الحرفيـــة	ملاحـــظات و إضـــافات
عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة في حالة تيار ثابت الشدة أي : $\frac{di}{dt} = 0$ و منه تتصرف الوشيعة كنـــاقل أومـــي في حالة وشيعة صـافية أي : $r = 0$	$u_L = L\frac{di}{dt} + ri$ $u_L = ri$ $u_L = L\frac{di}{dt}$	u_L : التوتر الكهربائـــي بين طرفـــي الوشيعــــــة L : ذاتيـــة الوشيعـــة r : المقاومـــة الداخليـة للوشيعـة i : شـــدة التيـــار t : الزمـــــن وحدته V : الفولـــط وحدتها H : الهنـري وحدتها Ω : الأوم وحدته A : الأمبيــر وحدته S : الثانيـــة
قانون أوم يعطي شدة التيـــار العظمى في دارة الوشيـــــــعة	$I_0 = \frac{u_{R(max)}}{R}$	I_0 : شـــدة التيـــار العظمـــى $u_{R(max)}$: التوتر بين طـرفي المقاومـة وحدته A : الأمبيــر وحدته V : الفولـــط
ثابت الزمـــن لثنائـي القطب RL	$\tau = \frac{L}{R}$	τ : ثابت الزمن وحدته S : الثانية يمكن تعيين ثابت الزمن بيانيا إما بطريقة المممـاس للبيـان عند المبـدأ أو بطريقـــة $0,63I_0$ عنـد تطبيق التيـــار أو $0,37I_0$ عنـد قطـــع التيـــــار .
عبارة الطاقة المغناطيسية المخزنة في وشيعـــــة	$E_L = \frac{1}{2} LI^2$	E_L : الطاقـــة المخزنة في مكثفة وحدتها J : الجـــول
عبارة مردود تحويل الطـــاقة بين وشيعـــة و مكثفـــة	$\eta = \frac{E_c}{E_L}$	η : مردود تحويل الطـــاقة مقدرة بالنسبة المئوية
المعـــادلة التفاضلية التي تخضع لها شدة التيار في الدارة خلال النظام الإنتقالي عند تطبيق التيـــار	$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}\, i = \frac{I_0}{\tau}$ أو $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}\, i = \frac{E}{L}$	**تقبل حلا من الشكل** : $i = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})$ أو $i = \frac{E}{R}(1 - e^{-tR/L})$ نضع $I_0 = \frac{E}{R}$ و هي أعظم شدة يشير لها مقياس الأمبير, و منه : $i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$ أو $i = I_0(1 - e^{-tR/L})$ **حالات خاصة** : من أجل $t = 0$ نجد $i(0) = 0$ من أجل $t = \tau$ نجد $i(\tau) = 0,63I_0$ من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $i = \frac{E}{R}$
عبـارة التوتر بين طرفي الوشيعـــة في النظام الإنتقالي عند تطبيق التيـــار	$u_L = r\frac{E}{R} + E\, e^{-t/\tau}(1 - \frac{r}{R})$ أو $u_L = r I_0 + E\, e^{-t/\tau}(1 - \frac{r}{R})$	**حالات خاصة** : من أجل $t = 0$ نجد $u_L = E$ من أجل $t = \tau$ نجد $u_L = 0.63\, r\frac{E}{R} + 0.37E$ من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_L = r\frac{E}{R}$ **ملاحظة** : اذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة (الوشيعة صافية) أي : $r = 0$ يصبح $u_L = E\, e^{-t/\tau}$ **حالات خاصة** : من أجل $t = 0$ نجد $u_L = E$ من أجل $t = \tau$ نجد $u_L = 0.37E$ من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_L = 0$

المعـــادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي الناقل الأومي في النظام الإنتقالي عند تطبيق التيـــار	$\frac{du_R}{dt}+(1+\frac{r}{R_0})\frac{R_0}{L}u_R=\frac{ER_0}{L}$	**تقبل حلا من الشكل :** $u_R = R_0 i = R_0 \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})$ **أو** $u_R = R_0 i = R_0 \frac{E}{R}(1 - e^{-tR/L})$ نضع $I_0=\frac{E}{R}$ و هي أعظم شدة يشير لها مقياس الأمبير, و منه : $u_R = R_0I_0(1 - e^{-t/\tau})$ أو $u_R = R_0I_0(1 - e^{-tR/L})$ **حالات خاصة :** من أجل $t = 0$ نجد $u_R(0) = 0$ من أجل $t = \tau$ نجد $u_R(\tau) = 0,63R_0I_0$ من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_R=R_0\frac{E}{R}$ **ملاحظة :** إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة فإن : $u_R = E$
المعـــادلة التفاضلية التي تخضع لها شدة التيار في الدارة خلال النظام الإنتقالي عند قطع التيـــار	$\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=0$ أو $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=0$	**تقبل حلا من الشكل :** $i=\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$ **أو** $i=\frac{E}{R}e^{-tR/L}$ نضع $I_0=\frac{E}{R}$ و هي أعظم شدة يشير لها مقياس الأمبير, و منه : $i = I_0 e^{-t/\tau}$ أو $i = I_0 e^{-tR/L}$ **حالات خاصة :** من أجل $t = 0$ نجد $i(0) = I_0$ من أجل $t = \tau$ نجد $i(\tau) = 0,37I_0$ من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $I = 0$
عبـــارة التوتر بين طرفي الوشيعـــة في النظام الإنتقالي عند قطع التيـــار	$u_L= E e^{-t/\tau}(\frac{r}{R} - 1)$	**حالات خاصة :** من أجل $t = 0$ نجد $u_L = -R_0\frac{E}{R}$ من أجل $t = \tau$ نجد $u_L = 0.37\, r\frac{E}{R} - 0.37E$ من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_L= 0$ **ملاحظة :** إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة (الوشيعة صافية) أي : $r = 0$ يصبح $u_L = -E e^{-t/\tau}$ **حالات خاصة :** من أجل $t = 0$ نجد $u_L = -E$ من أجل $t = \tau$ نجد $u_L = -0.37E$ من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_L= 0$
المعـــادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي الناقل الأومي في النظام الإنتقالي عند قطع التيـــار	$\frac{du_R}{dt}+(1+\frac{r}{R_0})\frac{R_0}{r}u_R=0$	**تقبل حلا من الشكل :** $u_R = R_0 i = R_0\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$ **أو** $u_R = R_0 i = R_0\frac{E}{R}e^{-tR/L}$ نضع $I_0=\frac{E}{R}$ و هي أعظم شدة يشير لها مقياس الأمبير, و منه : $u_R = R_0I_0 e^{-t/\tau}$ أو $u_R = R_0I_0 e^{-tR/L}$ **حالات خاصة :** من أجل $t = 0$ نجد $u_R(0) = R_0I_0$ **ملاحظة :** إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة (الوشيعة صافية) أي : $r = 0$ نجد $u_R(0) = E$ من أجل $t = \tau$ نجد $u_R(\tau) = 0,37R_0I_0$ من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_R= 0$

كيفيــة كتابـة المعـــادلات التفاضلية عنــد تطبيق و قطــع التيـــار (ثنائـــي القطب RL)



1 ـ أثنـــاء تطبيق التيـــار :

1ـ المعادلـــة التفاضلية التي تخضـــع لها شدة التيـار في الـــدارة :

حسب قانون جمع التوترات في حالة دارة تسلسلية $E = u_L + u_R$

منه : $E = u_L + R_0\, i$, و لدينا : $u_L = ri + L\dfrac{di}{dt}$

إذن : $E = ri + L\dfrac{di}{dt} + R_0\, i$ نضع $R = R_0 + r$ و بالتالي : $E = Ri + L\dfrac{di}{dt}$

و بتقسيم طرفي هذه المعادلة على L نكتب المعادلة التفاضلية المطلوبة :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا من الشكل : $i = \dfrac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})$ أو $i = \dfrac{E}{R}(1 - e^{-tR/L})$

نضع $I_0 = \dfrac{E}{R}$ و هي أعظم شدة يشير لها مقياس الأمبير, و منه : $i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$ أو $i = I_0(1 - e^{-tR/L})$

التمثيل البيانـــي : $i = f(t)$

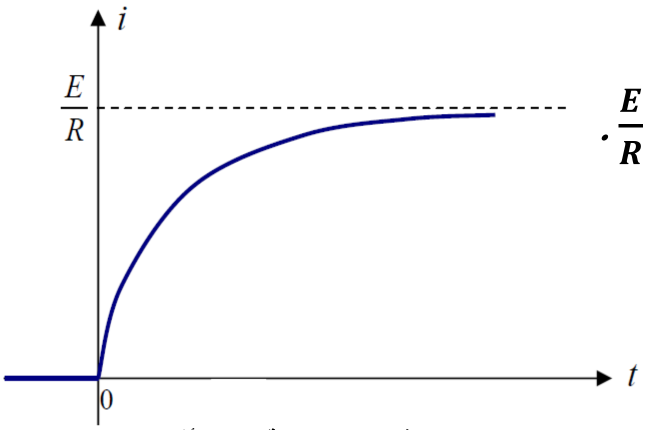
تتطور شدة التيار في الدارة تدريجيا من القيمة 0 إلى غاية $\dfrac{E}{R}$.

حـــالات خاصـــة :

من أجل $t = 0$ نجد $i(0) = 0$

من أجل $t = \tau$ نجد $i(\tau) = 0,63I_0$

من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $i = \dfrac{E}{R}$



بيان تطور شدة التيار في الدارة بدلالة الزمن أثناء تطبيق التيار

2ـ المعادلـــة التفاضلية التي يخضـــع لها التوتر بين طـرفي الناقل الأومـي :

حسب قانون جمع التوترات في حالة دارة تسلسلية $E = u_L + u_R$

و لدينا : $u_L = ri + L\dfrac{di}{dt}$ إذن : $E = ri + L\dfrac{di}{dt} + u_R$ و لدينا كذلك : $i = \dfrac{u_R}{R_0}$

و بالتالي : $E = r\dfrac{u_R}{R_0} + L\dfrac{d\frac{u_R}{R_0}}{dt} + u_R$ وبمأن R_0 ثابت نكتب : $E = u_R\left(1 + \dfrac{r}{R_0}\right) + \dfrac{L}{R_0}\dfrac{du_R}{dt}$

و بتقسيم طرفي هذه المعادلة على $\dfrac{L}{R_0}$ نكتب المعادلة التفاضلية المطلوبة :

$$\frac{du_R}{dt} + \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{R_0}{L}u_R = \frac{ER_0}{L}$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا من الشكل : $u_R = R_0\dfrac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})$ أو $u_R = R_0\dfrac{E}{R}(1 - e^{-tR/L})$

نضع $I_0 = \frac{E}{R}$ و هي أعظـــم شدة يشير لها مقياس الأمبيـــر, و منه : $u_R = R_0 I_0 (1 - e^{-t/\tau})$

أو $u_R = R_0 I_0 (1 - e^{-tR/L})$

التمثيل البيانـــي : $u_R = f(t)$

بمأن $u_R = R_0\, i$ فإن تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي هو نفسه تطور شدة التيار في الدارة مضروب في R_0 مقاومة الناقل الأومي .

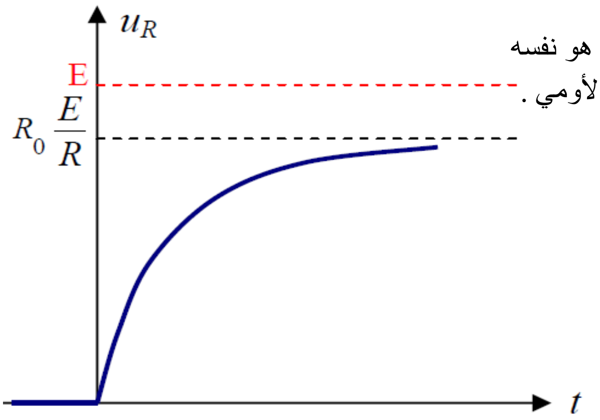
حـــالات خاصـــة :

من أجل $t = 0$ نجد $u_R(0) = 0$

من أجل $t = \tau$ نجد $u_R(\tau) = 0,63\, R_0 I_0$

من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_R = R_0 \frac{E}{R}$

ملاحظة : إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة فإن : $u_R = E$



بيان تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي بدلالة الزمن أثناء تطبيق التيار

ـ عبـــارة التوتر الكهربائي بين طرفـــي الوشيعـــة :

نستنتج العبارة الزمنية للتوتر بين طرفي الوشيعة من العلاقة $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$

و لدينا : $i = \frac{E}{R}(1 - e^{-tR/L})$ منه :

$$u_L = r\frac{E}{R}(1 - e^{-tR/L}) + L\frac{d\frac{E}{R}(1 - e^{-tR/L})}{dt}$$

$$u_L = r\frac{E}{R} - r\frac{E}{R}e^{-tR/L} + L\frac{E}{R}\frac{R}{L}\, e^{-tR/L}$$

و منه :

$$u_L = r\frac{E}{R} + Ee^{-tR/L}\left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

نضع $I_0 = \frac{E}{R}$ و هي أعظـــم شدة يشير لها مقياس الأمبيـــر, و منه : $u_L = r\, I_0 + Ee^{-tR/L}\left(1 - \frac{r}{R}\right)$

التمثيل البيانـــي : $u_L = f(t)$

بيان تطور التوتر بين طرفي الوشيعة يقفز مباشرة إلى القيمة E ثم يشرع في التناقص إلى القيمة الحدية $r\frac{E}{R}$.

يتوافق هذا البيان مع بيان تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي , حيث أن العلاقة $E = u_L + u_R$ محققة في كل لحظة .

حـــالات خاصـــة :

من أجل $t = 0$ نجد $u_L = E$

من أجل $t = \tau$ نجد $u_L = 0.63\, r\frac{E}{R} + 0.37E$

من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_L = r\frac{E}{R}$

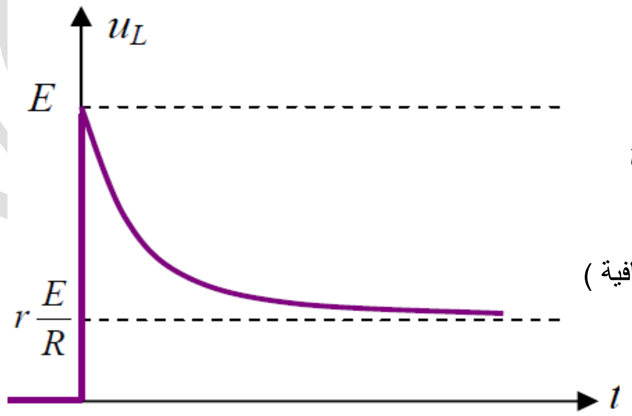
ملاحظة : إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة (الوشيعة صافية)

أي : $r = 0$ يصبح $u_L = E\, e^{-t/\tau}$

من أجل $t = 0$ نجد $u_L = E$

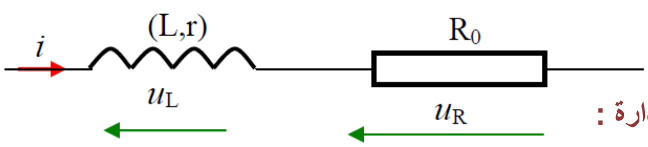
من أجل $t = \tau$ نجد $u_L = 0.37E$

من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_L = 0$



بيان تطورالتوتر بين طرفي الوشيعة بدلالة الزمن أثناء تطبيق التيار

1 ـ أثنـــاء قطع التيـــــار :



1ـ المعادلـــة التفاضلية التي تخضـــع لها شدة التيـار في الــدارة :

حسب قانون جمع التوترات في حالة دارة تسلسلية $0 = u_L + u_R$

منه : $0 = u_L + R_0 i$, و لدينا : $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$

إذن : $0 = ri + L\frac{di}{dt} + R_0 i$ نضع $R = R_0 + r$ و بالتالي : $0 = Ri + L\frac{di}{dt}$

و بتقسيم طرفي هذه المعادلة على L نكتب المعادلة التفاضلية المطلوبة :

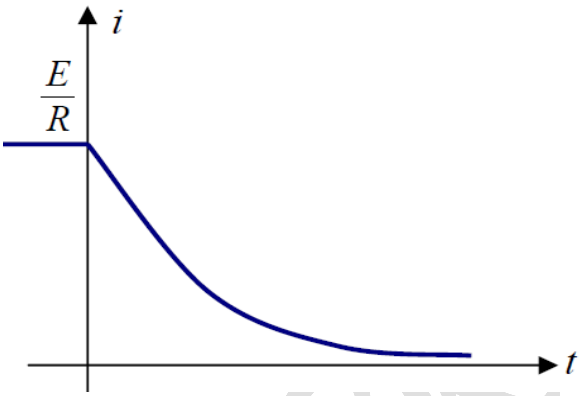
$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا من الشكل : $i = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$ أو $i = \frac{E}{R} e^{-tR/L}$

نضع $I_0 = \frac{E}{R}$ و هي أعظم شدة يشير لها مقياس الأمبير, و منه : $i = I_0\, e^{-t/\tau}$ أو $i = I_0\, e^{-tR/L}$

التمثيل البيانـــي : $i = f(t)$

بعد فتح القاطعة تتناقص شدة التيار في الدارة من القيمة $\frac{E}{R}$ إلى غاية ان تنعدم .



بيان تطور شدة التيار في الدارة بدلالة الزمن أثناء قطع التيار

حـــالات خاصـــة :

من أجل $t = 0$ نجد $i(0) = I_0$

من أجل $t = \tau$ نجد $i(\tau) = 0,37\, I_0$

من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $i = 0$

2ـ المعادلـــة التفاضلية التي يخضـــع لها التوتر بين طـرفي الناقل الأومي :

حسب قانون جمع التوترات في حالة دارة تسلسلية $0 = u_L + u_R$

و لدينا : $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$ إذن : $0 = ri + L\frac{di}{dt} + u_R$ و لدينا : $i = \frac{u_R}{R_0}$

و بالتالي : $0 = r\frac{u_R}{R_0} + L\frac{d\frac{u_R}{R_0}}{dt} + u_R$ وبمأن R_0 ثابت نكتب : $0 = u_R\left(1 + \frac{r}{R_0}\right) + \frac{L}{R_0}\frac{du_R}{dt}$

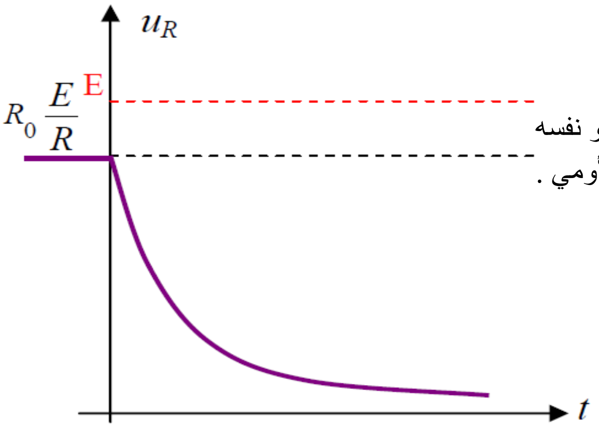
و بتقسيم طرفي هذه المعادلة على $\frac{L}{R_0}$ نكتب المعادلة التفاضلية المطلوبة :

$$\frac{du_R}{dt} + \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{R_0}{L} u_R = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا من الشكل : $u_R = R_0 \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$ أو $u_R = R_0 \frac{E}{R} e^{-tR/L}$

نضع $I_0 = \frac{E}{R}$ و هي أعظـم شدة يشير لها مقياس الأمبيـــر, و منه : $u_R = R_0 I_0\, e^{-t/\tau}$

أو $u_R = R_0 I_0\, e^{-tR/L}$



بيان تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي بدلالة الزمن أثناء قطع التيار

التمثيل البيانـــي : $u_R = f(t)$

بما أن $u_R = R_0\, i$ فإن تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي هو نفسه تطور شدة التيار في الدارة مضروب في R_0 مقاومة الناقل الأومي .

حـــالات خاصـــة :

من أجل $t = 0$ نجد $u_R(0) = R_0 I_0$

ملاحظة : إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة فإن : $u_R(0) = E$

من أجل $t = \tau$ نجد $u_R(\tau) = 0{,}37\, R_0 I_0$

من أجل t يؤول إلي ما لا نهاية نجد $u_R = 0$

ـ عبـارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعـة :

نستنتج العبارة الزمنية للتوتر بين طرفي الوشيعة من العلاقة $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$

لدينا : $i = \frac{E}{R} e^{-tR/L}$ منه : $u_L = r\frac{E}{R} e^{-tR/L} + L\frac{d\frac{E}{R}e^{-tR/L}}{dt}$

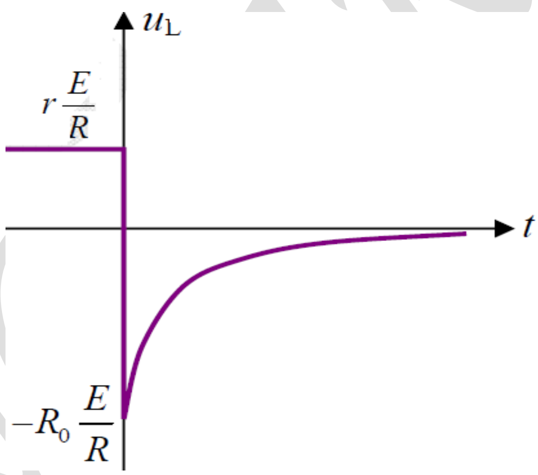
$$u_L = r\frac{E}{R} e^{-tR/L} - L\frac{E}{R}\frac{R}{L} e^{-tR/L}$$

و منه : $$u_L = E\, e^{-tR/L}\left(\frac{r}{R} - 1\right)$$

التمثيل البيانـــي : $u_L = f(t)$

بيان تطور التوتر بين طرفي الوشيعة ينخفض مباشرة إلى القيمة $-R_0\frac{E}{R}$ ثم يشرع في الإرتفاع الى غاية أن ينعدم .

يتوافق هذا البيان مع بيان تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي , حيث أن العلاقة $u_L + u_R = 0$ محققة في كل لحظة .



بيان تطورالتوتر بين طرفي الوشيعة بدلالة الزمن أثناء قطع التيار

حـــالات خاصـــة :

من أجل $t = 0$ نجد $u_L = -R_0\frac{E}{R}$

من أجل $t = \tau$ نجد $u_L = 0.37\, r\frac{E}{R} - 0.37\, E$

من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_L = 0$

ملاحظة : إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة (الوشيعة صافية)

أي : $r = 0$ يصبح $u_L = -E\, e^{-t/\tau}$

من أجل $t = 0$ نجد $u_L = -E$

من أجل $t = \tau$ نجد $u_L = -0.37E$

من أجل t يؤول إلى ما لا نهاية نجد $u_L = 0$