التمرين الأول: (10 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$$

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المعلم المتعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$

1/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=1-\frac{x}{x^2+1}$

2/ أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته.

3/ أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1$.

4/ أحسب $f'(x)$ واستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

5/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(-x)=2-f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

6/ أرسم (Δ) و المنحنى (C) .

7/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة جذور المعادلة :

$$(m-1)x^2+x+m-1=0$$

التمرين الثاني: (10 نقاط)

1/ g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x(x-1)+1$

أ/ أدرس تغيرات الدالة g.

ب/ استنتج إشارة $g(x)$.

2/ f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-2)e^x+x+1$

(C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

أ/ أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

ب/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج/ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C).

د/ حدد وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

3/ أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $1<\alpha<2$.

4/ أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C).

5/ أثبت أنه يوجد مماس وحيد لـ (C) معامله توجيهه 1 يطلب كتابة معادلته.

بالتوفيق