الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية احمد فرونسيس (جيجل)

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التاريخ : 26 / 02 / 2012 — المستوى : 3 رياضي — المدة : ساعتان

التمرين الأول : (7 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :
$A(-1;2;1)$ ، $B(1;-6;-1)$ و $C(2;2;2)$.

1) أ- أثبت أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا . — 1

ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-3)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) . — 1

جـ- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) . — 1

2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته : $x-y+z-4=0$.
بيّن أن المستويين (P) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له . — 1.5

3) نعتبر سطح الكرة S التي مركزها $\Omega(3;1;3)$ ونصف قطرها 3 .
بيّن أن المستقيم (Δ) يقطع سطح الكرة S في نقطتين يطلب تعيين إحداثيات كل منهما . — 1.5

4) عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $AM^2+BM^2-2CM^2=-4$ — 1

التمرين الثاني : (7 نقاط)

1) نعتبر ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة (E) : $z^2-4iz-2+2i\sqrt{3}=0$.

أ- تحقق أن العدد المركب $z_1=1+i\left(2-\sqrt{3}\right)$ حل للمعادلة (E) . — 0.75

ب- استنتج z_2 الحل الثاني للمعادلة (E) . — 0.75

2) أ- بيّن أن : $z_1^{\,2}=4\left(2-\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{6}}$. — 0.75

ب- اكتب العدد z_1 على الشكل المثلثي . — 0.75

3) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها z_1 ، z_2 و $z_3=2i+2e^{i\frac{\pi}{7}}$ على الترتيب .
ولتكن (c) الدائرة التي قطرها $[AB]$.

أ- عيّن z_0 لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (c) . — 0.5

ب- بيّن أن النقطتين O و C تنتميان إلى الدائرة (c) . — 1

جـ- استنتج أن العدد المركب $\frac{z_3-z_1}{z_3-z_2}$ تخيّلي صرف . — 0.5

4) k عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي من المجال $]0;2\pi[$.

أ- عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=2i+ke^{i\frac{\pi}{7}}$. 1

ب- عيّن (F) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=2i+2e^{i\theta}$. 1

التمرين الثالث : (6 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية :

1) نعتبر ، في المجموعة z^2 ، المعادلة (E) : $2x+11y=7$. 1

مجموعة حلول المعادلة (E) هي فقط الثنائيات $(22k-2\ ;\ -4k+1)$ حيث k عدد صحيح .

2) نعتبر العدد الطبيعي $N=11^{2011}$. باقي القسمة الإقليدية للعدد N على 7 هو 4 . 1

3) N عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد العشري كما يلي : $N=\underbrace{111.....11}_{2010\text{ مرة }1}$ 1

العدد N يقبل القسمة على 11 .

4) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=1+i$ ، $z_B=3i$ و $z_C=\left(\sqrt{3}+\frac{1}{2}\right)+i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+2\right)$. 1

المثلث ABC هو مثلث متقايس الأضلاع .

5) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : 1

$$z'=\left(\frac{2i}{\sqrt{3}+i}\right)z$$

التحويل T هو الدوران الذي مركزه المبدأ O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

6) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=1+i$ ، $z_B=3i$ و $z_C=\left(1-2\sqrt{2}\right)+i\left(1-\sqrt{2}\right)$. 1

النقطة C هي صورة النقطة B بواسطة التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A ، نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.