| | |
|---|---|
| ثانـوية: عبد الحميد بن باديس*بيضـاء برج* | الشـعبة : آداب |
| المسـتوى : الثـالثة ثـانوي | التاريخ: الخميس 17 نوفمبر 2011 |
| القـسم: 3 لغ أجنـبية +3 آداب و فلسـفة | المـدة: 60 دقيـقة |

# الفرض الأول في مادة الرياضيات

## التمرين الأول

أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ باقي قسمة $2^n$ على $7$

ب- أكمل مايلي : $2^{3k} \equiv \cdots [7]$ $2^{3k+1} \equiv \cdots [7]$ $2^{3k+2} \equiv \cdots [7]$

ج - استنتج باقي قسمة كل من $2^{2011}$ و $2^{1431}$ على $7$

د- بين أن العدد يقبل القسمة على $7$ حيث: $A = 2^{32} - 11 + 56^5$

## التمرين الثاني

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث $a = 2010$ و $b = 1431$

1* أ- عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $a$ و $b$ على $7$ .

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على $7$ .

ج- تحقق أن $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ و استنتج أن $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$

2 * أوجد الأعداد الطبيعية $n$ التي تحقق $n + 2010^3 \equiv 0[7]$ .

ثم استنتج قيم $n$ الأصغر من أو تساوي $16$.

## التمرين الثالث

نعتبر المجموع $A_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots \ldots \ldots \ldots + (2n - 1)$

1- أحسب كل من $A_1$ و $A_2$

2- عبر عن $A_{n+1}$ بدلالة $A_n$

3- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم فإن : $A_{n=}n^2$

| ثانوية: عبد الحميد بن باديس*بيضاء برج* | التاريخ : نوفمبر 2011 |
|---|---|
| الإجابة النموذجية للفرض الأول المستوى ثالثة ثانوي | |
| المادة: رياضـــيات | المدة: 1 سـا |

| محاور الموضوع | عناصـــر الإجـابة | العلامة | |
|---|---|---|---|
| | | مجزأة | كاملة |
| القسمة الإقليدية | **التمرين الأول**<br>**أ* تعيين باقي قسمة $2^n$ على 7 حسب قيم العدد الطبيعي $n$**<br>جدول: (3 \| 2 \| 1 \| 0 \| ) / (1 \| 4 \| 2 \| 1 \| باقي قسمة $2^n$ على 7) | 02 ن | |
| | باقي قسمة $n$ على 7 هي عملية دورية ودورها 4 | 02 ن | |
| | **ب*** $2^{3k}\equiv 1[7]$ $2^{3k+1}\equiv 2[7]$ $2^{3k+2}\equiv 4[7]$<br>**ج*** استنتاج باقي قسمة كل من $2^{2011}$ و $2^{1431}$ على 7<br>- لدينا $2011=3*2010+1$ معناه $2^{2011}\equiv 2^{3*2010+1}[7]$<br>و منه $2^{2011}\equiv 2^{3k+1}[7]$ إذن $2^{2011}\equiv 2[7]$<br>- لدينا $1431=3*477$ معناه $2^{1431}\equiv 2^{3*477}[7]$<br>و منه $2^{1431}\equiv 2^{3k}[7]$ إذن $2^{1431}\equiv 1[7]$ | 02 ن | 06 نقاط |
| | **د- نبين أن العدد $A$ يقبل القسمة 7**<br>لدينا $A=2^{32}-11+56^5$<br>$\equiv 2^{3*10+2}[7]$ | 02 ن | |
| | و منه $2^{32}\equiv 4[7]$ .....(1) | | |
| | ومنه $56^5\equiv 0[7]$ **.....(2)** | | |
| | و منه $2^{32}-11+56^5\equiv (1)-11+(2)[7]$<br>$A\equiv 4-11+0[7]$<br>و منه $A$ يقبل القسمة على 7 | | |
| الموافقة في $\mathbb{Z}$ | **التمرين الثاني**<br>**أ* تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $a=2010$ و$b=1431$ على 7**<br>- $2010=287\times 7+1$ | 0.75 ن | 06 نقاط |
| | - و منه باقي قسمة $a$ على 7 هو : 1 أي $a\equiv 1[7]$ | 0.75 ن | |
| | - $1431=204\times 7+3$<br>- و منه باقي قسمة $b$ على 7 هو : 3 أي $b\equiv 3[7]$<br>**ب *استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7** | | |
| | - $(a+2b)\equiv 1+2\times 3[7]$ و منه $(a+2b)\equiv 0[7]$ | 01 ن | |
| | **ج* التحقق من أن $a^3\equiv 1[7]$ و $b^3\equiv 6[7]$ و استنتاج أن $a^3+b^3\equiv 0[7]$**<br>- **لدينا $a\equiv 1[7]$ و منه $a^3\equiv 1^3[7]$ إذن : $a^3\equiv 1[7]$** | 0.5 ن | |
| | - **لدينا $b\equiv 3[7]$ و منه $b^3\equiv 3^3[7]$ اذن : $b^3\equiv 27[7]$** | 0.5 ن | |

- وباقي قسمة **27 على 7 هو 6 إذن :** $b^3 \equiv 6[7]$

- لدينا $a^3 + b^3 \equiv 1 + 6[7]$ أي $a^3 + b^3 \equiv 7[7]$ و $7 \equiv 0[7]$

إذن $^3 + b^3 \equiv 0[7]$ — **0.5 ن**

**2* أيجاد الأعداد الطبيعية $n$ التي تحقق** $n + 2010^3 \equiv 0[7]$

$$n \equiv -2010^3[7]$$

ولدينا من جهة أخرى $2010 \equiv -1[7]$ أي $2010^3 \equiv -1[7]$
أي $201^3 \equiv -1 + 7[7]$ **و بالتالي** $2010^3 \equiv 6[7]$ — **01 ن**
و منه قيم $n$ هي : $n = 7k + 6$ من أجل $k$ من $\mathbb{N}$
- **قيم $n$ الأصغر من أو تساوي 16:** — **01 ن**
من اجل $k = 2$ و $k = 1$ تكون قيم $n = \{6 \ , \ 13\}$

## التمرين الثالث :

**1- حساب كل من $A_1$ و $A_2$** — **0.5ن*2**
$A_1 = 1$ و $A_2 = 1 + 3 = 4$
**2- عبر عن $A_{n+1}$ بدلالة $A_n$**
لدينا $A_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots \ldots \ldots \ldots + (2n - 1)$ و منه — **02 ن**

**البرهان بالتراجع**

**3- البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم فإن :** $A_{n=}n^2$
- نسمي الخاصية $p(n)$ $(A_{n=}n^2)$
نتاكد من صحة الخاصية الابتدائية $p(1)$
$A_1 = 1$ $n^2 = 1$ **من اجل** $n = 1$ $1 = 1$ وبالتالي $p(1)$ صحيحة — **0.5 ن**
- نفرض أن الخاصية $p(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ أي
$A_{n=}n^2$
ونبرهن صحة الخاصية $p(n+1)$ أي $A_{n+1=}(n+1)^2$ — **0.5 ن**

لدينا $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots \ldots \ldots \ldots + (2n - 1) = n^2$ **(فرضية التراجع)**
**وباضافة** $2n + 1$ الى الطرفين نجد : $1 + 3 + \cdots \ldots + (2n - 1) + 2n + 1 = n^2 + 2n + 1$
اي $A_n + 2n + 1 = (n + 1)^2$ **ولدينا من جهة اخرى**

ومنه — **02 ن**

- إذن من اجل كل عدد طبيعي $n$ **فان** $p(n+1)$ صحيحة

اذن : من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم فإن :
$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots \ldots \ldots \ldots + (2n - 1) = n^2$
و هو المطلوب .

**08 نقاط**