معهد الحياة
القرارة - غرداية

الامتحان الفصلي الأول **السنة الدراسية : 1433/1432 هـ// 2012/2011 م**

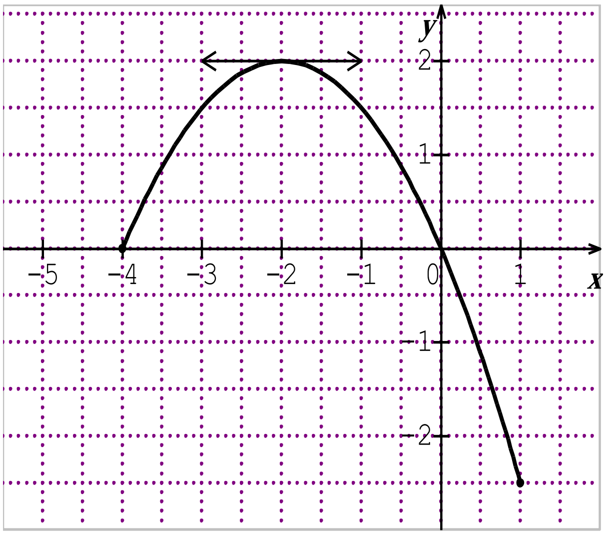
المستوى: 3 علوم تجريبية.

اختبار في مادة : الرياضيات المدة : ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

<u>الموضوع الأول</u>

<u>التمرين الأول (04,5 نقط) :</u>



1/برهن ما يلي :

إذا كانت الدالة U قابلة للاشتقاق على مجال I من $\mathbb{R}$

فان الدالة U^n تقبل الاشتقاق على I ولدينا:

$$\left(U^n\right)' = nU'U^{n-1}$$

2/التمثيل البياني المقابل هو لدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $[-4,1]$

أ/ عين إشارة $g\left(x\right)$ ثم إشارة $g'\left(x\right)$.

ب/ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-4,1]$ بـ:

$$f\left(x\right) = \left[g\left(x\right)\right]^4$$

جـ/أحسب $f'\left(x\right)$ بدلالة $g\left(x\right)$ و $g'\left(x\right)$ واستنتج إشارتها.

د/ أعط جدول تغيرات الدالة f .

هـ/حدد عدد حلول المعادلة : $f\left(x\right) = \lambda$ لما λ يتغير في $\mathbb{R}$.

<u>التمرين الثاني (04,5 نقط):</u>

نعتبر كثير الحدود للمتغير الحقيقي x حيث:

$$Q(x) = 2x^3 - x^2 - 15x + 18$$

1. احسب $Q(2)$ ثم حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $Q(x) = 0$
2. استنتج حلول المعادلات التالية:

أ / $$2e^{3x} - e^{2x} - 15e^{x} + 18 = 0$$

ب / $$2e^{6x} - e^{4x} - 15e^{2x} + 18 = 0$$

جـ / $$2\left(\ln x\right)^3 - \left(\ln x\right)^2 - 15\ln x + 18 = 0$$

التمرين الثالث (04 نقاط):

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللا اختيارك.

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط:

$A(1;3;-1)$ ، $B(4;1;0)$ ، $C(-2;0;-2)$ ، $D(3;2;1)$ والمستوي (P) الذي معادلته: $x-3z-4=0$

1 / المستوي (P) هو: ج1) (BCD) ج2) (ABC) ج3) (ABD)

2 / شعاع ناظمي للمستوي(P) هو: ج1) $\overrightarrow{n_1}(1;2;1)$ ج2) $\overrightarrow{n_2}(-2;0;6)$ ج3) $\overrightarrow{n_3}(2;0;-1)$

3 / المسافة بين النقطة D والمستوي (P) هي : ج1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ج2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ج3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

4 / سطح الكرة (S) الذي مركزه D ونصف قطره 2 يقطع المستوي (P) في :

ج1) نقطة ج2) دائرة ج3) مجموعة خالية

التمرين الرابع (07 نقاط):

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-x^2-\ln x$.

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$.

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln x}{x}-x+2$

نسمي (c) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2\,cm$) .

1) أ- احسب نهاية الدالة f عند 0 ، فسّر هندسيا هذه النتيجة .

ب- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ- بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (c) عند $+\infty$

د- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (c) بالنسبة للمستقيم (D) .

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

3) أ- عيّن إحداثيي النقطة A من (c) التي يكون المماس عندها موازيا للمستقيم (D)

ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) ، مماس المنحني (c) عند النقطة ذات الفاصلة e .

(نذكر أن e هو العدد الذي يحقق $\ln e=1$)

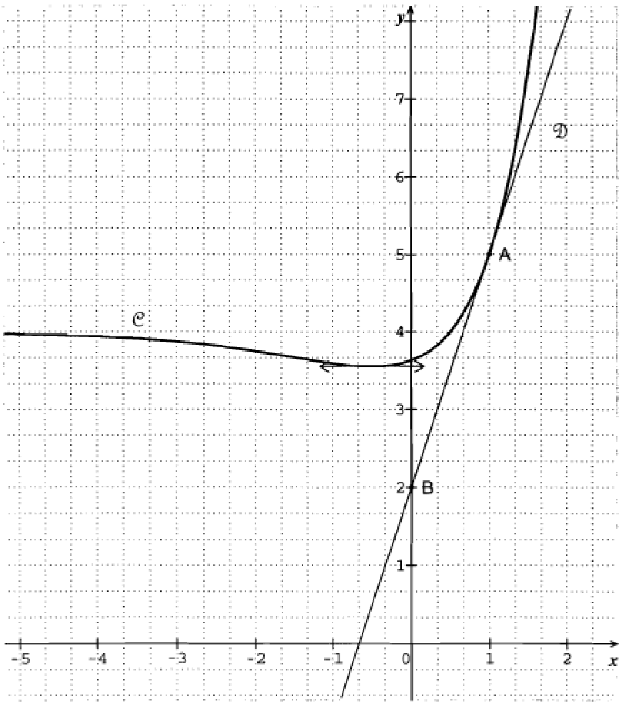
4) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0;1[$.

5) ارسم المستقيمين (D) ، (T) و المنحني (c) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول (07 نقط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(ax+b)e^{x-1}+c$



حيث a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها في

الجزء أ

نعبر بـ f' الدالة المشتقة للدالة f

ليكن (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس أنظر الشكل المقابل.

المنحني (C) يشمل النقطة $A(1;5)$ ويقبل المستقيم (D) كمماس له عند هذه النقطة

المنحني (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{2}$

الجزء أ

1. حدد من البيان : $f(1)$ ، $f'(-\frac{1}{2})$ و $f'(1)$
2. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=(ax+a+b)e^{x-1}$
3. مما سبق استنتج قيم الأعداد الحقيقية a ، b و c

الجزء ب

نقبل في بقية التمرين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=(2x-1)e^{x-1}+4$

1 / أ / أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب / تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=\frac{2}{e}xe^{x}-\frac{1}{e}e^{x}+4$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ماذا تمثل النتيجة بالنسبة للمنحني (C) .

2 / أ / احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها مستنتجا اتجاه تغيرات الدالة f .

ب / شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ / استنتج إشارة $f(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$

د / أثبت أن المعادلة $f(x)=6$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[1;2]$ ثم اعط حصرا للعدد α سعته $0,1$.

التمرين الثاني (04 نقاط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط:

$A(2;3;-1)$ ، $B(1;-2;4)$ ، $C(3;0;-2)$ ، $D(1;-1;-2)$

ليكن (π) المستوي المعرف بمعادلته الديكارتية : $2x-y+2z+1=0$

المطلوب : أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1. النقط A ، B و C في استقامية.
2. (ABD) مستو معادلة ديكارتية له : $25x-6y-z-33=0$
3. المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π) .
4. المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1;1;-1)$

التمرين الثالث (09 نقاط):

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=x+1+\ln x$$

1. عين نهايتي الدالة ل عند 0 و عند $+\infty$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$.
4. اوجد حصرا للعدد α سعته 0.1
5. حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x\ln x}{x+1} & x\in\,]0;+\infty[\\ f(0)=0 & \end{cases}$$

ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.حيث وحدة الطول هي $4cm$.

1. بين أن الدالة f مستمرة على المجال $[0;+\infty[$.
2. هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0 ؟ فسر بيانيا النتيجة.
3. من اجل كل x من $]0;+\infty[$ ، بين أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$. استنتج اتجاه تغير الدالة f
4. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. تحقق أن $f(\alpha)=-\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
5. ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\to\ln x$ في المعلم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.
   - ادرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C) و (Γ) .
   - احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$. فسر بيانيا النتيجة . ارسم المنحنيين (C) و (Γ)

أستاذ المادة : أبو القاسم بن محمد علواني
البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr