إمتحان الفصل الثاني

الشعبة : 3 رياضيات **المدة** : ساعتان

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

1) اكتب العدد المركب $2-i\,2\sqrt{3}$ على الشكل الأسي .

2) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(z-2i)(z^2-2+i\,2\sqrt{3})=0$

3) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس. نعتبر النقط A, B, C, D و F حيث $z_A=-\sqrt{3}+i$ ، $z_B=-z_A$ ، $z_C=2i$ ، $z_D=-\sqrt{3}-3i$ و $z_F=-\sqrt{3}+3i$.

أ) عين اللاحقة z_E للنقطة E صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

ب) بين أن النقطة D هي صورة النقطة A بالدوران الذي زاويته $\frac{\pi}{3}$ ومركزه يطلب تعيينه.

جـ) نقبل أن F هي صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$.علم النقاط A, B, C, D, E و F .

د) z_{G_1} ، $z_{G_2}=\sqrt{3}+i$ و $z_{G_3}=\frac{2}{3}(-\sqrt{3}+3i)$ هي لواحق مراكز ثقل المثلثات ABD ، BCE و CAF على الترتيب .

بين أن $z_{G_1}=\frac{z_D}{3}$ ثم احسب $\frac{z_{G_2}-z_{G_3}}{z_{G_2}-z_{G_1}}$. استنتج طبيعة المثلث $G_1G_2G_3$.

هـ) تحقق أن : $z_A+z_B+z_C=z_D+z_E+z_F=z_{G_1}+z_{G_2}+z_{G_3}$ ماذا تستنتج بالنسبة للمثلثات ABC ، DEF و $G_1G_2G_3$.

التمرين الثاني :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(0;-1;0)$ ، $B(-1\,;\,4\,;\,3)$ ، $C(1;3;3)$ و الشعاع $\vec{n}(1;2;-3)$.

1) بين أن $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم عين معادلة ديكارتية له.

2) استنتج تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC) .

3) (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2-2x-8y+2z+4=0$.

أ) بين أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزه Ω ونصف قطره r .

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يمر بالنقطة Ω و يعامد المستوي (ABC) .

جـ) بين أن (ABC) مماس لـ (S) ثم عين إحداثيات نقطة التقاطع.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1-\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.(الوحدة : 2cm)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) حل المعادلة $f(x)=1$ ،ثم حل المتراجحة $f(x)<1$ ، استنتج وضعية (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$.

3) لتكن A نقطة تقاطع (C_f) و (Δ) . عين معادلة المماس (D) للمنحني (C_f) عند النقطة A .

4) أرسم (Δ) و (D) ثم (C_f) .

5) بين أن المعادلة $f(x)=2$ تقبل حلا واحدا α على المجال $]1\,;\,0[$.

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $e^x=e^{(1-m)x}$.