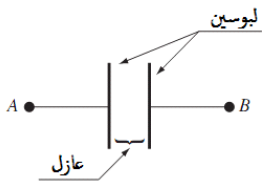
الوحدة ③ : دراسة ظواهر كهربائية.

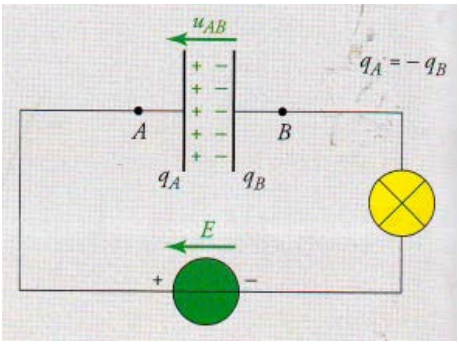
الموضـــــوع: 3-1- المكثفة و ثنائي القطب RC.

1- تعريف المكثفة :

المكثفة عنصر كهربائي قادر على تخزين شحنة كهربائية. تتكون المكثفة من صفيحتين ناقلتين (لبوسين) متقابلتين ويفصل بينهما عازل (الهواء، ورق، خزف، برافين ...) في دارة كهربائية الرمز الاصطلاحي لمكثفة هـــــو:



2-شحنة مكثفة :



نحقق الدارة الكهربائية الممثلة بالمخطط المقابل:

عند غلق القاطعة يتوهج المصباح ثم يخفت توهجه تدريجيا، أي ينشأ في الدارة تيار انتقالي .

فعليا لا يمكن دوام التيار لوجود العازل في المكثفة.

التيار الانتقالي ناتج عن هجرة الالكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B ، ما يولد توتر كهربائي بين طرفي المكثفة ، عندما يساوي هذا الأخير توتر المولد E تتوقف حركة الالكترونات أي تنعدم شدة التيار الكهربائي.

في كل لحظة يكون: $q_A(t) = -q_B(t)$ ، q_A هي شحنة المكثفة أو كمية الكهرباء المخزنة، حيث $q_A > 0$ وتقدر بالكولوم C .

3- العلاقة بين شحنة مكثفة وشدة التيار الكهربائي:

حالة تيار شدته ثابتة: تُعرّف شدة تيار كهربائي ثابت مار عبر سلك ناقل على أنها كمية الكهرباء (عدد الشحنات) التي تعبر مقطع السلك خلال وحدة الزمن.

$I = Q/\Delta t$ ، $Q = |-n.e|$ ، e هي الشحنة العنصرية.

إذا احتوى فرع من دارة على مكثفة فإن التيار ناتج عن هجرة الالكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B للمكثفة. في كل لحظة تكون كمية الكهرباء المتدفقة في الدارة هي: $I = \dfrac{\Delta q_A}{\Delta t}$

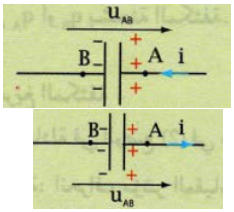
حيث Δq_A يمثل تغير الشحنة الكهربائية للبوس الذي يتجه نحوه التيار.

إذا لم تكن المكثفة مشحونة من قبل فإن: $I = \dfrac{q_A}{\Delta t}$

حالة تيار شدته متغيرة: إذا كانت كمية الكهرباء التي تعبر مقطع السلك متغيرة مع الزمن، فإن i متغير مع الزمن.

تعرف شدة التيار اللحظي في فرع من دارة يحتوي على مكثفة على أنها نهاية المقدار $\dfrac{\Delta q_A}{\Delta t}$ عندما يؤول Δq_A إلى الصفر وبالتالي: $i = \dfrac{dq_A}{dt}$ ، حيث تقدر i بالأمبير A ، q بالكولوم C و t بالثانية s .

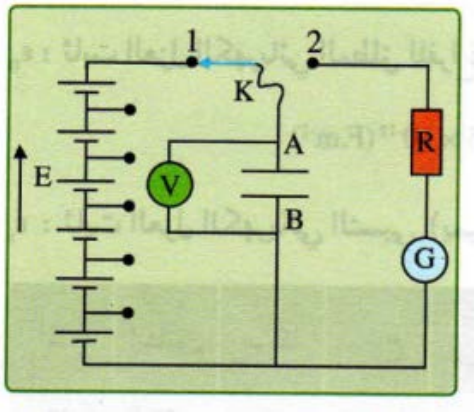
ملاحظة :



$i\rangle 0$ معناه أن $\frac{dq_A}{dt}\rangle 0$ إذن q_A تتزايد.

$i\langle 0$ معناه أن $\frac{dq_A}{dt}\langle 0$ إذن q_A تتناقص.

4- العلاقة بين شحنة مكثفة و التوتر الكهربائي بين طرفيها:



نحقق الدارة الكهربائية المبينة بالمخطط المقابل.

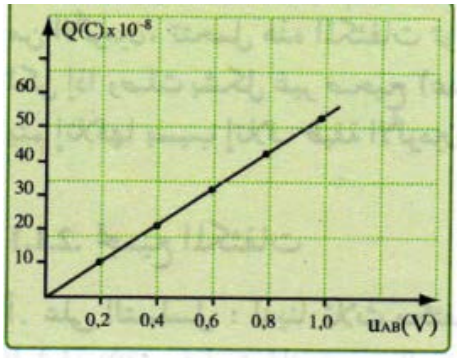
نشحن المكثفة بوضع البادلة في الوضع1.

ثم نفرغها بنقل البادلة إلى الوضع2.

بواسطة مقياس غلفاني انحرافه يتعلق بكمية الكهرباء التي تمر فيه يمكن معرفة شحنة المكثفة $Q=q_A$ وبواسطة مقياس الفولط يمكن قياس التوتر بين طرفي المكثفة.

نكرر التجربة عدة مرات بتغيير E ($U_{AB}=E$) فنحصل على النتائج المبينة في الجدول:

U_{AB} (V)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Q(10^{-8}C)	0	10,4	20,8	31,2	41,6	52,0



ننشئ البيان $Q=f(u_{AB})$ الذي هو خط مستقيم مار بالمبدأ.

أي أن: $Q=C.u_{AB}$ حيث C ثابت التناسب (ميل المستقيم)

تدعى C سعة المكثفة وتقدر بالفاراد F ، حيث: $1F=1C/V$

في هذه التجربة: سعة المكثفة المستعملة هي: $5\times10^{-7}F$.

وللفاراد أجزاء هي: الميكروفاراد: $1\mu F=10^{-6}F$ ، النانوفاراد: $1nF=10^{-9}F$ ، البيكوفاراد: $1pF=10^{-12}F$

5- أشكال المكثفات: أ- المكثفة المستوية:

وهي مكثفة لبوساها مستويان متوازيان، البعد بينهما d

وسطح كل منهما S عبارة سعتها هي: $C=\varepsilon\frac{S}{d}$

حيث ε ثابت يدعى ثابت العزل الكهربائي

مع : $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon_r$

ε_0 ثابت العزل الكهربائي المطلق للفراغ

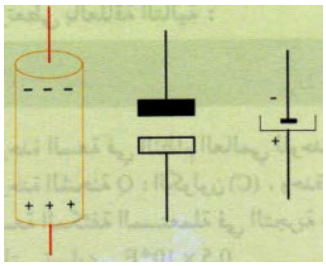
حيث: $\varepsilon_0=8,85\times10^{-12}\ F.m^{-1}$

ε_r ثابت العزل الكهربائي النسبي(يميز العازل).

	هواء	برافين	ورق مبرفن	زجاج	ميكا	إيتانول	الماء
ε_r	1	2,2	4,5	4...6	7	24	80

ب- المكثفة الكهروكيميائية:

وهي مكثفة مستقطبة تستعمل مع التيار المستمر



في الجدول التالي سعة بعض المكثفات

السعة C(F)	الاستعمال
10^{-5}	تشغيل محرك
10^{-5}	وماض كهربائي (فلاش)
10^{-10}	خيط التلفاز بطول 1m
10^{-10}	زجاجة لايد

تطبيق :

مكثفة سعتها $C=56\ \mu F$ يبلغ التوتر بين طرفيها $u_{AB}(t=0)=1,0\,V$ ،

خلال مدة $\Delta t=10s$ نُخضعها لتيار ثابت قيمته $I=3,4\ \mu A$ (المكثفة في النظام مستقبل).

1- أرسم مخطط لجزء الدارة الذي يحوي المكثفة.

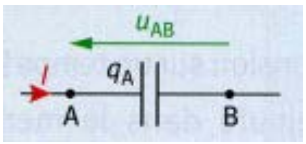
2- أحسب الشحنة التي يحملها اللبوس A في اللحظة $t=0s$.

3- أحسب الشحنة التي يحملها اللبوس A في اللحظة $t=10s$.

4- استنتج قيمة التوتر u_{AB} في اللحظة $t=10s$.

الحل :

1- الرسم:



2- $q_A(t=0s)=C.u_{AB}(t=0s)=56\times10^{-6}\times1,0=5,6\times10^{-5}C$

3- $I=\dfrac{\Delta q_A}{\Delta t}$ ومنه: $\Delta q_A=q_A(t=10s)-q_A(t=0s)=I.\Delta t$

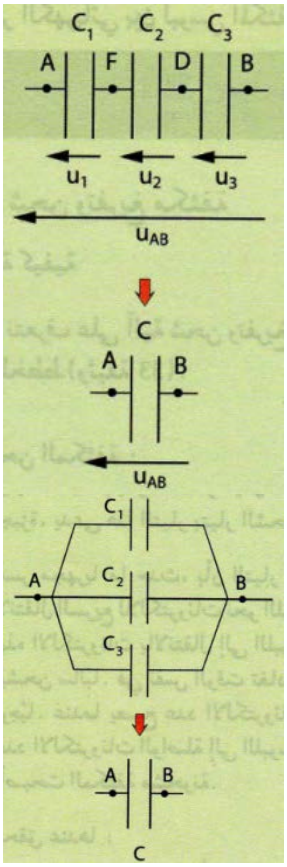
أي: $q_A(t=10s)=q_A(t=0s)+I.\Delta t$

$q_A(t=10s)=3,4\times10^{-6}\times10+5,6\times10^{-5}=9,0\times10^{-5}C$

4 $u_{AB}(t=10s)=q_A(t=10s)/C$

$u_{AB}(t=10s)=9,0\times10^{-5}/5,6\times10^{-5}=1,6V$

6- تجميع المكثفات:



أ- على التسلسل (الشكل):

لدينا: $U_{AB} = U_1 + U_2 + U_3$ ومنه $\frac{Q}{C_{éq}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$

بما أن: $i = i_1 = i_2 = i_3$ فإن: $Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$

إذن: $\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

نتيجة: جمع المكثفات على التسلسل:- يجعل السعة المكافئة ضعيفة.

- يسمح باستخدام توتر أعلى من التوتر الذي تتحمله كل مكثفة لوحدها.

ب- على التفرع (الشكل):

بما أن: $i = i_1 + i_2 + i_3$ فإن: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

لكن: $U_{AB} = U_1 = U_2 = U_3$

بالتالي: $U_{AB}.C_{éq} = U_{AB}.C_1 + U_{AB}.C_2 + U_{AB}.C_3$

ومنه: $C_{éq} = C_1 + C_2 + C_3$

نتيجة: جمع المكثفات على التفرع:- يجعل السعة المكافئة كبيرة.

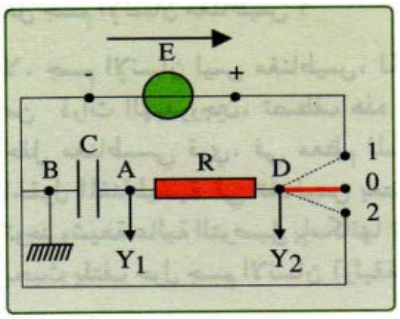
- يسمح باستخدام توتر ضعيف للحصول على شحنة كبيرة لا توفرها كل مكثفة لوحدها.

7- تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة:

7-1- الدراسة التجريبية:

نحقق الدارة المكونة من العناصر التالية:

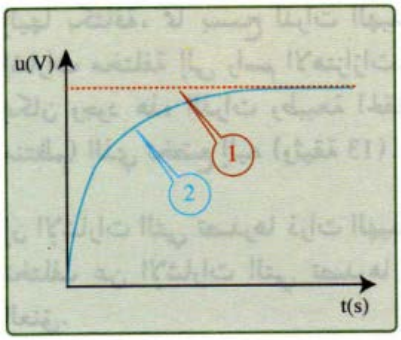
- مولد توتر ثابت $E = 12V$.
- مكثفة سعتها $C = 15,5\ \mu F$.- مقاومة $R = 10k\Omega$.
- راسم اهتزازات بذاكرة. - أسلاك توصيل. - بادلة.



دارة شحن وتفريغ مكثفة

أ- خلال الشحن:

نضع البادلة في الوضع 1 فيظهر على شاشة راسم الاهتزازات البيانين (1) و (2):



بيان تطور التوتر خلال الشحن

الأسئلة:

- حدد البيان الذي يمثل u_{AB} والبيان الذي يمثل u_{DB}.
- هل عملية الشحن تتم آنيا ؟

الأجوبة:

- يمثل البيان (1) التوتر u_{DB} بين طرفي المولد وهو ثابت ويساوي E.
- يمثل البيان (2) التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة. حيث يتزايد التوتر u_{AB} تدريجيا خلال مرحلة الشحن (مرحلة انتقالية) حتى يصل إلى قيمة أعظمية عند نهاية الشحن (مرحلة دائمة)
- عملية الشحن لا تتم آنيا لأنه:

لدينا: $q_A = C.u_{AB}$ و C مقدار ثابت .

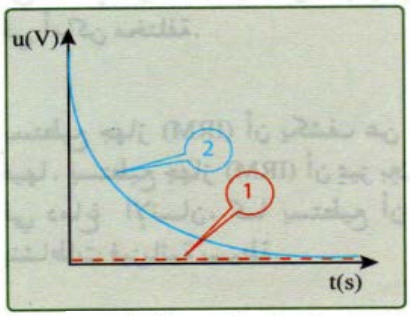
بما أن u_{AB} يتطور تدريجيا إذن q_A يتطور تدريجيا.

ب- خلال التفريغ:

نضع البادلة في الوضع 2 فيظهر على شاشة راسم الاهتزازات البيانين (1) و (2):

الأسئلة:

- حدد البيان الذي يمثل u_{AB} والبيان الذي يمثل u_{DB}.
- هل عملية التفريغ تتم آنيا ؟
- كيف تتغير شدة التيار الكهربائي خلال الشحن وخلال التفريغ ؟
- ما هي القيمة العظمى لشدة التيار الكهربائي خلال الشحن وخلال التفريغ ؟



بيان تطور التوتر خلال التفريغ.

الأجوبة:

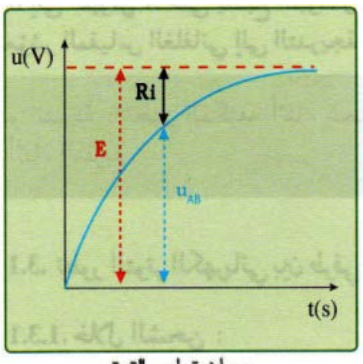
- يمثل البيان (1) التوتر u_{DB} لأن $u_{DB} = 0$.
- يمثل البيان (2) التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة. حيث يتناقص التوتر u_{AB} تدريجيا خلال مرحلة التفريغ (مرحلة انتقالية) حتى ينعدم عند نهاية التفريغ (مرحلة دائمة)
- عملية التفريغ لا تتم آنيا لنفس السبب المذكور في عملية الشحن.
- شدة التيار اللحظي المار في الدارة يحسب كما يلي:

أ- خلال الشحن:

من بيان تطور التوتر نجد $u_{DB} = u_{DA} + u_{AB}$

أي : $E = R.i_{AB} + u_{AB}$ وبالتالي $i_{AB} = \dfrac{E - u_{AB}}{R}$

إذن شدة التيار الكهربائي تتناقص خلال عملية الشحن من قيمة أعظمية هي: $I_0 = \dfrac{E}{R}$ إلى الصفر.



بيان تطور التوتر

ب- خلال التفريغ: بطريقة مشابهة نجد $i_{AB}=\frac{-u_{AB}}{R}$ إذن شدة التيار الكهربائي تتزايد خلال عملية التفريغ من قيمة أعظمية هي: $I_0=\frac{-E}{R}$ إلى الصفر.

ثابت الزمن للدارة RC:

في دارة RC زمن اتمام عملية الشحن أو التفريغ يزداد كلما ازداد R ويزداد كلما ازدادت C

إذن يزداد زمن اتمام عملية الشحن أو التفريغ كلما ازداد الجداء RC.

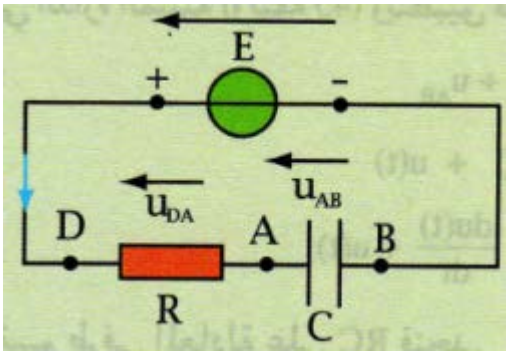
يسمى الجداء RC ثابت الزمن لثنائي القطب (R,C) رمزه τ ووحدته الثانية s .

أي: $\tau=RC$

التحليل البعدي للعلاقة: $[T]=\frac{[u]}{[I]}\times\frac{[I].[T]}{[u]}=[R].[C]$ إذن العلاقة متجانسة.

2-7- الدراسة النظرية:

أ- خلال الشحن: في دارة الشحن المقابلة:



بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_{DB}=u_{DA}+u_{AB}$

نضع $u_{AB}=u(t)$ إذن: $E=R.i(t)+u(t)$

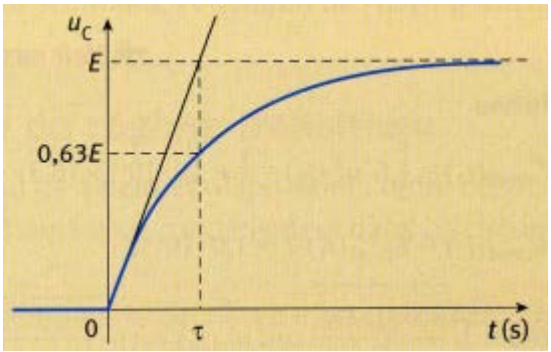
لكن: $i(t)=\frac{dq_A}{dt}=C.\frac{du(t)}{dt}$

ومنه: $E=RC.\frac{du(t)}{dt}+u(t)$

أي : $\frac{du(t)}{dt}+\frac{1}{RC}u(t)-\frac{E}{RC}=0$ وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها:

$u(t)=E(1-e^{-t/\tau})$ حيث : $\tau=RC$

حالات خاصة:



- لما : $t=0$ نجد: $u(0)=0$ ونجد: $\frac{du(0)}{dt}=\frac{E}{RC}$

وهو ميل المماس للمنحنى $u(t)$ في مبدأ الأزمنة.

- لما : $t=\tau$ نجد: $u(\tau)=0,63E$.

- لما : $t=5\tau$ نجد: $u(5\tau)=0,99E$.

شدة التيار الكهربائي:

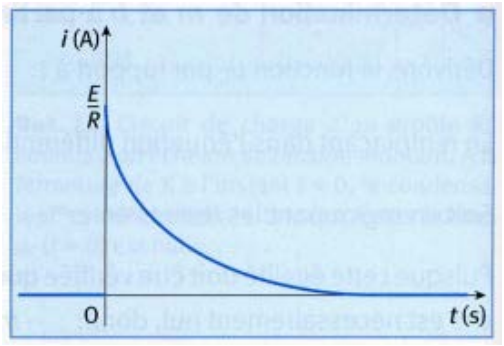
$$i(t)=C.\frac{du(t)}{dt}=\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$$

نضع $\frac{E}{R}=I_0$ ومنه $i(t)=I_0.e^{-t/\tau}$

حالات خاصة:

- لما: $t=0$ نجد: $i(0)=I_0$

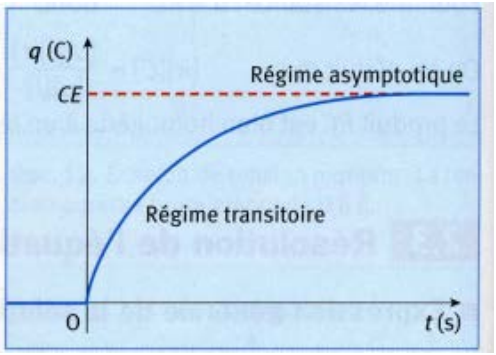
- لما: $t=\tau$ نجد: $i(\tau)=0,37E$.



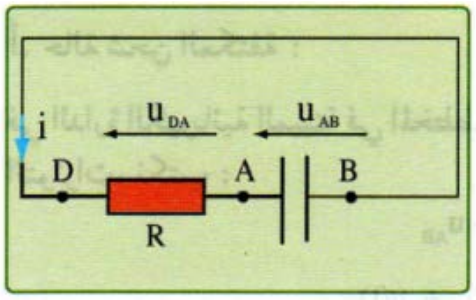
الشحنة الكهربائية:

لدينا: $q(t)=C.u(t)$

إذن: $q(t)=CE(1-e^{-t/\tau})$



ب- خلال التفريغ: في دارة التفريغ المقابلة:



بتطبيق قانون جمع التوترات: $0=u_{DA}+u_{AB}$

نضع $u_{AB}=u(t)$ إذن: $0=R.i(t)+u(t)$

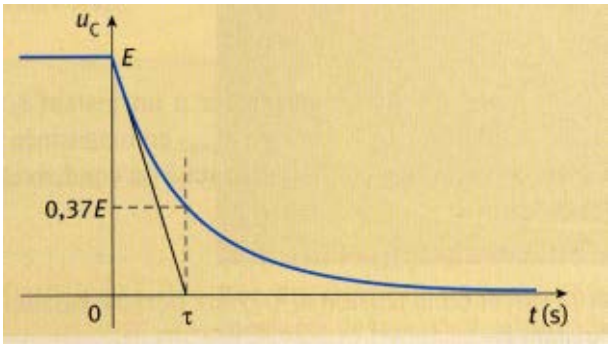
لكن: $i(t)=\frac{dq_A}{dt}=C.\frac{du(t)}{dt}$

ومنه: $0=RC.\frac{du(t)}{dt}+u(t)$

أي: $\frac{du(t)}{dt}+\frac{1}{RC}u(t)=0$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها:

$u(t)=E.e^{-t/\tau}$ حيث: $\tau=RC$



شدة التيار الكهربائي:

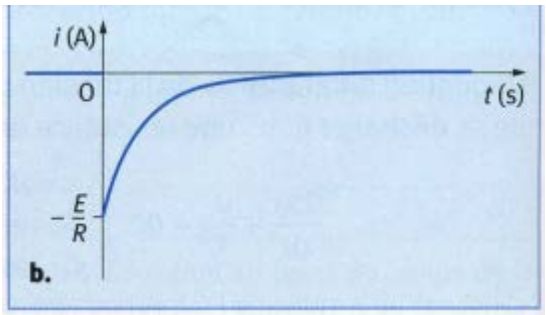
$$i(t)=C.\frac{du(t)}{dt}=-\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$$

نضع $\frac{E}{R}=I_0$ ومنه $i(t)=-I_0.e^{-t/\tau}$

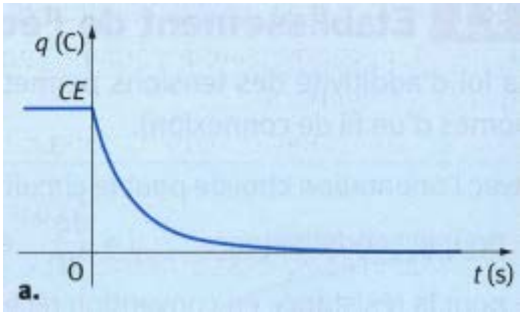
حالات خاصة:

- لما: $t=0$ نجد: $i(0)=-I_0$

- لما: $t=\tau$ نجد: $i(\tau)=-0,63E$.



الشحنة الكهربائية:

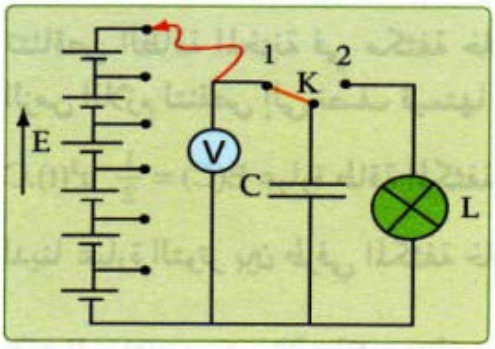


لدينا : $q(t)=C.u(t)$

إذن : $q(t)=-CEe^{-t/\tau}$

8- الطاقة المخزنة في مكثفة:

8-1- العوامل المؤثرة على الطاقة المخزنة في مكثفة: نحقق الدارة الكهربائية المقابلة:



أ- ندرس تأثير توتر الشحن على الطاقة المخزنة في المكثفة،

نستعمل مكثفة سعتها $1000\,\mu F$ نشحنها باستعمال ستة أعمدة لكل منها قوة محركة كهربائية $6\,V$، ونقرأ قيمة توتر الشحن على مقياس الفولط ثم نفرغها في المصباح.

نعيد التجربة عدة مرات بحذف عمود في كل مرة ،

ونتابع توهج المصباح في كل مرة.

نلاحظ أنه كلما زاد توتر الشحن ازداد توهج المصباح،

نستنتج أن الطاقة التي تخزنها مكثفة خلال شحنها تزداد كلما زاد توتر الشحن.

ب- لدراسة تأثير السعة نشحن مكثفات سعاتها متزايدة ($2200\,\mu F$, $1000\,\mu F$, $100\,\mu F$)،

بنفس التوتر (نفس عدد الأعمدة) ونراقب شدة توهج المصباح.

نلاحظ أنه كلما زادت سعة المكثفة ازداد توهج المصباح،

نستنتج أن الطاقة التي تخزنها مكثفة خلال شحنها تزداد كلما زادت سعة المكثفة.

النتيجة: تتعلق الطاقة المخزنة في مكثفة بسعتها وبتوتر شحنها.

8-2- عبارة الطاقة المخزنة في مكثفة :

الاستطاعة الكهربائية التي تتلقى بها مكثفة الطاقة خلال شحنها تعطى بالعلاقة: $P_e=u(t).i(t)$

حيث: $i(t)=\frac{dq_A}{dt}$ و $u(t)=\frac{q(t)}{C}$ إذن: $P_e=\frac{q(t)}{C}.\frac{dq_A}{dt}$ أي: $P_e=\frac{d}{dt}\left(\frac{{q_A}^2}{2C}\right)$

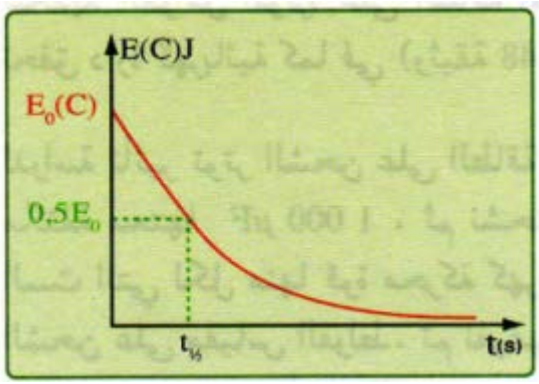
ومنه: $P_e.dt=d\left(\frac{{q_A}^2}{2C}\right)$ بالتكامل نجد : $P_e.\Delta t=\frac{(\Delta q_A)^2}{2C}=\frac{{q_A}^2}{2C}$ وذلك باعتبار أن المكثفة غير مشحونة من قبل. وبما أن: $P_e.\Delta t=E(C)$ نستنتج أن الطاقة المخزنة في مكثفة تعطى بالعبارة :

$E(C)=\frac{1}{2}\frac{(q_A)^2}{C}=\frac{1}{2}C.u^2$ ، $E(C)$ تقدر بالجول J.

3-8- مخطط الطاقة بدلالة الزمن أثناء التفريغ، زمن تناقص الطاقة إلى النصف $t_{1/2}$:

أثناء التفريغ يكون: $u(t)=E.e^{-t/\tau}$ وبالتالي فإن: $E(C)=\frac{1}{2}C.u^2=\frac{1}{2}CE^2.e^{-2t/\tau}$

ويكون مخطط الطاقة بدلالة الزمن بالشكل:



حالات خاصة:

- لما: $t=0$ نجد: $E(C)=E_0(C)=\frac{1}{2}CE^2$

- لما: $t=t_{1/2}$ فإن: $E(C)=\frac{E_0(C)}{2}=\frac{1}{4}CE^2$.

نستنتج أن: $\frac{1}{4}CE^2=\frac{1}{2}CE^2.e^{-2t_{1/2}/\tau}$

إذن: $e^{2t_{1/2}/\tau}=2$

أي أن: $2t_{1/2}/\tau=ln2$

نستنتج أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو: $t_{1/2}=\frac{\tau}{2}\ ln2$

تطبيق: التمرين المحلول 1 ص158 من الكتاب المدرسي.