

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة ساعتان

السنة الثالثة رياضي

السنة 2012/2011

ثانوية تيزي نبشار

الأستاذ : قادري شعبان

التمرين الأول : لتكن في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة (E) $3x - 8y = 5$(E)

1- بين أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات (x, y) حيث $x = 8k - 1, y = 3k - 1$ ، $k \in \mathbb{Z}$

2- أ- لتكن x, y, n ثلاثة أعداد صحيحة حيث $n = 3x + 2$ ، و $n = 8y + 7$ بين أن

(E) حل للمعادلة (x, y)

ب- نعتبر الجملة $n \equiv 2[3]$

ب- نعتبر الجملة $n \equiv 7[8]$

بين أن $n \equiv 23[24]$ إذا كان n حل للجملة السابقة اذا فقط إذا كان n عدد طبيعي

3- أ- ليكن m عدد طبيعي عين باقي قسمة العدد 2^{2^m} على 3 و باقي قسمة 7^{2^m} على 8

ب- تحقق أن 1991 حل للجملة السابقة وبين أن $1991^{2010} - 1$ يقبل القسمة على 24

التمرين الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = \frac{(x+1)e^x + x + 2}{e^x + 1}$

نسَمِّي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ؛ [وحدة الطول: 2cm].

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{e^{2x} + e^x + 1}{(e^x + 1)^2}$

(3) ادرس تغيّرات f ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

(4) برهن أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2 < \alpha < -1$.

(5) 1- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x + 1 + \frac{1}{e^x + 1}$ وأن

$$f(x) = x + 2 - \frac{e^x}{e^x + 1}$$

ب- استنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (D) و (D') يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

ج- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = 3$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيًا.

(6) 1- أنشئ المنحني (C_f) .

التمرين الثالث: أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

1- الدالة المعرفة على $]-1, +1[$ ب $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ دالة فردية

2- دالة معرفة على $]0, +\infty[$ ب $f(x) = x^2 \ln x$ العدد المشتق للدالة f عند العدد e يساوي $3e$

3- إذا كانت f دالة متزايدة تماما وموجبة تماما على مجال I تكون الدالة $\ln 0f$ متناقصة تماما على I

4- دالة معرفة على \mathbb{R} ب $f(x) = xe^{-x}$ لدينا : $f(x)f(-x) \geq 0$