اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

تمرين 1 : (3 نقاط)

بين صحة أو خطأ كل اقتراح من الإقتراحات الثلاثة التالية معللا اختيارك .

1. ليكن العدد المركب $z=3+i\sqrt{3}$.

الإقتراح 1 : من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، z^{3n} تخيلي صرف .

2. ليكن z عددا مركبا غير معدوم .

الإقتراح 2 : إذاكان $\frac{\pi}{2}$ عمدة للعدد المركب z فانّ $|i+z|=1+|z|$.

3. ليكن z عددا مركبا غير معدوم .

الإقتراح 3 : إذا كانت طويلة z تساوي 1 فانّ العدد المركب $z^2+\frac{1}{z^2}$ حقيقي .

تمرين 2 : (6 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم ومتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب :

$z_A=-2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ و $z_C=\sqrt{3}+i$.

1. أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (Γ) التي تمر من النقط A ، B و C .

ج) على شكل أنشئ النقطة A و الدائرة (Γ) ثمّ علّم النقطتين B و C .

2. أ) اكتب النسبة $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الجبري ثمّ الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. ليكن r الدوران الذي مركزه النقطة A وقيس زاويته $\frac{\pi}{3}$ راديان .

أ) بين أنّ لاحقة النقطة O' ، صورة النقطة O بالدوران r هي $-\sqrt{3}-i$.

ب) بين أنّ النقطتين C و O' متقابلتان قطريا في الدائرة (Γ) .

ج) أنشئ (Γ') صورة الدائرة (Γ)بالدوران r .

د) برر أنّ الدائرتين (Γ) و (Γ') يتقاطعان في النقطتين A و B .

4. أ) عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z|=|z+\sqrt{3}+i|$.

ب) بين أنّ النقطتين تنتميان إلى (E) .

تمرين 3 : (6 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى النقط :

$A(1;2;-1)$ ، $B(-3;-2;3)$ و $C(0;-2;-3)$

1. أ) بين أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب) بين أنّ الشعاع $\vec{n}(2;-1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي .

2. ليكن (P) المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+y-z+2=0$.
بين أنّ المستويين (P) و (ABC) متعامدان .
3. لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-1),(C;2)\}$.
أ) بين أنّ إحداثيات النقطة G هي $(2;0;-5)$.
ب) بين أنّ المستقيم (CG) عمودي على (P) .
ج) عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة G على المستوي (P) .
4. بين أنّ المجموعة (S) للنقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=12$ هي سطح كرة يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .
5. عين الطبيعة والعناصر المميزة لتقاطع المستوي (P) مع سطح الكرة (S) .

<u>تمرين4 : (5 نقاط)</u>

نعتبر الدالة f المعرفة في $\mathbb{R}$ بالعبارة $f(x)=ln\left(1+e^{-x}\right)$.
وليكن $\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $4cm$) .
1. أ) عين نهاية f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$.
ب) ادرس اتجاه تغيرات f وشكل جدول تغيراتها .
2. أثبت أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x$ مستقيم مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$. ادرس الوضعية النسبية للمنحني $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ) .
3. أ) ليكن (T) المماس للمنحنى $\left(C_f\right)$ في النقطة ذات الفاصلة 0 . اكتب معادلة لـ (T).
ب)أنشئ كل من (T) ، (Δ) و $\left(C_f\right)$.
4. x_0 عدد حقيقي . نعتبر النقطتين M و N من $\left(C_f\right)$ فاصلتيهما على الترتيب x_0 و $-x_0$
أ) تحقق من أنّ : $f(x_0)-f(-x_0)=-x_0$.
ب) عين معامل توجيه المستقيم (MN) . ماذا تستنتج ؟
ج) بين أنّ : $f'(x_0)+f'(-x_0)=-1$. استنتج أنّ المماسين للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطتين M و N يتقاطعان في نقطة من محور التراتيب .
- أنشئ هذين المماسين من أجل $x_0=1$.