تمارين الأعداد المركبة في البكالوريا

18 1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$

2)علّم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط : A ، C ، D و I ذات الاحقات:

$z_A=3-2i$ ، $z_C=-3+i$ و $z_D=-3-i$ ، $z_I=1$

3) z عدد مركب يحقق الجملة التالية:

$$\begin{cases}\arg(z-3+2i)=\arg(z-1)+\dfrac{\pi}{2}\\ |z-3+2i|=|z-1|\end{cases}.$$

أ) بين أن الجملة تكافئ: $\dfrac{z-3+2i}{z-1}=i$ ثم عين قيمة z .

ب) B النقطة التي لاحقتها $z_B=3$.

تحقق أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ، ماهي طبيعة الرباعي ABCD ؟

جـ) لتكن J النقطة التي لاحقتها z_J حيث: $z_J=1-2i$.

أكتب على الشكل الأسي العدد المركّب: $Z=\dfrac{z_A-z_I}{z_B-z_J}$

تحقق أن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{JI}$.ما هي طبيعة الرباعي ABIJ ؟

(بكالوريا الجزائر 2010/ شعبة تقني رياضي)

19 1)أ-أكتب على الشكل الاسي العدد: $a=-2+2\sqrt{3}i$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2=-2+2\sqrt{3}i$

2) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

A ، B و C النقط التي لاحقاتها:

$z_A=-2$ ، $z_B=-1-\sqrt{3}i$ و $z_C=1+\sqrt{3}i$ على الترتيب

أ-أحسب طويلة العدد المركّب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ وعمدة له.

ب-أستنتج طبيعة المثلث ABC

3)لتكن (E) مجموعة النقط M(z) حيث: $\arg(\bar{z}+2)=\dfrac{\pi}{3}$

أ-نحقق أن النقطة B تنتمي إلى (E)

ب-عين المجموعة (E).

(بكالوريا الجزائر 2009/ شعبة تقني رياضي)

20 لتكن في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة **(*)** المعرفة كمايلي:

$$z^3+(2-4i)z^2-(6+9i)z+9(-1+i)=0$$

1-بين أن $z_0=3i$ هو حل للمعادلة **(*)**.

2-بين أن **(*)** تقبل حلاحقيقيا z_1 ،ثم استنتج الحل الثالث z_2

3-لتكن النقط A ، B و C صور الحلول z_0 ، z_1 و z_2 على التوالي في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

عيّن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$

4-عين المجموعة (E) للنقط M حيث: $AM^2+BM^2-CM^2=-13$

بين أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (E) ثم أنشئ (E).

5-تحقق أن النقط O ، B و G في استقامية ثم عين صورة المجموعة (E) بالتحاكي الذي مركزه النقطة O ويحوّل B إلى G محددا عناصره المميزة.

(بكالوريا الجزائر 2008/ (شعبة رياضيات بتصرف)

21 r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي كيفي.

1-حل في حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2r\cos(\dfrac{\theta}{2})z+r^2=0$

اكتب الحلين على الشكل الأسي.

2-في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقطتين A ، B صورتي الحلين.

عين θ حتى يكون المثلث OAB متقايس الاضلاع

(بكالوريا الجزائر 2008/ (شعبة تقني بتصرف)

22 المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

L العدد مركب المعرف كمايلي: $L=\dfrac{-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{5+3i}$

1/أ) أكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

ب)بيّن أن: $L^{12}+1=0$ ،ثم أحسب $(-4\sqrt{2}+i\sqrt{2})^{12}+(5+3i)^{12}$

جـ)n عدد طبيعي فردي و p عدد طبيعي زوجي أثبت أن:

$$L^{4n}+L^{4p}=0$$

2/أ)النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب :

$z_A=5+3i$ و $z_B=5-3i$ عين اللاحقة $z_{A'}$ للنقطة A' صورة النقطة A بالتشابه المباشر ال\ي مركزه B ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\dfrac{3\pi}{4}$.

ب) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABA' .

(بكالوريا الجزائر 2011/ شعبة تقني رياضي)

23 نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E).....z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

1)حل في في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) أكتب حلولها على الشكل الأسي

2))المستوي نتسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب

$z_A=2i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و $z_C=\sqrt{3}-i$ نضع $L=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

أ)أكتب L على الشكل الأسي.

ب)أثبت أن $z_A-z_B=L(z_C-z_B)$ ، ثم أستنتج أن A صورة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه وتحديد عناصره المميزة.

جـ)استنتج نوع المثلث ABC .

(بكالوريا الجزائر 2011/ (شعبة رياضيات)

24 نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^3-3z^2+3z+9=0...(E)$

1-أ)تحقق أن 3 حل للمعادلة (E) ، ثم عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي z فإن:

$$z^3-3z^2+3z+9=(z-3)(az^2+bz+c)$$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B و C صور الأعداد $z_A=3$ ، $z_B=\sqrt{3}i$ و $z_C=-\sqrt{3}i$ بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع.

3-D النقطة التي لاحقتها $z_D=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ و E صورتها بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$. عين z_E لاحقة E.

4-E النقطة التي لاحقتها $z_F=1-\sqrt{3}i$.

أ) أحسب $\frac{z_F}{z_E}$ واستنتج أن (OE) و (OF) متعامدان.

ب)عين z_G لاحقة النقطة G بحيث يكون $OEGF$ مربعا.

بكالوريا الجزائر 2010/ (شعبة رياضيات)

25 1-أ)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$

ب)استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة: $(\bar{z}+3)^2-2(\bar{z}+3)+2=0$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B و M لواحقها $(1-i)$ ، $(1+i)$ و z على الترتيب

أ)عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي: $z=1-i+ke^{i\frac{5\pi}{4}}$

ب)عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي: $|z-1+i|=|z-1-i|$

بكالوريا الجزائر 2009/ شعبة تقني رياضي)

26 1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$

نرمز للحلين بـ z_1 و z_2 حيث $Im(z_1)<0$.

بين أن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ حقيقي.

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B و C نقط لاحقاتها على الترتيب: $-1+i$ ، z_1 و z_2

ليكن Z العدد المركب حيث: $Z=\frac{z_2+1-i}{z_1+1-i}$

أ)انطلاقا من التعريف $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ ومن الخاصية $e^{i(\theta_1+\theta_2)}=e^{i\theta_1}\times e^{i\theta_2}$

برهن أن: $e^{-i\theta}=\frac{1}{e^{i\theta}}$ وأن $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}}=e^{i(\theta_1-\theta_2)}$

حيث θ ، θ_1 و θ_2 أعداد حقيقية

ب) أكتب Z على الشكل الأسي.

جـ)أكتب Z على الشكل المثلثي واستنتج أن النقطة C صورة النقطة B بتشابه مباشر مركزه A ، يطلب تعيين زاويته ونسبته.

بكالوريا الجزائر 2008/ (شعبة علوم تجريبية بتصرف)

27 1-أ)جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب: $7+24i$

ب)بيّن أنه من أجل كل عدد مركب z :

$$z^2+iz-2-6i=\left(z+\frac{i}{2}\right)^2-\frac{7+24i}{4}$$

جـ) استنتج العددين المركبين z_1 و z_2 حلّي المعادلة:

$$z^2+iz-2-6i=0$$

2- نعتبر في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A ، B اللتين لاحقتاهما $z_A=2+i$ و $z_B=-2-2i$

عين z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (Γ) ذات القطر $[AB]$

3-أ) لتكن C النقطة ذات اللاحقة z_C حيث: $z_C=\frac{4-i}{1+i}$.

-اكتب z_C على الشكل الجبري ، ثم أثبت C تنتمي إلى (Γ).

4-أ)برهن أن عبارة التشابه المباشر S الذي مركزه $M_0(z_0)$ ونسبته k $(k>0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي: $z'-z_0=ke^{i\theta}(z-z_0)$

ب) عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل S المعرف بـ:

$$z'+\frac{1}{2}i=2e^{i\theta}(z+\frac{1}{2}i)$$

بكالوريا الجزائر 2008/ (شعبة علوم تجريبية بتصرف)

28 نرفق بكل عدد مركب $z\neq1$ العدد المركب $f(z)=\frac{z-i}{z-1}$

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(45+45i)f(z)=23+45i-2z$

2-لتكن M صورة العدد المركب z في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

أ)عين مجموعة النقط M بحيث يكون $f(z)$ حقيقيا سالبا تماما

ب) أحسب العدد المركب z_0 بحيث:

$$|f(z_0)|=1 \text{ و } \arg(f(z_0))=\frac{3\pi}{2}$$

3-في المستوي المركب نعتبر النقط A ، B و C صور الاعداد المركبة 1 ، i و z_0 على الترتيب.

أ-مانوع المثلث ABC ؟.

ب-عين النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB) واستنتج طبيعة الرباعي $ACBD$.

بكالوريا الجزائر 2009/ (شعبة رياضيات)