يوم : 23 / 02 / 2012

المدة : 120 دقيقة

مديرية التربية لولاية الجزائر شرق

ثانوية مصطفى لشرف – باب الزوار –

إمتحانات الثلاثي الثاني

الأقسام: الثالثة علوم تجريبية

إخـتبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقاط)

من بين الفرضيات الآتية حدد الصحيحة منها أو الخاطئة مع التبرير الكافي.

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) لنعتبر العدد المركب : $z = 3 + i\sqrt{3}$

الفرضية الأولى: لكل عدد طبيعي n يكون العدد z^{3n} تخيليا صرفا.

2) ليكن z عدد مركب غير معدوم.

الفرضية الثانية : إذا كانت $\frac{\pi}{2}$ عمدة للعدد z فإن : $|i + z| = 1 + |z|$

3) ليكن z عدد مركب غير معدوم .

الفرضية الثالثة : إذا كانت طويلة z تساوي 1 فإن: $z^2 + \frac{1}{z^2}$ عددا حقيقيا.

4) (Δ) هي مجموعة النقاط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|z - i| = |z + 2i|$

الفرضية الرابعة : (Δ) هو مستقيم يوازي حامل محور الفواصل.

5) لتكن النقطة A ذات اللاحقة $2 - 5i$ و النقطة B ذات اللاحقة $7 - 3i$

الفرضية الخامسة: المثلث OAB قائم و العدد $\frac{z_A}{z_A - z_B}$ تخيلي صرف.

التمرين الثاني (06 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

لنعتبر النقاط $A(-2, 0, 1)$ و $B(1, 2, -1)$ و $C(-2, 2, 2)$

1) أ – أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم الأطوال AB و AC

ب– استنتج قيمة تقريبية لقيس الزاوية $\widehat{BAC}$

جـ – استنتج أن النقاط A و B و C ليست على استقامية .

2) تحقق من أن معادلة المستوي (ABC) تأخذ الشكل : $2x - y + 2z + 2 = 0$

3) ليكن P_1 و P_2 مستويين معادلتهما على الترتيب : $x + y - 3z + 3 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$

- بيّن أن المستويين P_1 و P_2 متقاطعان في مستقيم D تـمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t, \; t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$
- استنتج الوضعية النسبية للمستويات (ABC) و P_1 و P_2.

4) لنعتبر سطح الكرة S التي مركزها $\Omega(1 ; -3 ; 1)$ و طول نصف قطرها $r = 3$

- أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة S.
- أدرس تقاطع سطح الكرة S مع المستقيم D .
- بيّن أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة S .

أقلب الصفحة

التمرين: الثالث (09 نقاط)

الجزء الأول:

لنعتبر الدالة المعرفة على المجال $]0\,,+\infty[$ كالآتي : $g(x) = x^2 - 2 + lnx$

1) أحسب النهايات للدالة ثم أدرس إتجاه تغيراتها .

2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1\,,1.4[$.

3) استنتج تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على مجال تعريفها .

الجزء الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة و القابلة للاشتقاق على المجال $]0\,,+\infty[$ بـ : $f(x) = x^2 + (2 - lnx)^2$

1) أحسب النهايات للدالة f .

2) أكتب عبارة $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ ثم استنتج إتجاه تغيرات الدالة f .

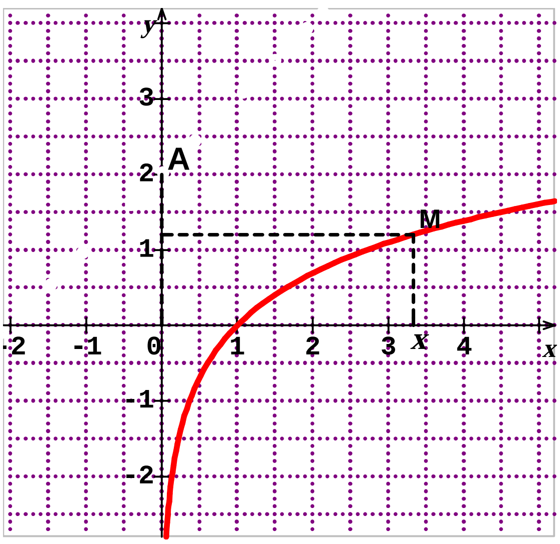
3) تحقق من صحة المساواة : $f(\alpha) = (1 + \alpha^2)\alpha^2$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

الجزء الثالث :

لنعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$:

- (γ) المنحنى الممثل للدالة "ln" (الدالة اللوغارتمية النبيرية)
- النقطة A ذات الإحداثيات (0 , 2).
- M نقطة من (γ) فاصلتها x من المجال $]0\,,+\infty[$.

(لاحظ الشكل المقابل)



1) تحقق من أن المسافة AM تعطى بالعلاقة : $AM = \sqrt{f(x)}$

2) لنعتبر الدالة h المعرفة على $]0\,,+\infty[$: $h(x) = AM$

- بيّن أن للدالتين h و f نفس اتجاه التغيرات على $]0\,,+\infty[$
- استنتج أن المسافة AM تكون أصغر ما يمكن في نقطة من (γ)

نسميها P يطلب تعيين إحداثياتها.

- بيّن أن: $AM = \alpha\sqrt{1 + \alpha^2}$
- هل المستقيم (AP) عمودي على المماس لـ (γ) عند P .