المستوى : 3 علوم تجريبية — **السلسلة رقم 06 : الإعداد المركبة** — **جمع وإعداد الأستاذ:بالعبيدي م العربي س د** — **2011 / 2012**

01 نعتبرفي المستوي المركب النقط $A(2i)$ ، $B(1)$ و $M(z)$

وليكن العدد المركب L حيث: $L(z)=\dfrac{z-2i}{z-1}$

1)اكتب $L(-i)$ ، $L(1+i)$ على الشكل الجبري

2) نضع $z=x+iy$ حيث x ، y عددان حقيقيان

أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $L(z)=1+i$

ب) اكتب $L(z)$ على الشكل الجبري

جـ)عين ثم انشئ مجموعة النقط $M(z)$ في كل حالة:

* $L(z)$ حقيقيا، * $L(z)$ تخيليا صرفا، * $|L(z)|=1$

02 في المستوي المركب نعتبر النقطتين $A(2i)$، $B(4-i)$

عين ثم إنشئ مجموعة النقط $M(z)$ في كل حالة

1) $|z-2i|=4$ ، 2) $|z-2i|=|z-4+i|$

3) $\arg(z-2i)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ ، 4) $z=2i+2e^{i\theta}$

03 α عدد حقيقي غير معدوم .

عين طويلة وعمدة العدد z وذلك حسب قيم α في كل حالة من الحالات التالية: 1) $z=\alpha$ ، 2) $z=\alpha i$

3) $z=\alpha+\alpha i$ ، 4) $z=\alpha-\alpha i$ ، 5) $z=\alpha+\alpha\sqrt{3}i$

6) $z=\alpha-\alpha\sqrt{3}i$ ، 7) $z=\alpha\sqrt{3}+\alpha i$ ، 8) $z=\alpha\sqrt{3}-\alpha i$

04 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2i\bar{z}=0\ ...(1)$

2) نسمي O ، A ، B و C صور حلول المعادلة (1) في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$

أ) أثبت أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

ب) أكتب معادلة ديكارتية للدائرة المحيطة بالمثلث ABC

جـ)عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ معين

05 z_1 و z_2 عددان مركبان حيث: $|z_1|=|z_2|=1$

و ليكن العددين المركبين $K=\dfrac{z_1+z_2}{1+z_1.z_2}$ ، $L=\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$

1)أحسب كلا من $\overline{K}$ و $\overline{L}$.

2)أستنتج أن K حقيقي وأن L تخيلي صرف

06 نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z:

$$2z^2-\left[1+(2+\sqrt{3})i\right]z-\sqrt{3}+i=0....(E)$$

أ- تحقق أن العدد المركب $z_1=i$ حلا للمعادلة (E).

ب-ثم استنتج الحل الثاني z_2 .ثم أحسب العدد z_2^{2012} .

2)المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط A ، B و C التي لواحقها z_1 ، z_2 و $z_3=e^{\frac{2\pi}{3}i}$.

أ-بيّن أن النقطتين O و C تنتميان إلى دائرة مركزها B.

ب-جد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{BO};\overrightarrow{BC})$ ،استنتج نوع المثلث OBC

جـ-عيّن مجموعة النقط $M(z)$ بحيث: $\dfrac{z-z_2}{z-z_1}\in\mathbb{R}^-$

07 أجب **بصحيح** أو**خطأ** مع التبرير في كل حالة:

1-الشكل الأسي للعدد المركب $-\sqrt{3}+i$ هو $2e^{\frac{5\pi}{6}i}$.

2-الشكل المثلثي للعدد $(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^2$ هو $4(\cos\dfrac{\pi}{4}-i\sin\dfrac{\pi}{4})$.

3-المعادلة $(\sqrt{2}-i\sqrt{2})z+\sqrt{3}-i=0$ تقبل حلا وحيدا في المجموعة $\mathbb{C}$ هو $4z=-\sqrt{2}+\sqrt{6}+i\sqrt{2}-\sqrt{6}$

4-المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط $A(4i)$ ، $B(-2)$ و $M(z)$.مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $|z-4i|=|z+2|$ هي المستقيم (AB)

08 المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن الأعداد المركبة z_A ، z_B و z_C والمعرفة كمايلي:

$|z_A|=2$ و $\arg(z_A)\equiv-\dfrac{\pi}{3}[2\pi]$ و $z_B=2e^{\frac{\pi}{6}i}$ ، $z_C=z_A+z_B$

1)مثل النقط A ، B ، C .

2) تحقق أن المثلث OAB قائم في O ومتساوي الساقين.

استنتج نوع الرباعي $OACB$.

3)أكتب z_C على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي

أستنتج القيمة المضبوطة للعدد $\tan\dfrac{\pi}{12}$

4)لنعتبر الأعداد المركبة $4z_D=z_A.z_B$ ، $z_E=\dfrac{z_A}{z_B}$

أ) أكتب كلا من z_D و z_E على الشكل الأسي

ب)مثل النقطتين D و E ثم بين ان O ، D و B في استقامية

09 ليكن العدد المركب: $\alpha=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

1-أحسب α^2 ثم أكتب α^2 على الشكل المثلثي.

إستنتج الطويلة وعمدة لعدد α .

2)أحسب كلا من $\sin(\dfrac{7\pi}{12})$ ، $\cos(\dfrac{7\pi}{12})$

3)أحسب كلا من α^{2012} و α^{1432} وبين أن: $\alpha^{12k}\in\mathbb{R}$

4)المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

عين مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق: $|z|=|\alpha(z-1)|$.

10 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-6z+18=0$

2-أ) أكتب العدد المركب: $z_1=3-3i$ على الشكل الأسي

ب)أحسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث:

$z_1 \times z_3 = 6(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$ ثم أستنتج $\tan\frac{\pi}{12}$

3) نعتبرفي المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس النقط
$A(\overline{z_1})$ ، $B(z_1)$ ، $C(1+i)$

أ)عين قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة المثقلة
$\{(A,1);(B,-1);(C,\alpha)\}$ مرجحا G

ب)عين مجموعة النقط G عندما يرسم α المجموعة $\mathbb{R}^*$

جـ)عين مجموعة النقط $M(z)$: $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=4$

11 1)حل في $\mathbb{C}$ ، كلا من المعادلتين :
$z^2-2z+5=0$ ؛ $z^2-2(1+\sqrt{3})z+5+2\sqrt{3}=0$.

2)المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u};\vec{v})$
نعتبر النقط A،B، C وD صور الأعداد المركبة:
$1-2i$ ، $1+\sqrt{3}+i$ ، $1+2i$ و $1+\sqrt{3}-i$ على الترتيب

أ ـ ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

ب ـ أكتب معادلة للدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .

جـ ـ أثبت أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة (γ).

د ـ أنشئ (γ) والنقط A،B، C وD في المعلم المعطى

12 المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-2i)(z^2-2z+2)=0$

2)لتكن النقطتينA ، B لواحقها على الترتيب $z_A=1+i$
و $z_B=2i$ نضع : $z'=\frac{z-2i}{z-1-i}$ حيث $z\neq z_A$

أ)لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث يكون
z' تخيلي صرّف، ثم بين أن $B\in(E)$ وحدّدالمجموعة (E)

ب) لتكن المجموعة (F) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث
يكون : $|z'|=1$ - حدّد المجموعة (F) .

13 1)ليكن كثير الحدود p للمتغير المركب z المعرف
كما يلي : $p(z)=z^4-2\sqrt{3}z^3+8z^2-8\sqrt{3}z+16$

أ)أثبت أنه من أجل كل عدد مركب z فإن: $\overline{p(z)}=p(\overline{z})$

ب)تحقق أن: $p(\sqrt{3}+i)=p(-2i)=0$.
أستنتج الجذرين الآخرين لـ $p(z)$

2)المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$
نعتبر النقط :A ،B،C،D التي لواحقها :
$z_A=i+\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$ ، $z_D=\overline{z_C}$

أ) مثل النقط: A ، B، C،D في المستوي المركب

ب)اثبت ان النقط A ، B، C،D تنتمي الي نفس الدائرة

3) لتكن E نظيرة B بالنسبة الى O
بين ان $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ،أعط تفسيرا هند سيا للمساوة.

14 1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-2)(z^2-2\sqrt{2}z+4)=0$
نسمّي حلولها z_1 ، z_2 و z_3 حيث $z_1\in\mathbb{R}$ و $Im(z_1)\succ 0$

2-أ) أكتب كلا من z_3 ثم z_1+z_2 على الشكل الأسي

ب)استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\sin\frac{3\pi}{8}$.

3)المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u};\vec{v})$
لتكن النقط A، B وC التي لواحقها $z_A=\sqrt{6}-\sqrt{2}$
$z_B=-\sqrt{2}(1+i)$ و $z_C=-\sqrt{2}(1-i)$

أ)أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$

ب) ما طبيعة المثلث ABC ؟ برّر جوابك.

15 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+5=0$

2) المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس
لتكن النقط I ، B و A ذوات اللاحقات:
$z_I=1-2i$ ، $z_B=-3$ و $z_A=2+\overline{z_I}$

أ)اكتب على الشكل الجبري العدد : $Z=\frac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$

ب)اكتب Z على الشكل الأسي،ثم استنتج نوع المثلث IAB

جـ)احسب z_C لاحقة النقطة C بحيث: $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AI}$

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

أ) احسب z_G لاحقة النقطة G.

ب)عين (Γ_1) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي
حيث: $2\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|$

عين (Γ_2) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي
حيث: $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=4\sqrt{5}$.

16 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u};\vec{v})$
نعتبر العدد المركب $P(z)=|z|^2+4iz-5-4i$

1)عين مجموعة النقط $M(x;y)$ ذات اللاحقة z بحيث:
أ) يكون $P(z)$ حقيقيا ، ب) يكون $P(z)$ تخيليا صرفا.

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث $P(z)=1$
نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة حيث $Im(z_1)\succ 0$

3) نعتبر النقطتين A و B صورتي z_1 و z_2 على الترتيب، C نظيرة A بالنسبة إلى O.
عين لاحقة النقطة C ثم لاحقة مركز ثقل المثلث ABC .

17 نعتبرالعدد المركب $z=2\cos^2(\alpha)+i\sin(2\alpha)$
حيث α المجال $]0,2\pi[$

1 ـ عيّن حسب قيم α، طويلة و عمدة العدد z.

2 ـ المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .
عيّن مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي عندما يتغيّر α